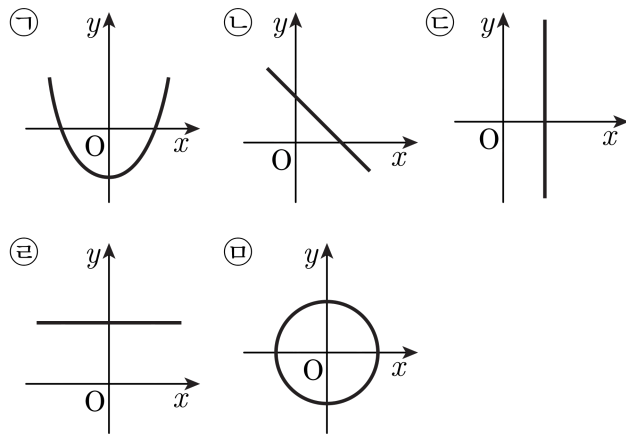


1. 다음 그래프 중 함수인 것은 모두 몇 개인가?

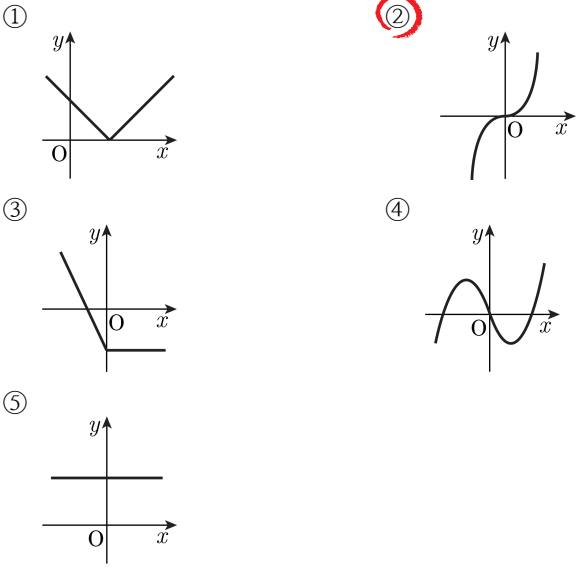


- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

주어진 그래프가 함수가 되기 위해서는 집합 X 의 각 원소 x 의 함수값 $f(x)$ 가 하나로 결정되어야 한다. 그러나 ㉢, ㉤은 x 의 함수값 $f(x)$ 가 두개 이상인 점이 존재하므로 함수가 될 수 없다.

2. 다음 함수 $y = f(x)$ 의 그래프 중 역함수가 존재하는 것은?



해설

①, ③, ④, ⑤ 는 일대일 대응이 아니므로 역함수가 존재하지 않는다.

3. 함수 $f(x) = ax + b$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x + 2$ 일 때, $a + b$ 의 값은 얼마인가? (단 a, b 는 실수)

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$(f^{-1})^{-1}(x) = f(x)$ 이므로

$f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x + 2$ 의 역함수는

$f(x) = ax + b$ 이다.

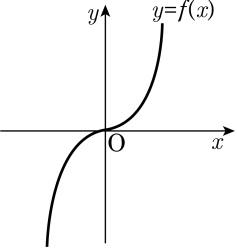
$y = \frac{1}{3}x + 2$ 로 놓고 x, y 를 서로 바꾸면

$x = \frac{1}{3}y + 2, y = 3x - 6$

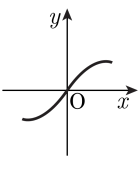
$a = 3, b = -6$

$\therefore a + b = -3$

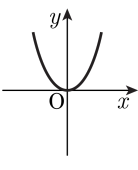
4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때,
다음 중 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프로 적당한 것은
무엇인가?



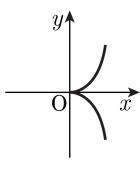
①



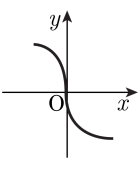
②



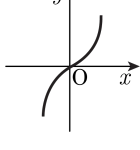
③



④



⑤



해설

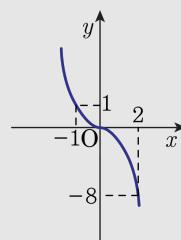
$y = f(x)$ 의 그래프와
그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는
직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

5. 삼차함수 $y = -x^3$ 에 대하여 정의역이 $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$ 일 때, y 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -4 ② 5 ③ -5 ④ 7 ⑤ -7

해설

$y = -x^3$ 의 그래프는 다음 그림과 같고
 $x = 2$ 일 때 최솟이고, $x = -1$ 일 때 최대이므로
 $f(2) = -8$, $f(-1) = 1$ 에서 구하는 값은
 $f(2) + f(-1) = -8 + 1 = -7$



6. 다음 식을 계산하면?

$$\frac{x^3-1}{x^4+x^2+1} \times \frac{x^3+1}{x^4-1}$$

- ① x

② x^2

③ $\frac{1}{x}$

④ $\frac{1}{x^2}$

⑤ $\frac{1}{x^2+1}$

해설

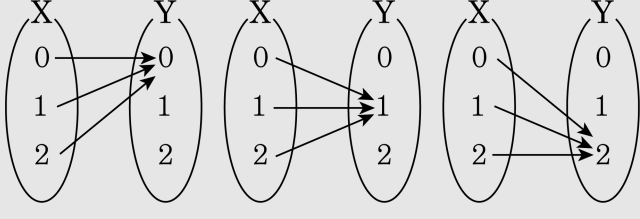
$$\begin{aligned} &\frac{x^3-1}{x^4+x^2+1} \times \frac{x^3+1}{x^4-1} \\ &= \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x^2-x+1)(x^2+x+1)} \\ &\quad \times \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{(x^2+1)(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{1}{x^2+1} \end{aligned}$$

7. 집합 $A = \{0, 1, 2\}$ 에 대하여 A 에서 A 에로의 함수 중 상수함수의 개수는?

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

상수함수의 개수는 공역의 원소의 개수와 같다.



그러므로 구하는 상수함수의 개수는 3 개이다.

8. $f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$), $g(x) = x + c$ 라 할 때, $(f \circ g)(x) = 2x - 3$, $f^{-1}(3) = -2$ 가 성립한다. 상수 a, b, c 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 7$

▷ 정답 : $c = -5$

해설

$$(f \circ g)(x) = f(x + c) = a(x + c) + b = ax + ac + b$$

$$\therefore a = 2 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$ac + b = -3 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$f^{-1}(3) = -2 \text{이므로, } f(-2) = 3$$

$$\therefore -2a + b = 3 \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = 7, c = -5$$

9. 함수 $f(x) = |4x + a| + b$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -2 를 가진다. 이때, 상수 a, b 의 값에 대하여 $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x + a| + b = \left| 4 \left(x + \frac{a}{4} \right) \right| + b$ 의 그래프는

$y = |4x|$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 $-\frac{a}{4}$ 만큼, y 축의 방향

으로 b 만큼 평행이동한것이므로 다음

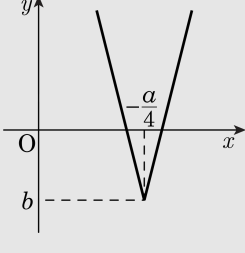
그림과 같다.

따라서 $x = -\frac{a}{4}$ 일 때

최솟값 b 를 가지므로 $-\frac{a}{4} = 3, b = -2$

따라서 $a = -12, b = -2$ 이므로

$\therefore b - a = 10$



10. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100}$ 을 간단히 하면?

- ① $\frac{98}{99}$
- ② $\frac{100}{99}$
- ③ $\frac{99}{100}$
- ④ $\frac{101}{100}$
- ⑤ $\frac{100}{101}$

해설

이항분리 이용

$$\begin{aligned} &\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100} \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \\ &= 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} \end{aligned}$$

11. $3x = 2y \neq 0$ 일 때, $\frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy}$ 의 값은?

① $\frac{5}{12}$

② $\frac{12}{5}$

③ $\frac{7}{12}$

④ $\frac{12}{7}$

⑤ $\frac{10}{3}$

해설

$3x = 2y \neq 0$ 에서 $x : y = 2 : 3$

따라서 $x = 2k$, $y = 3k$ ($k \neq 0$)로 놓으면

$$\frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy} = \frac{3(2k)^2 + 2 \cdot 2k \cdot 3k}{(2k)^2 + 2k \cdot 3k}$$

$$= \frac{12k^2 + 12k^2}{4k^2 + 6k^2} = \frac{24k^2}{10k^2} = \frac{12}{5}$$

12. $-1 < a < 2$ 일 때, $\sqrt{(a-2)^2} + |a+1|$ 을 간단히 하면?

① 3

② -3

③ $2a - 1$

④ $2a + 1$

⑤ $-2a + 1$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-2)^2} + |a+1| &= |a-2| + |a+1| \\ &= -(a-2) + a+1 = 3\end{aligned}$$

13. 세 함수 f, g, h 가 $(g \circ f)(x) = x$, $(h \circ f)(x) = -x + 3$ 일 때, $k \circ g = h$ 를 만족시키는 함수 $k(x)$ 를 구하면?

- ① $k(x) = -x + 1$ ② $k(x) = -x + 2$ ③ $k(x) = -x + 3$
④ $k(x) = -x + 4$ ⑤ $k(x) = -x + 5$

해설

$k \circ g = h$ 이므로 $(k \circ g) \circ f = h \circ f$
 $k \circ (g \circ f) = h \circ f$
 $k \circ I = h \circ f (\because g \circ f = I, I \text{는 항등함수})$
 $\therefore k = h \circ f (\because k \circ I = I \circ k = k)$
 $\therefore k(x) = (h \circ f)(x) = -x + 3$

14. 무리함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 두 점 (2, 2), (3, 6)을 잇는 선분과 만나도록 하는 정수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

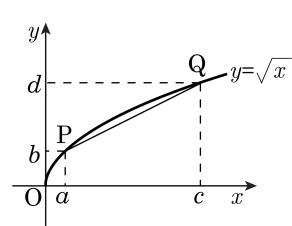
▷ 정답 : 11개

해설

함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 점 (2, 2)를 지날 때
 $2 = \sqrt{2k}, \quad 2k = 4$
 $\therefore k = 2$
또, 함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 점 (3, 6)을 지날 때
 $6 = \sqrt{3k}, \quad 3k = 36$
 $\therefore k = 12$
따라서 구하는 실수 k 의 값의 범위는
 $2 \leq k \leq 12$ 이므로
정수 k 는 2, 3, 4, $\dots$, 12의 11개다.

15. 함수 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프 위의 두 점 $P(a, b), Q(c, d)$ 에 대하여 $\frac{b+d}{2} = 1$ 일 때, 직선 PQ 의 기울기를 구하면? (단, $0 < a < c$)

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

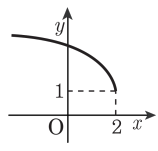


해설

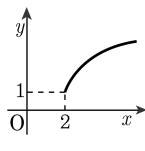
두 점 $P(a, b), Q(c, d)$ 는
 함수 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프 위의 점이므로
 $b = \sqrt{a}, d = \sqrt{c}$
 $\therefore a = b^2, c = d^2$
 따라서 직선 PQ 의 기울기는
 $\frac{d-b}{c-a} = \frac{d-b}{d^2-b^2} = \frac{d-b}{(d-b)(d+b)} = \frac{1}{d+b}$ 이고
 $\frac{b+d}{2} = 1$ 에서 $b+d=2$ 이므로
 $(\therefore \text{직선 PQ의 기울기}) = \frac{1}{2}$

16. 함수 $y = 2\sqrt{-3x+6} + 1$ 의 그래프는?

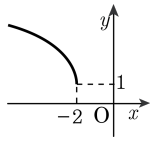
①



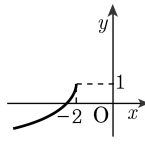
②



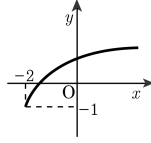
③



④



⑤



해설

$$y = 2\sqrt{-3(x-2)} + 1$$

$\Rightarrow$ 꼭짓점 : (2, 1)

정의역 : $x \leq 2$, 치역 : $y \geq 1$

17. 함수 $f(x) = \sqrt{x-1} + 2$ 에서 $f^{-1}(4)$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$f(x) = \sqrt{x-1} + 2$ 에서 $f^{-1}(4) = k$ 로 놓으면

$f(k) = 4$

$\sqrt{k-1} + 2 = 4, \sqrt{k-1} = 2$

$k-1 = 4$ 에서 $k = 5$

$\therefore f^{-1}(4) = 5$

18. 함수 $y = \sqrt{2x-4} + b$ 의 정의역이 $\{ x \mid x \geq a \}$ 이고, 치역이 $\{ y \mid y \geq -3 \}$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

① -6 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 6

해설

$2x - 4 \geq 0$ 에서 $2x \geq 4$

$\therefore x \geq 2$

주어진 함수의 정의역이 $\{ x \mid x \geq 2 \}$ 이므로

$a = 2$

함수 $y = \sqrt{2x-4} + b$ 의 치역은 $\{ y \mid y \geq b \}$ 이므로 $b = -3$

$\therefore ab = -6$

19. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 5 또는 8 이 되는 경우의 수는?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

서로 다른 두 개의 주사위의 눈의 수를 순서쌍 (x,y) 로 나타내면

(i) 눈의 합이 5 가 되는 경우는

$(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)$: 4 가지

(ii) 눈의 합이 8 이 되는 경우는

$(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)$: 5 가지

그런데 (i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로

$4 + 5 = 9$ (가지)

$\therefore 9$

20. $\frac{{}_nP_3}{{}_{n+2}P_3} = \frac{5}{12}$ 일 때 n 값을 구하면?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}\frac{{}_nP_3}{{}_{n+2}P_3} &= \frac{\frac{n!}{(n-3)!}}{\frac{(n+2)!}{(n+2-3)!}} \\ &= \frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{5}{12}\end{aligned}$$

$$\frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{5}{12} \text{ 을 풀면}$$

$$7n^2 - 51n + 14 = 0$$

$$(7n-2)(n-7) = 0$$

$$\therefore n = \frac{2}{7} \text{ 또는 } n = 7$$

${}_nP_3$ 에서 n 은 3 이상의 자연수이므로

$$\therefore n = 7$$