

1. 좌표평면 위에 세 점 P(1, 5), Q(-2, -4), R(5, 3)이 있다. 이들 세 점에서 같은 거리에 있는 지점에 물류창고를 설치하려고 한다. 이때, 창고의 위치의 좌표는?

- ① (0, -1) ② (0, 0) ③ (0, 1)
④ (1, 0) ⑤ (1, 1)

해설

A(a, b) 라고 하면

$$(a-1)^2 + (b-5)^2 = \overline{AP}^2 \quad \dots \text{ ①}$$

$$(a+2)^2 + (b+4)^2 = \overline{AQ}^2 \quad \dots \text{ ②}$$

$$(a-5)^2 + (b-3)^2 = \overline{AR}^2 \quad \dots \text{ ③}$$

$\overline{AP}^2 = \overline{AQ}^2 = \overline{AR}^2$ 이므로

$$\text{①, ② 연립하면 } a+3b=1$$

$$\text{①, ③ 연립하면 } 2a-b=2$$

$$\therefore a=1, b=0$$

$$\therefore (1, 0)$$

\therefore 세 점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 외심을 구하는 것과 같다.

2. 점 A(3, -1)과 직선 $x + y - 3 = 0$ 위의 점 P를 연결하는 선분의 중점의 자취의 방정식은?

① $x + 2y - 5 = 0$

② $2x - 2y + 5 = 0$

③ $2x - y - 5 = 0$

④ $x + y - 5 = 0$

⑤ $2x + 2y - 5 = 0$

해설

$x + y - 3 = 0$ 위의 임의의 한 점을 $P(a, -a + 3)$ 이라 하고 \overline{AP} 의 중점의 좌표를 $Q(x, y)$ 라 하면

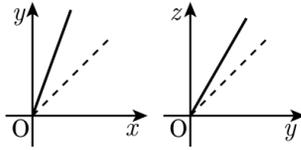
$$x = \frac{a+3}{2}, \quad y = \frac{-a+2}{2}$$

$$\therefore a = 2x - 3, \quad a = -2y + 2$$

$$\therefore 2x - 3 = -2y + 2$$

$$\therefore 2x + 2y - 5 = 0$$

3. 세 변수 x, y, z 에 대하여 아래의 두 그래프(실선)는 각각 x 와 y, y 와 z 사이의 관계를 나타낸 것이다.



이때, x 와 z 사이의 관계를 그래프로 나타내면? (단, 점선은 원점을 지나고 기울기가 1 인 직선이다.)

- ① ②
- ③ ④
- ⑤

해설
 주어진 그래프에서 x, y, z 사이의 관계를 식으로 나타내면 $y = ax(a > 1), z = by(b > 1)$
 $\therefore z = b(ax) = abx (ab > 1)$
 따라서, $z = abx$ 의 그래프는 보기의 ①과 같다.

4. 좌표평면 위의 점 P(4, 9)를 지나고 x절편과 y절편, 기울기가 모두 정수인 직선의 개수는 ?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 8 ⑤ 9

해설

점 P(4, 9)를 지나는 직선의 기울기를 m 이라 하면

직선의 방정식은 $y - 9 = m(x - 4) \dots \textcircled{1}$

x절편 : $\textcircled{1}$ 에 $y = 0$ 을 대입하면

$$-9 = m(x - 4)$$

$$\therefore x = 4 - \frac{9}{m}$$

y절편 : $\textcircled{1}$ 에 $x = 0$ 을 대입하면

$$y - 9 = -4m$$

$$\therefore y = 9 - 4m$$

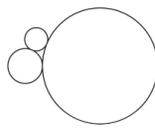
따라서 x절편, y절편이 모두 정수가 되기 위해서는 m 의 값은 9

의 약수(음수 포함)이어야 한다.

따라서 $m = 1, 3, 9, -1, -3, -9$

\therefore 직선은 6개 존재한다.

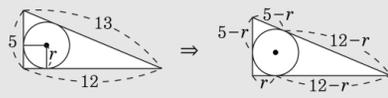
5. 반지름이 각각 2, 3, 10인 세 원이 그림과 같이
 둘씩 서로 외접하고 있다. 이 때, 세 접점을 지
 나는 원의 넓이를 구하면?



- ① $\frac{8}{3}\pi$ ② 4π ③ $\frac{9}{2}\pi$
 ④ 6π ⑤ $\frac{20}{3}\pi$

해설

중심사이거리가 각각 12, 5, 13 이다. 세 원의 중심을 이은 삼각
 형은 $12^2 + 5^2 = 13^2$ 이므로 직각삼각형이다.
 \therefore 세 점을 지나는 원은 직각삼각형의 내접원이다.



$$\Rightarrow (5-r) + (12-r) = 13$$

$$\Rightarrow r = 2$$

$$\therefore \text{원의 넓이는 } \pi \times 2^2 = 4\pi$$

6. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 홀수를 포함하는 것의 개수를 구하면?

① 32 ② 56 ③ 64 ④ 72 ⑤ 120

해설

'적어도~' 문제에서는 반대의 경우의 수를 구하여 모든 경우의 수에서 빼준다.

모든 부분집합의 수 : $2^6 = 128$ 짝수로만 만들 수 있는 부분집합의 수 : $2^3 = 8$

$\therefore 128 - 8 = 120$

8. 집합 $P = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_N\}$ 에 대하여 $f(P) = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_N$ 이라 정의한다.
집합 $A = \{3, 6, 9, 12\}$ 의 부분집합을 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{16}$ 이라 할 때, $f(A_1) + f(A_2) + f(A_3) + \dots + f(A_{16})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

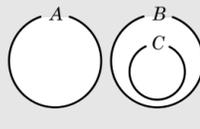
$A = \{3, 6, 9, 12\}$ 의 부분집합을 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{16}$ 이라 두면, 집합 A 의 모든 부분집합에서 하나의 원소는 모두 $2^{4-1} = 8$ (번) 씩 나온다.
따라서 $f(A_1) + f(A_2) + f(A_3) + \dots + f(A_{16}) = 8 \times (3 + 6 + 9 + 12) = 240$

10. 집합 A 와 B 가 서로소이고 $C \subset B$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $A \cap C = \emptyset$ ② $A \cap C = C$ ③ $A \cup C = A$
④ $B \cup C = B$ ⑤ $\{\{1\}, 1\} \subset A$

해설

$A \cap B = \emptyset, C \subset B \therefore A \cap C = \emptyset, B \cup C = B$



11. 자연수 n 의 양의 배수의 집합을 A_n 이라 할 때, 다음 <보기> 에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, m, n 은 자연수)

보기

- ㉠ $A_5 \cap A_7 = \emptyset$
- ㉡ $A_4 \cup A_6 = A_4$
- ㉢ m, n 이 서로소이면 $A_m \cap A_n = A_{mn}$
- ㉣ $m = kn$ (k 는 양의 정수) 이면 $A_m \subset A_n$

- ① ㉠, ㉡, ㉣
- ② ㉠, ㉢
- ③ ㉠, ㉢, ㉣
- ④ ㉡, ㉢, ㉣
- ⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉠ $A_5 \cap A_7 = A_{35}$
- ㉡ $A_4 = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$
 $A_6 = \{6, 12, 18, 24, \dots\}$ 이므로
 $A_4 \cup A_6 = \{4, 6, 8, 12, 16, \dots\} \neq A_4$
- ㉢ $A_m = \{m, 2m, \dots, nm, (n+1)m, \dots\}$
 $A_n = \{n, 2n, \dots, mn, (m+1)n, \dots\}$
 m, n 이 서로소이면 $A_m \cap A_n = A_{mn}$
- ㉣ $A_m = A_{kn} = \{kn, 2kn, 3kn, \dots\}$
 $A_n = \{n, 2n, 3n, 4n, \dots\}$ 이므로
 $A_m \subset A_n$

14. 두 조건 $p : |x-2| \leq h$, $q : |x+1| \leq 7$ 에 대하여 'p이면 q이다.'가 참이 되도록 하는 h 의 최댓값을 구하여라. (단, $h \geq 0$)

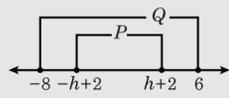
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$p : 2-h \leq x \leq 2+h$$

$$q : -8 \leq x \leq 6$$



$$-h+2 \geq -8 \leftrightarrow h \leq 10, h+2 \leq 6 \leftrightarrow h \leq 4$$

$$\therefore h \leq 4$$

$$\therefore n \text{의 최댓값은 } 4$$

15. 어떤 사건을 조사하는 과정에서 네 사람 A, B, C, D 중에서 한 명이 범인이라는 사실을 알았다. 용의자 네 명의 진술 중 옳은 것은 하나뿐일 때, 그 진술을 한 사람과 범인을 차례로 쓴 것은?

A : 범인은 B이다.
B : 범인은 D이다.
C : 나는 범인이 아니다.
D : B는 거짓말을 하고 있다.

- ① A, D ② B, C ③ C, B ④ D, C ⑤ B, A

해설

B가 옳은 진술이라면 범인은 D가 되고 C도 옳은 진술이 된다. 그러나 진실을 말한 사람은 한 명뿐이기 때문에 B는 거짓이 되고, D가 옳은 진술이 된다. D를 제외한 나머지 모두 거짓말이 되기 때문에 범인은 C다.