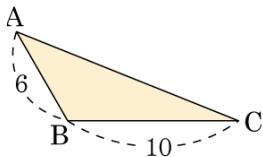


1. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 6$,
 $\overline{BC} = 10$ 이고, 넓이가 $15\sqrt{3}$ 일 때, $\angle B$ 의
 크기는? (단, $90^\circ < \angle B \leq 180^\circ$)



- ① 95° ② 100° ③ 120°
 ④ 135° ⑤ 150°

해설

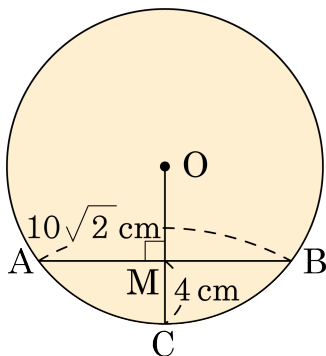
두 변의 길이가 a, b 이고 그 끼인 각 x 가 둔각이면,

$$\text{삼각형의 넓이 } S = \frac{1}{2}ab \sin(180^\circ - x)$$

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 6 \times \sin(180^\circ - \angle B) = 15\sqrt{3}, \quad 30 \sin(180^\circ - \angle B) = 15\sqrt{3}$$

$$\text{따라서 } \sin(180^\circ - \angle B) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ, \quad \angle B = 120^\circ \text{ 이다.}$$

2. 다음 그림에서 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$, $\overline{AB} = 10\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{MC} = 4\text{cm}$ 일 때, 원 O의 지름의 길이는?



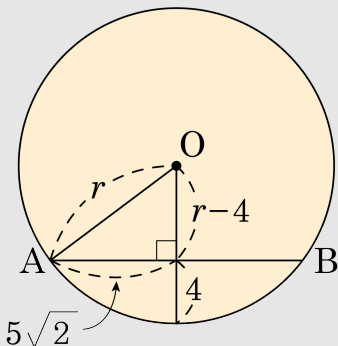
- ① $\frac{33}{4}\text{cm}$ ② $\frac{33}{2}\text{cm}$ ③ 33cm
 ④ $\frac{33\sqrt{2}}{2}\text{cm}$ ⑤ $\frac{33\sqrt{3}}{2}\text{cm}$

해설

$\overline{OA} = r\text{cm}$ 이라 하면, $\overline{OM} = (r - 4)\text{cm}$ 로 둘 수 있다.

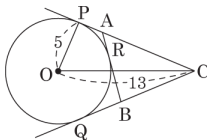
$$r^2 = (r - 4)^2 + (5\sqrt{2})^2, r^2 = r^2 - 8r + 16 + 50 \quad \therefore r = \frac{33}{4}$$

따라서 원의 지름은 $\frac{33}{4} \times 2 = \frac{33}{2} (\text{cm})$ 이다.



3. 다음 그림에서 $\overline{CP}$, $\overline{CQ}$, $\overline{AB}$ 는 반지름이 5 인 원 O 의 접선이고 점 P, R, Q 는 접점이다.

$\overline{OP} = 5$, $\overline{OC} = 13$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



① 12

② 16

③ 18

④ 24

⑤ 28

해설

$\triangle OCP$ 가 직각삼각형이므로 $\overline{PC} = 12$

접선의 길이는 같으므로 $\overline{PA} = \overline{AR}$, $\overline{QB} = \overline{BR}$

$\triangle ABC$ 의 둘레의 길이

$$= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$$

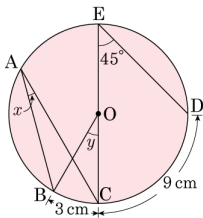
$$= \overline{AR} + \overline{BR} + \overline{BC} + \overline{CA}$$

$$= \overline{PA} + \overline{QB} + \overline{BC} + \overline{CA}$$

$$= \overline{PC} + \overline{QC}$$

$$= 24$$

4. 다음 그림에서 $2\angle x - \angle y$ 의 크기는?



① 0°

② 15°

③ 30°

④ 45°

⑤ 60°

해설

$$5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD} = 3 : 9 = x : 45$$

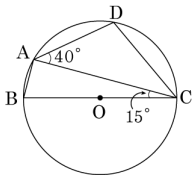
$$\therefore x = 15^\circ$$

(원주각 $\times 2 =$ 중심각) 이므로

$$\therefore y = 2x = 30^\circ$$

따라서 $2\angle x - \angle y = 30 - 30 = 0^\circ$ 이다.

5. 다음 그림에서 $\angle DAC = 40^\circ$, $\angle ACB = 15^\circ$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하면?



① 100°

② 105°

③ 110°

④ 115°

⑤ 120°

해설

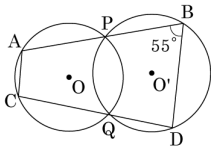
$\angle BAC = 90^\circ$ 이므로 $\angle ABC = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$

□ABCD 가 원에 내접하므로

$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

$\therefore \angle ADC = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$

6. 다음 그림에서 $\angle DBP = 55^\circ$ 일 때, $\angle CAP$ 의 크기는?



① 85°

② 95°

③ 105°

④ 115°

⑤ 125°

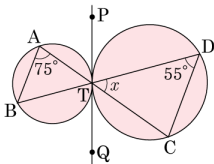
해설

$$\angle PQC = \angle PBD = 55^\circ$$

$$\angle CAP + \angle PQC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle CAP = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$$

7. 다음 그림에서 두 원이 점 T에서 서로 접하고 $\angle BAT = 75^\circ$, $\angle CDT = 55^\circ$ 일 때, $\angle CTD$ 의 크기는?



① 45°

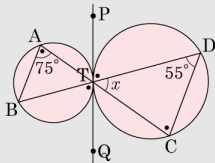
② 50°

③ 55°

④ 65°

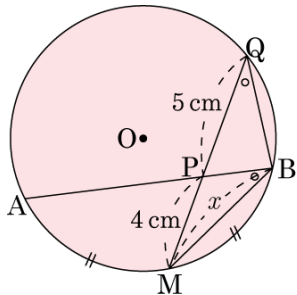
⑤ 75°

해설



접선과 현이 이루는 각의 성질과 맞꼭지각의 성질에 따라
 $\angle DCT = 75^\circ$, $\triangle DCT$ 에서 $\therefore x = 180^\circ - 75^\circ - 55^\circ = 50^\circ$

8. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



① 4 cm

② 5 cm

③ 6 cm

④ 7 cm

⑤ 8 cm

해설

$$x^2 = 4(4 + 5) \quad \therefore x = 6 \text{ cm}$$

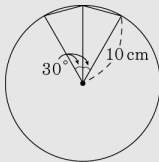
9. 반지름의 길이가 10cm 인 원에 내접하는 정십이각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 : cm²

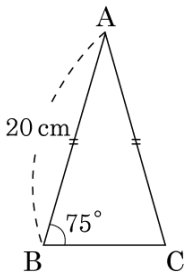
▶ 정답 : 300 cm²

해설

$$\begin{aligned}& \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin 30^\circ \times 12 \\&= \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \frac{1}{2} \times 12 \\&= 300 \text{ (cm}^2\text{)}\end{aligned}$$



10. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 20\text{cm}$, $\angle C = 75^\circ$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

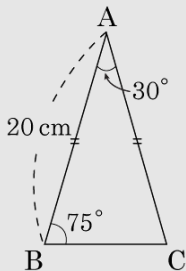


▶ 답 : cm^2

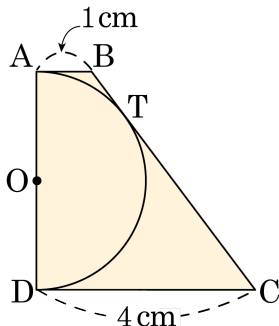
▷ 정답 : 100 cm^2

해설

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2} \times 20 \times 20 \times \sin 30^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 20 \times 20 \times \frac{1}{2} \\ &= 100(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

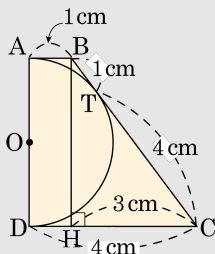


11. 그림에서 $\overline{AD}$ 는 반원의 지름이고, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 는 반원에 접한다. 이 때, $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는?



- ① 14cm ② 28cm ③ 31cm ④ 35cm ⑤ 40cm

해설



점 B 에서 $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하자.

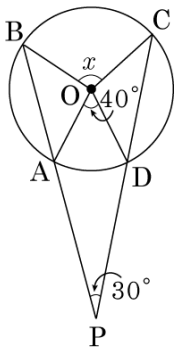
$$\overline{AB} = \overline{BT}, \overline{DC} = \overline{CT}$$

$$\overline{CH} = 3 \text{ cm}, \overline{BC} = \overline{BT} + \overline{CT} = 5 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{BH} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ cm} \therefore \overline{AD} = \overline{BH} = 4 (\text{cm})$$

$$\text{따라서, } \square ABCD \text{ 의 둘레의 길이는 } \overline{AB} + \overline{AD} + \overline{DC} + \overline{BC} = 1 + 4 + 4 + 5 = 14 (\text{cm})$$

12. 점 P는 원 O의 두 현 AB, CD의 연장선의 교점이고 $\angle AOD = 40^\circ$, $\angle APD = 30^\circ$ 일 때, $\angle BOC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: °

▷ 정답: 100 °

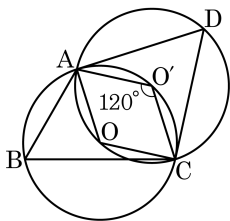
해설

점 A와 C를 이으면

$\angle ACD = 20^\circ$, $\angle BAC = 20^\circ + 30^\circ = 50^\circ$ 이다.

$\therefore x = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$

13. 다음 그림과 같이 합동인 두 원 O , O' 이 원의 중심을 지날 때, 그림에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

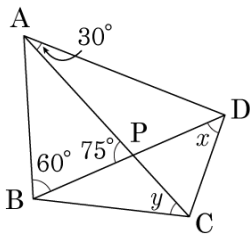


- ① $\square AOCO'$ 은 마름모이다.
- ② $\angle B = 60^\circ$
- ③ $\angle OAO'$ 의 크기는 60° 이다.
- ④ $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 크기는 같다.
- ⑤ $\angle AOC$ 의 크기는 140° 이다.

해설

$$\angle AOC = 120^\circ$$

14. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있을 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답: °

▶ 정답: 90°

해설

$\angle BAC = \angle BDC = x$ 이므로 $x^\circ = 180^\circ - (60^\circ + 75^\circ) = 45^\circ$
 $\angle DAC = \angle DBC = 30^\circ$ 이므로 $y^\circ = 180^\circ - (45^\circ + 60^\circ + 30^\circ) = 45^\circ$

$$\therefore x + y = 45 + 45 = 90$$

15. 다음 그림의 원 O 에서 $\triangle CDP$ 는 $\overline{CP} = \overline{DP}$ 인 이등변삼각형이고 $\overleftrightarrow{TT'}$ 은 접선이다. $\overline{CD} \parallel \overleftrightarrow{TT'}$, $\angle BFD = 72^\circ$ 일 때, $\angle BAP$ 의 크기는?

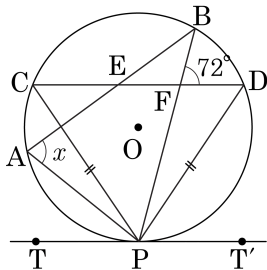
① 70°

② 72°

③ 74°

④ 76°

⑤ 78°



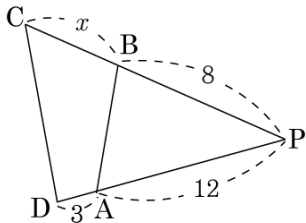
해설

$\angle BPT' = 72^\circ$ ($\because \angle BFD$ 와 동위각)

$\therefore \angle x = \angle BPT' = 72^\circ$

16. 다음 그림에서 □ABCD 가 원에 내접하도록 하는 x 의 값을 구하면?

- ① 14.5 ② 15 ③ 15.5
④ 16 ⑤ 16.5



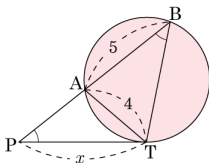
해설

$$12 \times 15 = 8(8 + x), 180 = 64 + 8x$$

$$8x = 116$$

$$\therefore x = 14.5$$

17. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고, 점 T는 접점이다. $\angle P = \angle B$ 일 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

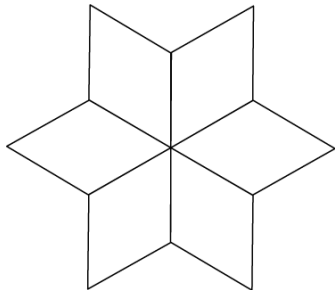
$\angle ABT = \angle ATP = \angle APT$ 이므로

$$\overline{PA} = 4$$

$$x^2 = 4 \times (4 + 5) = 36$$

$$\therefore x = 6$$

18. 다음 그림은 한 변의 길이가 3cm 인 여섯 개의 합동인 마름모로 이루어진 별모양이다. 별의 넓이가 $a\sqrt{b}\text{cm}^2$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, b 는 최소의 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

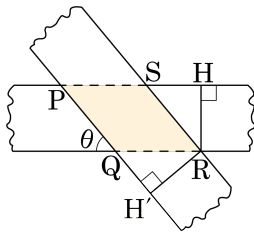
$360^\circ \div 6 = 60^\circ$ 이므로 마름모 한 개의 넓이는

$$3 \times 3 \times \sin 60^\circ = \frac{9}{2} \sqrt{3} (\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

따라서, 별의 넓이는 $\frac{9}{2} \sqrt{3} \times 6 = 27 \sqrt{3} (\text{cm}^2)$

$\therefore a + b = 27 + 3 = 30$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 폭이 1로 일정한 두 종이 테이프가 θ 의 각을 이루며 겹쳐 있을 때, $\square PQRS$ 의 넓이를 구하여라.



㉠ $\frac{1}{\sin \theta}$

㉡ $\frac{1}{\sin^2 \theta}$

㉢ $\sin \theta$

㉤ $\frac{1}{1 - \cos \theta}$

㉥ $\frac{1}{(1 - \cos \theta)^2}$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

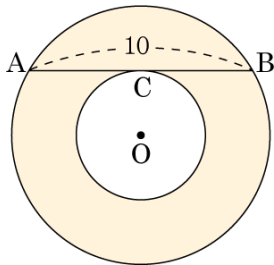
점 R에서 $\overrightarrow{PS}$, $\overrightarrow{PQ}$ 에 내린 수선의 발을 각각 H, H'이라 하면 $\triangle QRH'$ 에서 $\angle RQH' = \theta$ 이므로

$$\overline{QR} = \frac{\overline{RH'}}{\sin \theta} = \frac{1}{\sin \theta} \text{ 이다. 또, } \triangle SRH \text{에서}$$

$$\angle RSH = \theta \text{ 이므로 } \overline{SR} = \frac{\overline{RH}}{\sin \theta} = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\begin{aligned} \therefore \square PQRS &= \overline{QR} \times \overline{SR} \times \sin \theta \\ &= \frac{1}{\sin \theta} \times \frac{1}{\sin \theta} \times \sin \theta = \frac{1}{\sin \theta} \end{aligned}$$

20. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB가 작은 원에 접하고, $\overline{AB} = 10$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



① 10π

② 15π

③ 20π

④ 25π

⑤ 30π

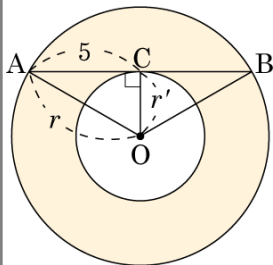
해설

큰 원의 반지름의 길이를 r , 작은 원의 반지름의 길이를 r' 이라고 하자.

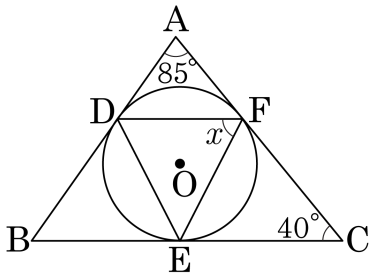
$\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로

$$\overline{OC} \perp \overline{AB}, \quad \overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5$$

직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r'^2 = 5^2$
 (색칠한 부분의 넓이) $= \pi r^2 - \pi r'^2 =$
 $\pi(r^2 - r'^2) = 25\pi$



21. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, $\triangle DEF$ 의 외접원이다.
 $\angle DAF = 85^\circ$, $\angle ECF = 40^\circ$ 일 때, $\angle DFE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°

▷ 정답 : 62.5 °

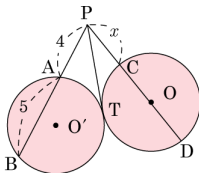
해설

$$\angle ABC = 180^\circ - (85^\circ + 40^\circ) = 55^\circ$$

$\overline{BD} = \overline{BE}$ 이므로

$$\angle BED = \angle DFE = (180^\circ - 55^\circ) \div 2 = 62.5^\circ$$

22. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 두 원 O, O' 의 공통접선이다. $\overline{PA} = 4$, $\overline{AB} = 5$ 이고 $\overline{PC} : \overline{CO} = 1 : 2$ 일 때, 원 O 의 넓이는 $\frac{b}{a}\pi$ 라고 한다. 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

▷ 정답 : 149

해설

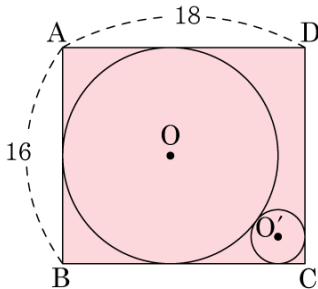
$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$$

$$4 \times 9 = x \times 5x, \quad x^2 = \frac{36}{5}$$

한편, 원의 넓이는 $\frac{144}{5}\pi$ 이다.

따라서 $a + b = 5 + 144 = 149$ 이다.

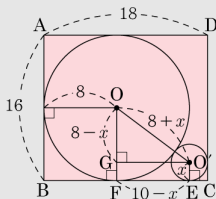
23. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\overline{AB} = 16$, $\overline{AD} = 18$ 이고 두 원이 서로 접해 있을 때, 작은 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설



작은 원의 반지름을 x 라 할 때

$$\overline{OO'} = 8 + x$$

$$\overline{O'G} = 18 - 8 - x = 10 - x$$

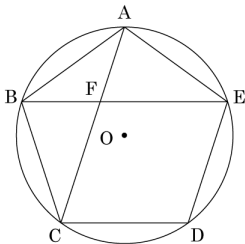
$$\overline{OG} = 8 - x$$

$$\therefore (8 + x)^2 = (8 - x)^2 + (10 - x)^2$$

$$x^2 - 52x + 100 = 0, (x - 2)(x - 50) = 0$$

$$\therefore x = 2 (\because x < 8)$$

24. 다음 그림과 같이 원 O에 내접하는 정오각형 ABCDE에 대하여 $\overline{CF}$
 $\overline{BC}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

정오각형에서 호 BC는 원주의 $\frac{1}{5}$ 이므로

$$\angle BAC = 180^\circ \times \frac{1}{5} = 36^\circ$$

$\triangle ABC \sim \triangle AFB$ (AA 닮음)

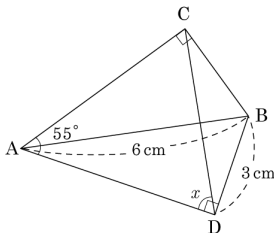
또한 $\triangle ABF$ 에서 외각의 성질에 의하여 $\angle BFC = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$

$$\angle CBF = 180^\circ - (36^\circ + 72^\circ) = 72^\circ$$

따라서 $\triangle BCF$ 는 $\overline{BC} = \overline{CF}$ 인 이등변삼각형이다.

$$\therefore \frac{\overline{CF}}{\overline{BC}} = 1$$

25. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD 에서 $\angle C = \angle D = 90^\circ$, $\angle A = 55^\circ$ 이고 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BD} = 3\text{cm}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 65 °

해설

$\angle C = \angle D = 90^\circ$ 이므로 사각형 ABCD 는 원에 내접하는 사각형이다. 즉, 원의 중심을 O 라 하면 중심 O 는 AB 위에 있다.

직각삼각형 ABD 에서 $\overline{AB} : \overline{BD} = 6 : 3 = 2 : 1$ 이므로 특수한 직각삼각형의 변의 길이에서

$$\angle DAB = 30^\circ, \angle ABD = 60^\circ$$

$$\therefore \angle CAB = 55^\circ - 30^\circ = 25^\circ$$

$\angle CDB = \angle CAB = 25^\circ$ (5.0pt $\widehat{BC}$ 에 대한 원주각)

$$\therefore \angle x = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$$