

1. 등식  $(x-2)(ax-3) = 4x^2 + bx + c$ 가 항등식이 되도록 상수  $a, b, c$ 의 값을 구하면?

①  $a = 4, b = 5, c = 6$

②  $a = 2, b = -10, c = 5$

③  $a = 4, b = -11, c = 6$

④  $a = 2, b = -10, c = 6$

⑤  $a = 2, b = -9, c = 5$

해설

(좌변) =  $ax^2 - (2a+3)x + 6$  이므로

$$ax^2 - (2a+3)x + 6 = 4x^2 + bx + c$$

계수를 비교하면  $a = 4, -2a - 3 = b, 6 = c$

이것을 풀면  $a = 4, b = -11, c = 6$

2. 등식  $3x^2 + 5x = a(x-1)^2 + b(x+1) + c$ 가  $x$ 에 관한 항등식이 되도록 하는 상수  $a, b, c$ 에 대하여  $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

### 해설

우변을 전개하여 계수비교법으로 미정계수를 구한다.

$$\begin{aligned} 3x^2 + 5x &= a(x-1)^2 + b(x+1) + c \\ &= ax^2 + (-2a+b)x + a+b+c \end{aligned}$$

$$a = 3, -2a + b = 5, a + b + c = 0$$

$$\therefore a = 3, b = 11, c = -14$$

$$\therefore a + b - c = 28$$

### 해설

수치대입법으로 미정계수를 구해도 된다.

양변에  $x = 0$ 을 대입하면

$$0 = a + b + c \cdots \text{㉠}$$

양변에  $x = 1$ 을 대입하면

$$8 = 2b + c \cdots \text{㉡}$$

양변에  $x = -1$ 을 대입하면

$$-2 = 4a + c \cdots \text{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하면

$$a = 3, b = 11, c = -14$$

$$\therefore a + b - c = 28$$

3. 임의의 실수  $x, y$ 에 대하여,  $(x+y)a^2 + (x-y)b = 4x + y$ 가 성립할 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은?

①  $\frac{13}{4}$

②  $\frac{15}{4}$

③  $\frac{17}{4}$

④  $\frac{19}{4}$

⑤  $\frac{21}{4}$

해설

$$(a^2 + b)x + (a^2 - b)y = 4x + y$$

$$a^2 + b = 4 \cdots \text{①}, a^2 - b = 1 \cdots \text{②}$$

$$\text{①, ②에서 } a^2 = \frac{5}{2}, b = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{19}{4}$$

4.  $(x+1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$  이  $x$ 에 대한 항등식일 때,  $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ 의 값을 구하면?

① 8

② 16

③ 32

④ 64

⑤ 128

해설

양변에  $x = 1$ 을 대입하면,

$(1+1)^5 = a_0 + a_1 + \cdots + a_5$  이므로

$\therefore 2^5 = 32$

5. 다항식  $x^3 + 5x^2 - kx - k$  가  $x - 1$  로 나누어 떨어지도록 상수  $k$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

인수정리에 의해서  $x = 1$  을 대입하면

$$1^3 + 5 \times 1^2 - k \times 1 - k = 0$$

$$\therefore k = 3$$

6. 다항식  $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 2x - k$  가  $x - 2$  를 인수로 가질 때,  $k$  의 값은?

① 8

② 10

③ 12

④ 16

⑤ 20

해설

$$f(2) = 24 - 16 + 4 - k = 0$$

$$\therefore k = 12$$

7. 다음 등식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $xy$ 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

### 해설

$k$ 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은  $k$ 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면  $x = 2, y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

8. 다항식  $x^3 + ax - 8$ 을  $x^2 + 4x + b$ 로 나눌 때, 나머지가  $3x + 4$ 가 되도록 상수  $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-7$

해설

$x^3 + ax - 8$ 을  $x^2 + 4x + b$ 로 직접나눈 나머지는  
 $(a - b + 16)x + 4b - 8$

$$(a - b + 16)x + 4b - 8 = 3x + 4 \cdots \text{㉠}$$

㉠이  $x$ 에 대한 항등식이므로,

$$a - b + 16 = 3, 4b - 8 = 4$$

$$\therefore a = -10, b = 3$$

$$\therefore a + b = -7$$

해설

$x^3 + ax - 8 = (x^2 + 4x + b)(x + p) + 3x + 4$ 의 양변의 계수를 비교하여  $a = -10, b = 3, p = -4$ 를 구해도 된다.



9.  $x$ 에 관한 삼차식  $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을  $x+1$ 로 나누면 나머지가 5이고,  $x-2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수  $m-n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

### 해설

나머지 정리를 이용한다.

주어진 식에  $x = -1$ ,  $x = 2$ 를 각각 대입하면,

$$(-1)^3 + m(-1)^2 + n(-1) + 1 = 5 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$(2)^3 + m(2)^2 + n \cdot 2 + 1 = 3 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하면,

$$m = \frac{2}{3}, n = -\frac{13}{3}$$

$$\therefore m - n = 5$$

10. 다항식  $f(x)$ 를  $(x+3)(x-6)$ 으로 나누었을 때의 나머지가  $x-2$ 이었다.  
 $f(x)$ 를  $(x+3)$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

$$f(x) = (x+3)(x-6)Q(x) + x-2 \text{이므로}$$

$$f(-3) = -5$$

11.  $f(x) = x^2 - ax + 1$ 이  $x - 1$ 로 나누어 떨어질 때 상수  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $a = 2$

해설

$$f(1) = 1^2 - a \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

12. 다항식  $f(x)$ 를 두 일차식  $x-1$ ,  $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때,  $f(x)$ 를  $x^2-3x+2$ 로 나눌 때 나머지는?

①  $x+3$

②  $-x+3$

③  $x-3$

④  $-x-3$

⑤  $-x+1$

### 해설

$f(x)$ 를  $x-1$ ,  $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로  
 $f(1) = 2, f(2) = 1$ , 구하는 나머지를  $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 3x + 2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

양변에 각각  $x=1$ ,  $x=2$ 를 대입하면

$$f(1) = a + b = 2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

두 식을 연립하여 구하면  $a = -1, b = 3$

$\therefore$  구하는 나머지는  $-x+3$

13.  $f(x) = 3x^3 + px^2 + qx + 12$  가  $x+2$  로도 나누어떨어지고,  $x-1$  로도 나누어떨어질 때,  $\frac{q}{p}$  의 값은?

① 9

② 4

③ -9

④ -3

⑤ -12

해설

$$f(-2) = -24 + 4p - 2q + 12 = 0$$

$$f(1) = 3 + p + q + 12 = 0$$

$$p = -3, q = -12, \frac{q}{p} = \frac{-12}{-3} = 4$$

14. 다항식  $ax^3 + bx^2 - 4$  가  $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어지도록  $a, b$ 를 정할 때,  $a$ 와  $b$ 의 곱을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} ax^3 + bx^2 - 4 &= (x^2 + x - 2)Q(x) \\ &= (x - 1)(x + 2)Q(x) \end{aligned}$$

양변에  $x = 1, x = -2$  를 각각 대입하면

$$a + b - 4 = 0, -8a + 4b - 4 = 0$$

두 식을 연립하여 풀면  $a = 1, b = 3$

$$\therefore ab = 3$$

해설

$$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)(ax + 2)$$

우변을 전개하여 계수를 비교하면

$$a = 1, b = 3 \therefore ab = 3$$

15. 다항식  $f(x) = x^3 + ax^2 + 3$ 을 일차식  $x - 1$ 로 나누어 떨어지도록  $a$ 의 값을 정하면?

① -2

② -4

③ -6

④ -8

⑤ -10

해설

$$f(1) = 1 + a + 3 = 0, a = -4$$

16. 등식  $3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$  이  $x$  에 관한 항등식일 때, 상수  $b$  의 값은?

① 3

② -4

③ 2

④ 8

⑤ 6

해설

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

$$= (x-1) \{a(x-1) + b\} + c$$

1	3	2	1	
		3	5	
1	3	5	6	← c
		3		
	3	8		← c
	↑			
	a			

해설

$x = 1$  을 대입하면  $c = 6$

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + 6$$

$$\rightarrow 3x^2 + 2x - 5 = a(x-1)^2 + b(x-1)$$

$$\rightarrow (x-1)(3x+5) = a(x-1)^2 + b(x-1)$$

→ 양변을  $x-1$  로 나누면

$$3x+5 = a(x-1) + b = ax - a + b$$

$$\therefore a = 3, b = 8$$

※ 준식의 우변을 모두 전개해서 계수비교하여 구할 수도 있다.



17.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 을  $(x-1)^2$ 을 나누었을 때 나머지가  $2x + 1$ 이 되도록 상수  $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

### 해설

최고차항의 계수가 1이므로

$$x^3 + ax^2 + bx + 3$$

$$= (x-1)^2(x+k) + 2x + 1$$

$$= x^3 + (k-2)x^2 + (3-2k)x + k + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$a = k - 2, \quad b = 3 - 2k, \quad 3 = k + 1$$

$$k = 2 \text{이므로 } a = 0, \quad b = -1$$

$$\therefore a - b = 0 - (-1) = 1$$

18.  $x^3 - 4x^2 + ax + b$ 를  $(x + 1)^2$ 으로 나누면 나머지가 7이 될 때,  $a + b$ 의 값은?

① -12

② -10

③ 0

④ 10

⑤ 12

해설

직접 나뉘본다.

$$\begin{array}{r}
 \phantom{x^2+2x+1} \overline{x-6} \\
 x^2+2x+1 \overline{) x^3-4x^2+ax+b} \\
 \underline{- (x^3+2x^2+x)} \phantom{+} \\
 \phantom{x^2+2x+1} -6x^2+(\alpha-1)x+b \\
 \underline{- (-6x^2-12x-6)} \\
 \phantom{x^2+2x+1} (\alpha+11)x+b+6
 \end{array}$$

나머지가 7이므로  $a + 11 = 0, b + 6 = 7$

$$\therefore a = -11, b = 1$$

$$\therefore a + b = -10$$

해설

$$x^3 - 4x^2 + ax + b$$

$$= (x + 1)^2(x + k) + 7$$

$$= x^3 + (k + 2)x^2 + (2k + 1)x + k + 7$$

계수를 비교하면

$$k + 2 = -4, 2k + 1 = a, k + 7 = b$$

$$k = -6 \text{ 이므로 } a = -11, b = 1$$

$$\therefore a + b = -10$$

19. 다항식  $2x^{30} + 2x^{28} - x$ 를  $x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$ 라 할 때,  $Q(x)$ 를  $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지는?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$2x^{30} + 2x^{28} - x = (x + 1)Q(x) + R$$

양변에  $x = -1$ 을 대입 하면,

$$2 + 2 + 1 = R \therefore R = 5$$

양변에  $x = 1$ 을 대입 하면,

$$2 + 2 - 1 = 2Q(1) + 5$$

$$\therefore Q(1) = -1$$

20.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 - x + b$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

$$\begin{array}{r|rrrr}
 k & 1 & a & -1 & b \\
 & & c & d & a \\
 \hline
 & 1 & 4 & 3 & \boxed{5}
 \end{array}$$

- ①  $a = 3$                       ②  $b = 2$                       ③  $c = 1$   
 ④  $d = 4$                       ⑤  $k = -1$

해설

다항식  $x^3 + ax^2 - x + b$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|rrrr}
 1 & 1 & a & -1 & b \\
 & & 1 & a+1 & a \\
 \hline
 & 1 & a+1 & a & \boxed{b+a}
 \end{array}$$

$k = 1, a = 3, b = 2, c = 1, d = 4$   
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.