

1. 좌표평면 위에 세 지점 $P(1, 5)$, $Q(-2, -4)$, $R(5, 3)$ 이 있다. 이들 세 지점에서 같은 거리에 있는 지점에 물류창고를 설치하려고 한다. 이때, 창고의 위치의 좌표는?

① $(0, -1)$

② $(0, 0)$

③ $(0, 1)$

④ $(1, 0)$

⑤ $(1, 1)$

해설

$A(a, b)$ 라고 하면

$$(a-1)^2 + (b-5)^2 = \overline{AP}^2 \quad \dots \quad ①$$

$$(a+2)^2 + (b+4)^2 = \overline{AQ}^2 \quad \dots \quad ②$$

$$(a-5)^2 + (b-3)^2 = \overline{AR}^2 \quad \dots \quad ③$$

$$\overline{AP}^2 = \overline{AQ}^2 = \overline{AR}^2 \text{ 이므로}$$

$$①, ② \text{ 연립하면 } a+3b=1$$

$$①, ③ \text{ 연립하면 } 2a-b=2$$

$$\therefore a=1, b=0$$

$$\therefore (1, 0)$$

$\therefore$ 세 점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 외심을 구하는 것과 같다.

2. 점 A(3, -1) 과 직선 $x + y - 3 = 0$ 위의 점 P를 연결하는 선분의 중점의 자취의 방정식은?

① $x + 2y - 5 = 0$

② $2x - 2y + 5 = 0$

③ $2x - y - 5 = 0$

④ $x + y - 5 = 0$

⑤ $2x + 2y - 5 = 0$

해설

$x + y - 3 = 0$ 위의 임의의 한 점을 $P(a, -a + 3)$ 이라 하고 $\overline{AP}$ 의 중점의 좌표를 $Q(x, y)$ 라 하면

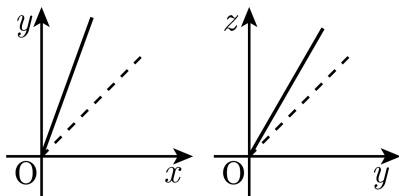
$$x = \frac{a+3}{2}, \quad y = \frac{-a+2}{2}$$

$$\therefore a = 2x - 3, \quad a = -2y + 2$$

$$\therefore 2x - 3 = -2y + 2$$

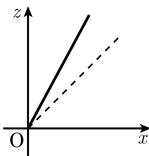
$$\therefore 2x + 2y - 5 = 0$$

3. 세 변수 x, y, z 에 대하여 아래의 두 그래프(실선)는 각각 x 와 y , y 와 z 사이의 관계를 나타낸 것이다.

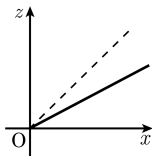


이때, x 와 z 사이의 관계를 그래프로 나타내면? (단, 점선은 원점을 지나고 기울기가 1인 직선이다.)

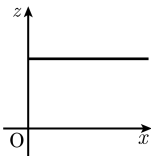
①



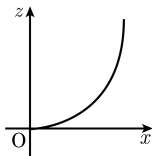
②



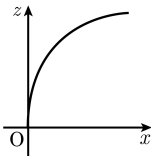
③



④



⑤



해설

주어진 그래프에서 x, y, z 사이의 관계를

식으로 나타내면 $y = ax(a > 1)$, $z = by(b > 1)$

$\therefore z = b(ax) = abx \ (ab > 1)$

따라서, $z = abx$ 의 그래프는 보기의 ①과 같다.

4. 좌표평면 위의 점 P(4, 9)를 지나고 x 절편과 y 절편, 기울기가 모두 정수인 직선의 개수는 ?

① 4

② 5

③ 6

④ 8

⑤ 9

해설

점 P(4, 9)를 지나는 직선의 기울기를 m 이라 하면

직선의 방정식은 $y - 9 = m(x - 4) \cdots \text{㉠}$

x 절편 : ㉠에 $y = 0$ 을 대입하면

$$-9 = m(x - 4)$$

$$\therefore x = 4 - \frac{9}{m}$$

y 절편 : ㉠에 $x = 0$ 을 대입하면

$$y - 9 = -4m$$

$$\therefore y = 9 - 4m$$

따라서 x 절편, y 절편이 모두 정수가 되기 위해서는 m 의 값은 9의 약수(음수 포함)이어야 한다.

따라서 $m = 1, 3, 9, -1, -3, -9$

$\therefore$ 직선은 6개 존재한다.

5. 두 원 $x^2 + y^2 = 1$, $(x - a)^2 + (y - b)^2 = 4$ 에 대하여 두 원이 외접할 때 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

외접하기 위한 조건은 $\sqrt{a^2 + b^2} = 2 + 1$

$$\therefore a^2 + b^2 = 9$$

6. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 홀수를 포함하는 것의 개수를 구하면?

① 32

② 56

③ 64

④ 72

⑤ 120

해설

‘적어도~’문제에서는 반대의 경우의 수를 구하여 모든 경우의 수에서 빼준다.

모든 부분집합의 수 : $2^6 = 128$ 짝수로만 만들 수 있는 부분집합의 수 : $2^3 = 8$

$$\therefore 128 - 8 = 120$$

7. 자연수로 이루어진 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 $n-1$ 과, n 을 포함하지 않은 부분집합의 개수가 64 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로

$$2^{n-2} = 64 = 2^6 \text{ 이다.}$$

$$\therefore n - 2 = 6, n = 8$$

8. 집합 A 와 B 가 서로소이고 $C \subset B$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $A \cap C = \emptyset$

② $A \cap C = C$

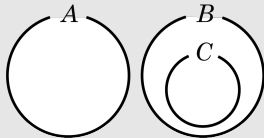
③ $A \cup C = A$

④ $B \cup C = B$

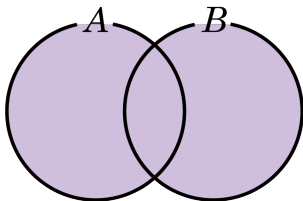
⑤ $\{\{1\}, 1\} \subset A$

해설

$$A \cap B = \emptyset, C \subset B \therefore A \cap C = \emptyset, B \cup C = B$$



9. 두 집합 $A = \{1, 3, 5, 9, 15\}$, $B = \{3 \times x \mid x \in A\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 105

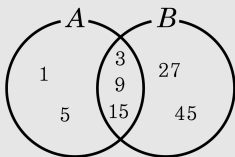
해설

$B = \{3 \times x \mid x \in A\}$ 는 집합 A 의 원소를 x 에 대입한 수들의 집합이다.

원소나열법으로 고쳐보면,

$B = \{3, 9, 15, 27, 45\}$ 이다.

벤 다이어그램을 그리면 다음과 같다.



색칠한 부분의 원소는 $\{1, 3, 5, 9, 15, 27, 45\}$ 이다.

따라서 모든 원소의 합은

$1 + 3 + 5 + 9 + 15 + 27 + 45 = 105$ 이다.

10. 자연수 k 의 배수를 원소로 하는 집합을 A_k 라 할때, $(A_4 \cap A_6) \supset A_k$ 인 k 의 최솟값을 a 라 하고 $(A_8 \cup A_{12}) \subset A_k$ 인 k 의 최댓값을 b 라 할 때 $a + b$ 의 값은 ?

- ① 16 ② 20 ③ 10 ④ 15 ⑤ 27

해설

$(A_4 \cap A_6) \supset A_k$ 인 k 는 4와 6의 공배수이므로 k 의 최솟값은 4와 6의 최소공배수 12이다. $(A_8 \cup A_{12}) \subset A_k$ 인 k 는 8과 12의 공약수이므로 k 의 최댓값은 8과 12의 최대공약수 4이다.

$\therefore$ 최솟값 a 는 12이고 최댓값 b 는 4이므로 $a + b = 12 + 4 = 16$

11. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A - B) = 3$, $n(B - A) = 5$, $n(A \cup B) = 12$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

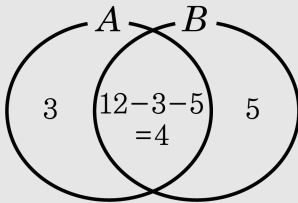
▷ 정답 : 4

해설

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$$

$$12 = 3 + n(A \cap B) + 5 \quad \therefore n(A \cap B) = 4$$

[별해] 벤 다이어그램의 각 부분에 속하는 원소의 개수를 적어 보면



따라서 $n(A \cap B) = 4$ 이다.

12. 1, 2, 3 번 문제의 정답률을 100 명의 학생을 대상으로 조사하였다. 1 번 문제를 맞힌 학생은 50 명, 2 번 문제를 맞힌 학생은 35 명, 3 번 문제를 맞힌 학생은 45 명이였다. 또, 1 번 문제를 맞히고 2 번 문제를 틀린 학생은 35 명, 2 번 문제를 맞히고 3 번 문제를 틀린 학생은 25 명, 3 번 문제를 맞히고 1 번 문제를 틀린 학생은 33 명이였다. 1, 2, 3 번 문제를 모두 틀린 학생이 5 명일 때, 두 문제만 맞힌 학생 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 31 명

해설

전체 학생의 집합 U 라 두고, 1 번 문제를 맞힌 학생의 집합 A , 2 번 문제를 맞힌 학생의 집합 B ,

3 번 문제를 맞힌 학생의 집합을 C 라 두면,

$$n(U) = 100, n(A) = 50, n(B) = 35, n(C) = 45 \text{ 이다.}$$

1 번 문제를 맞히고 2 번 문제를 틀린 학생 수

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 35 \rightarrow n(A \cap B) = 15$$

2 번 문제를 맞히고 3 번 문제를 틀린 학생 수

$$n(B - C) = n(B) - n(B \cap C) = 25 \rightarrow n(B \cap C) = 10$$

3 번 문제를 맞고 1 번 문제를 틀린 학생 수

$$n(C - A) = n(C) - n(C \cap A) = 33 \rightarrow n(C \cap A) = 12$$

1, 2, 3 번 문제를 모두 틀린 학생 수

$$n(U) - n(A \cup B \cup C) = 5 \rightarrow n(A \cup B \cup C) = 95$$

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - (n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)) + n(A \cap B \cap C) \text{ 이므로,}$$

$$95 = 50 + 35 + 45 - 15 - 10 - 12 + n(A \cap B \cap C)$$

$$\rightarrow n(A \cap B \cap C) = 2,$$

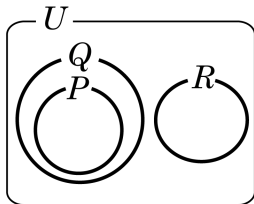
두 문제만 맞힌 학생 수는

$$n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3n(A \cap B \cap C)$$

$$\therefore n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3n(A \cap B \cap C) = 15 + 10 + 12 - 6 =$$

31

13. 전체집합 U 에서 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라 할 때, 세 집합 사이의 포함 관계가 다음 그림과 같다.



이때, 다음 명제 중 참인 것은?

① $q \rightarrow r$

② $r \rightarrow \sim p$

③ $(q \text{ 또는 } r) \rightarrow \sim p$

④ $(\sim q \text{ 이고 } r) \rightarrow p$

⑤ $p \rightarrow (\sim q \text{ 또는 } r)$

해설

② 주어진 벤 다이어그램에서 $R \subset P^c$ 이므로 $r \rightarrow \sim p$ 는 참인 명제이다.

14. 두 조건 $p : |x - 2| \leq h$, $q : |x + 1| \leq 7$ 에 대하여 ‘ p 이면 q 이다.’가 참이 되도록 하는 h 의 최댓값을 구하여라. (단, $h \geq 0$)

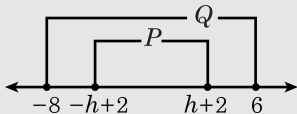
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$p : 2 - h \leq x \leq 2 + h$$

$$q : -8 \leq x \leq 6$$



$$-h + 2 \geq -8 \leftrightarrow h \leq 10, \quad h + 2 \leq 6 \leftrightarrow h \leq 4$$

$$\therefore h \leq 4$$

$\therefore h$ 의 최댓값은 4

15. 어떤 사건을 조사하는 과정에서 네 사람 A, B, C, D 중에서 한 명이 범인이라는 사실을 알았다. 용의자 네 명의 진술 중 옳은 것은 하나뿐일 때, 그 진술을 한 사람과 범인을 차례로 쓴 것은?

A : 범인은 B 이다.

B : 범인은 D 이다.

C : 나는 범인이 아니다.

D : B 는 거짓말을 하고 있다.

① A, D

② B, C

③ C, B

④ D, C

⑤ B, A

해설

B 가 옳은 진술이라면 범인은 D 가 되고 C 도 옳은 진술이 된다. 그러나 진실을 말한 사람은 한 명뿐이기 때문에 B 는 거짓이 되고, D 가 옳은 진술이 된다. D 를 제외한 나머지 모두 거짓말이 되기 때문에 범인은 C 다.