

1. 좌표축을 평행이동하여 원점을 점  $(a, b)$  로 이동하였더니 방정식  $x^2 + y^2 = 16$  이 새로운 좌표축에서  $x^2 + y^2 + 4x - 2y + c = 0$  인 방정식으로 되었다. 이 때, 상수  $a, b, c$  의 합  $a + b + c$  의 값은?

① -10

② -12

③ -14

④ -16

⑤ -18

### 해설

원점을 점  $(a, b)$  로 평행이동시키는 좌표축의 변환은, 좌표평면 위의 모든 점을  $x$  축으로  $-a$  만큼,  $y$  축으로  $-b$  만큼 평행이동시키는 변환과 같다.

또, 원을 평행이동하면 반지름의 길이는 변하지 않고 중심좌표만 평행이동된다.

$$\therefore x^2 + y^2 = 16 \rightarrow (x - a)^2 + (y - b)^2 = 16 \text{ 으로 이동}$$

$$\therefore x^2 + y^2 + 4x - 2y + c = 0 \rightarrow (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 5 - c \text{ 이므로}$$

$$a = -2, b = +1, c = 5 - c = 16 \rightarrow c = -11$$

$$\therefore a + b + c = -12$$

2. 좌표평면에서 점  $(3, -1)$ 을 점  $(1, 2)$ 로 옮기는 평행이동에 의해 원  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 은 원  $x^2 + y^2 = 1$ 로 옮겨진다. 이 때, 상수  $a, b, c$ 의 합  $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

점  $(3, -1)$ 을 점  $(1, 2)$ 로 옮기는 평행이동은  $x$ 축의 방향으로  $-2$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $3$ 만큼 평행이동한 것이다.

$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 에서

$x$  대신에  $x + 2$ 를,  $y$  대신에  $y - 3$ 을 대입하면

$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 + a(x + 2) + b(y - 3) + c = 0$$

정리하면

$$x^2 + y^2 + (a + 4)x + (b - 6)y + 2a - 3b + c + 13 = 0$$

이 식과  $x^2 + y^2 = 1$ 이 일치하므로

$$a + 4 = 0, b - 6 = 0, 2a - 3b + c + 13 = -1$$

$$\therefore a = -4, b = 6, c = 12$$

$$\therefore a + b + c = 14$$

해설

원  $x^2 + y^2 = 1$ 을  $x$ 축의 방향으로  $2$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-3$ 만큼 평행이동하면

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 1$$

전개하면  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0$

$$\therefore a = -4, b = 6, c = 12$$

3. 원  $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 6 = 0$ 을  $x$ 축 방향으로  $p$ 만큼,  $y$ 축방향으로  $q$ 만큼 평행이동시키면 원  $x^2 + y^2 - 2x + 6y + c = 0$ 이 된다. 이 때,  $pq + c$ 의 값은?

① -2

② -4

③ -6

④ -8

⑤ -10

### 해설

원을 평행이동시키면 반지름의 길이는 변하지 않고, 중심좌표만 변한다.

$$x^2 + y^2 + 2x - 2y - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 8$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y + c = 0$$

$$\Rightarrow (x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 10 - c$$

$\therefore (-1, 1) \rightarrow (1, -3)$ 이므로,  $x$ 축으로 2만큼,  $y$ 축으로 -4만큼 평행이동한 것이고,  $8 = 10 - c$ 에서  $c = 2$ 이다.

$$\therefore pq + c = 2 \cdot (-4) + 2 = -6$$

4. 직선  $y = 2x + k$  를 원점에 대하여 대칭이동한 직선의  $y$  절편이  $-3$  일 때, 상수  $k$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

### 해설

직선  $y = 2x + k$  를 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은  $-y = -2x + k$ , 즉  $y = 2x - k$  이 때, 이 직선의  $y$  절편이  $-3$  이 되어야 하므로

$$-k = -3$$

$$\therefore k = 3$$

5. 다음은 점  $P(a, b)$  의 직선  $y = x$  에 대해 대칭인 점  $Q$  의 좌표  $(x, y)$  를 구하는 과정이다.

에 알맞은 말을 차례대로 써 넣어라.

(1)  $\overline{PQ}$  의 중점  $\left(\frac{x+a}{2}, \frac{y+b}{2}\right)$  은 직선

위에 있으므로  $\frac{y+b}{2} = \frac{x+a}{2}$

$$\therefore x - y = b - a \cdots \textcircled{1}$$

(2) 직선  $PQ$  는 직선  $y = x$  에 수직이므로

$$\frac{y-b}{x-a} = \text{$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$  를 연립하여  $x, y$  를 구하면

$x = \text{$ ,  $y = \text{$  이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

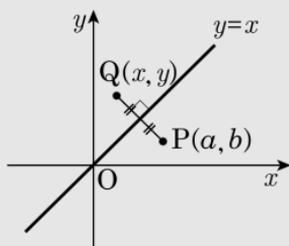
▷ 정답 :  $y = x$

▷ 정답 :  $-1$

▷ 정답 :  $b$

▷ 정답 :  $a$

해설



6. 직선  $y = -4x + 7$ 을  $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 직선을  $l_1$ , 원점에 대하여 대칭이동한 직선을  $l_2$ 라고 할 때, 두 직선  $l_1, l_2$ 의 기울기의 곱은?

- ①  $-1$       ②  $-\frac{1}{16}$       ③  $\frac{1}{16}$       ④  $1$       ⑤  $16$

해설

$$l_1 : y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{4}, \quad l_2 : y = -4x - 7$$

$$l_1 \text{의 기울기} : -\frac{1}{4}, \quad l_2 \text{의 기울기} : -4$$

$$\therefore \text{두 직선 } l_1, l_2 \text{의 기울기의 곱은 } -\frac{1}{4} \times -4 = 1 \text{ 이다.}$$

7. 좌표평면 위의 점 P 를  $y$  축에 대하여 대칭이동 하고  $x$  축 방향으로 2,  $y$  축 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 다시 직선  $y = x$  에 대하여 대칭이동 하였더니 원래의 점 P 가 되었다. 점 P 의 좌표는?

①  $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

②  $\left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$

③  $\left(\frac{7}{2}, \frac{1}{3}\right)$

④  $\left(\frac{7}{2}, -\frac{1}{3}\right)$

⑤  $\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$

### 해설

$P = (x, y)$  라 하면,

$$(x, y) \xrightarrow{y\text{축 대칭}}$$

$$(-x, y) \xrightarrow{x\text{축으로 2, } y\text{축으로 3만큼 평행이동}}$$

$$(-x + 2, y + 3) \xrightarrow{y=x\text{에 대칭}} (y + 3, -x + 2)$$

$$\Rightarrow (y + 3, -x + 2) = (x, y)$$

$$\Rightarrow x = y + 3, \quad y = -x + 2$$

$$\text{두 식을 연립하면, } x = \frac{5}{2}, \quad y = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore P \left( \frac{5}{2}, -\frac{1}{2} \right)$$

8.  $x, y$  평면에서 두 변환  $f, g$  가 다음과 같다고 하자.

$$f : (x, y) \rightarrow (x+2, y-4), \quad g : (x, y) \rightarrow (y, x)$$

이 때 직선  $y = x + 2$  는 변환  $g \circ f$  에 의해서 직선  $y = ax + b$  로 변환된다.  $a + b$  의 값을 구하면 ?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$(x, y) \xrightarrow{f} (x+2, y-4) \xrightarrow{g} (y-4, x+2)$$

$$\therefore g \circ f : (x, y) \rightarrow (y-4, x+2)$$

$x' = y - 4, y' = x + 2$  에서

$$y = x' + 4, x = y' - 2$$

$$x' + 4 = y' - 2 + 2$$

$$y' = x' + 4$$

$$\therefore y = x + 4$$

$$\therefore a + b = 5$$

해설

$y = x + 2$  는  $f$  에 의해 평행이동하면

$$y + 4 = (x - 2) + 2, y + 4 = x$$

$y + 4 = x$  를  $g$  에 의해  $y = x$  에 대칭이동하면

$$x + 4 = y$$

$$\therefore y = x + 4$$

9. 두 점 A(1, 2), B(7, 10) 을 지름의 양 끝으로 하는 원  $C_1$  을  $x$  축에 대하여 대칭이동한 원을  $C_2$  라고 하자. 두  $C(0, -3)$ ,  $D(a, b)$  가 원  $C_2$  의 지름의 양 끝일 때,  $a + b$  의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

### 해설

원  $C_1$  의 중심은 선분 AB 의 중점과 같으므로

이 원의 중심의 좌표는  $\left(\frac{1+7}{2}, \frac{2+10}{2}\right)$ , 즉, (4, 6)

한 편, 원  $C_2$  의 중심은 원  $C_1$  의 중심을

$x$  축에 대하여 대칭이동한 점이므로 그 좌표는 (4, -6) 이다.

이 때, 선분 CD 의 중점이 원  $C_2$  의 중심과

같으므로  $\left(\frac{0+a}{2}, \frac{-3+b}{2}\right)$  는 (4, -6) 과 같다.

따라서,  $\frac{0+a}{2} = 4$  에서  $a = 8$

$\frac{-3+b}{2} = -6$  에서  $b = -9$

$\therefore a + b = -1$

10. 원  $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 1$  을 직선  $y = -x + 1$  에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  일 때,  $a + b + c$  의 값은?

① -3

② -1

③ 0

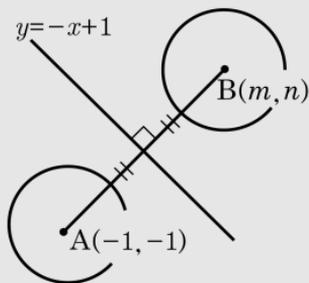
④ 3

⑤ 5

해설

원  $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 1$  을 직선  $y = -x + 1$  에 대하여 대칭이동한 도형은 반지름의 길이가 1 인 원이다.

이때, 옮기기 전의 원의 중심을  $A(-1, -1)$ , 옮긴 후의 원의 중심을  $B(m, n)$  이라고 하면



선분 AB 는 직선  $y = -x + 1$  과 수직이므로

$$\frac{n+1}{m+1} \cdot (-1) = -1 \text{ 에서}$$

$$m = n \dots\dots \text{㉠}$$

또한, 선분 AB 의 중점  $\left(\frac{m-1}{2}, \frac{n-1}{2}\right)$  은

직선  $y = -x + 1$  위에 있으므로

$$\frac{n-1}{2} = -\frac{m-1}{2} + 1 \text{ 에서}$$

$$m + n = 4 \dots\dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$m = 2, n = 2$$

따라서, 대칭이동하여 옮겨진 원은 중심이  $(2, 2)$

이고 반지름의 길이가 1 이므로 그 방정식은

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$$

$$\text{즉, } x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$$

$$\therefore a = -4, b = -4, c = 7$$

$$\therefore a + b + c = -1$$

11. 좌표평면 위의 점  $(1, 5)$  을  $y = x + 3$  에 대하여 대칭이동 시킨 점의 좌표를 구하면?

①  $(-1, 2)$

②  $(2, 1)$

③  $(2, 3)$

④  $(2, 4)$

⑤  $(3, 5)$

### 해설

1) 점  $(1, 5)$  와 대칭이동된 점

$(X, Y)$  을 이은 선분은  $y = x + 3$  에 수직한다.

$$\Rightarrow \frac{Y - 5}{X - 1} = -1 \Rightarrow X + Y - 6 = 0$$

2)  $(1, 5)$  와  $(X, Y)$  의 중점은

$y = x + 3$  위에 있다.

$$\Rightarrow \frac{Y + 5}{2} = \frac{X + 1}{2} + 3$$

$$\Rightarrow X - Y + 2 = 0$$

$\therefore$  연립하면  $X = 2, Y = 4$

12. 점 (2, 1) 을 직선  $y = \frac{1}{2}x + 1$  에 대하여 대칭이동한 점을 (a, b) 라 할 때,  $50ab$  의 값을 구하면?

① 112

② 128

③ 144

④ 156

⑤ 160

해설

i) (2,1)과(a, b) 의 중점은  $y = \frac{1}{2}x + 1$  위에 있다.

$$\Rightarrow \frac{1+b}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{a+2}{2} \right) + 1$$

$$\Rightarrow a - 2b + 4 = 0$$

i) (2,1)과(a, b) 를 잇는 선분의 기울기는 -2 이다

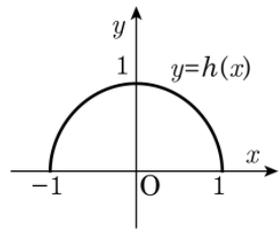
$$\Rightarrow \frac{b-1}{a-2} = -2$$

$$\Rightarrow 2a + b - 5 = 0$$

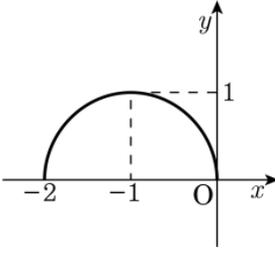
ii) 과 ii) 를 연립하면,  $a = \frac{6}{5}$   $b = \frac{13}{5}$

$$\therefore 50ab = 156$$

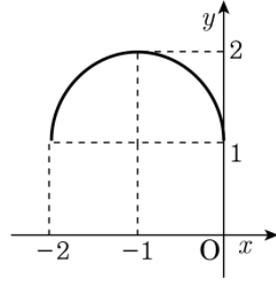
13. 함수  $y = f(x)$  에 대하여  $g(x) = f(x-2)+1$ ,  $h(x) = g(x+1)-2$  라고 할 때,  $y = h(x)$  의 그래프는 그림과 같이 중심이 원점이고 반지름의 길이가 1 인 원의 일부이다. 이 때, 다음 중  $y = f(x)$  의 그래프로 옳은 것은?



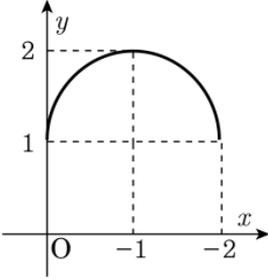
①



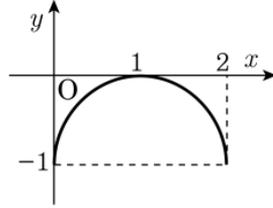
②



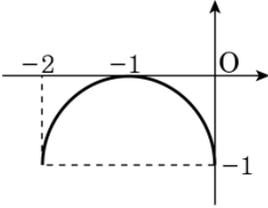
③



④

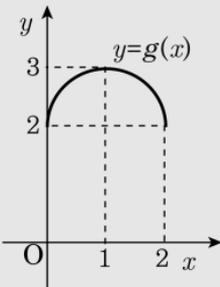


⑤

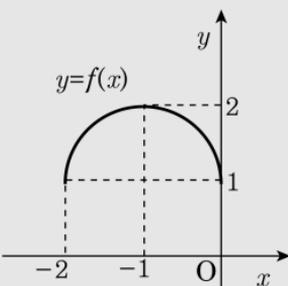


### 해설

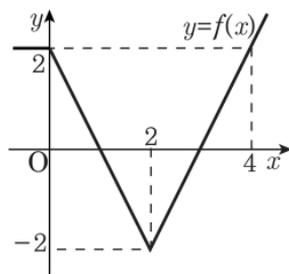
$y = h(x)$  의 그래프는  $y = g(x)$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-1$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $-2$  만큼 평행이동한 것이므로  $y = g(x)$  의 그래프는  $y = h(x)$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $1$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $2$  만큼 평행이동한 것이다. 따라서,  $y = g(x)$  의 그래프는 다음 그림과 같다.



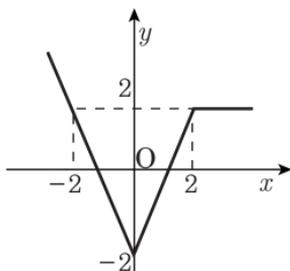
또,  $y = g(x)$  의 그래프는  $y = f(x)$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $2$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $1$  만큼 평행이동한 것이므로  $y = f(x)$  의 그래프는  $y = g(x)$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-2$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $-1$  만큼 평행이동한 것이다. 따라서,  $y = f(x)$  의 그래프는 다음 그림과 같다.



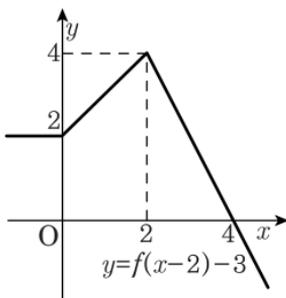
14. 방정식  $y = f(x)$  가 나타내는 도형이 그림과 같을 때,  $y = f(2-x)$  가 나타내는 도형을 좌표평면 위에 바르게 나타낸 것은?



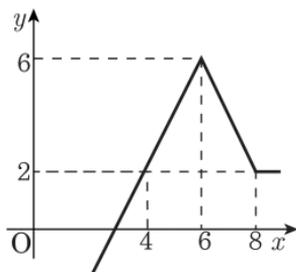
①



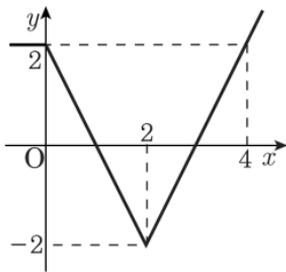
②



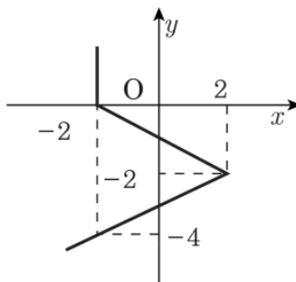
③



④



⑤



해설

$$y = f(2-x) \Leftrightarrow y = f(2 \cdot 1 - x)$$

따라서  $y = f(x)$  의 그래프를 직선  $x = 1$  에 대하여 대칭이동한 것이다.

그러므로 구하는 도형을 좌표평면 위에 나타내면

① 과 같다.

15. 다음 중 원  $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 = 0$  을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

①  $x^2 + y^2 = \frac{1}{3}$

②  $x^2 + y^2 = 1$

③  $x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$

④  $x^2 + y^2 = 4$

⑤  $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{2}$

### 해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면  
반지름의 길이가 같아야 한다.

$x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 = 0$  에서  $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$

따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은  
반지름의 길이가 2인 ④이다.

16. 좌표평면 위의 점  $P(x, y)$  가 다음과 같은 규칙에 따라 이동하거나 이동하지 않는다.  $P$ 가 점  $A(6, 5)$  에서 출발하여 어떤 점  $B$  에서 더 이상 이동하지 않게 되었다.  $A$  에서  $B$  에 이르기까지 이동한 횟수는?

- ㉠  $y = 2x$  이면 이동하지 않는다.  
㉡  $y < 2x$  이면  $x$  축 방향으로  $-1$  만큼 이동한다.  
㉢  $y > 2x$  이면  $y$  축 방향으로  $-1$  만큼 이동한다.

① 4회

② 5회

③ 6회

④ 7회

⑤ 8회

해설

$(6, 5) \rightarrow (5, 5) \rightarrow (4, 5) \rightarrow (3, 5) \rightarrow (2, 5) \rightarrow (2, 4)$   
 $\therefore 5$  회 이동한다.

17. 점  $(1, 2)$  를 점  $(a, b)$  로 옮기는 평행이동에 의하여 직선  $x+2y-1=0$  은 직선  $x+2y-4=0$  으로 이동하였다. 이때,  $a+2b$  의 값을 구하면?

① 2

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 10

### 해설

$x$  축으로  $m$ ,  $y$  축으로  $n$  만큼 평행이동했다고 하면,  
 $(x-m) + 2(y-n) - 1 = 0$ ,  $x + 2y - m - 2n - 1 = 0$ 을  
 $x + 2y - 4 = 0$  과 비교해 보면,

$$-m - 2n = -3 \cdots \textcircled{7}$$

점  $(1, 2)$  를  $x$  축으로  $m$ ,  $y$  축으로  $n$  만큼 평행이동 시키면,  
 $(1+m, 2+n)$

$$\Rightarrow 1+m = a, \quad 2+n = b$$

$$\Rightarrow a + 2b = m + 1 + 4 + 2n = 8$$

$$(\because \textcircled{7} \text{에서 } m + 2n = 3)$$

18. 평행이동  $f : (x, y) \rightarrow (x, y + b)$  ( $-2 \leq b \leq 0$ ) 에 의하여 원  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$  이 옮겨지면서 만드는 자취의 넓이는?

①  $\pi + 2$

②  $\pi + 4$

③  $2\pi + 2$

④  $2\pi + 4$

⑤  $2\pi$

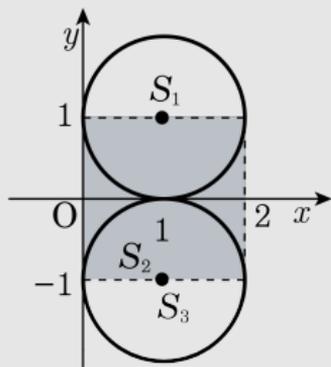
해설

평행이동  $f$  에 의하여 옮겨진 도형들은 원  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$  을  $y$  축의 방향으로

0 부터  $-2$  까지 평행이동한 도형들이므로 옮겨진 도형이 만드는 자취는 다음 그림과 같다.

따라서 구하는 영역의 넓이  $S$  는

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = \pi + 4$$



19. 방정식  $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을  $x$ 축에 대하여 대칭이동시키는 것을  $A$ ,  $y$ 축에 대하여 대칭 이동시키는 것을  $B$ , 원점에 대하여 대칭 이동시키는 것을  $C$ , 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭 이동시키는 것을  $D$ 라 하자. 직선  $2x + y + 1 = 0$ 을  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ 의 순서로 대칭 이동시킨 도형의 방정식은? (단,  $A \rightarrow B$ 는  $A$ 에 의하여 대칭 이동시킨 후 다시  $B$ 에 의하여 대칭 이동시키는 것을 뜻한다.)

①  $2x + y + 1 = 0$       ②  $2x + y - 1 = 0$       ③  $x + 2y - 1 = 0$

④  $x + 2y + 1 = 0$       ⑤  $x - 2y - 1 = 0$

해설

$2x + y + 1 = 0$ 을  $A$ ( $x$ 축 대칭)하면  $2x - y + 1 = 0$

$B$ ( $y$ 축 대칭)하면  $-2x - y + 1 = 0$

$C$ (원점 대칭)하면  $2x + y + 1 = 0$ 이므로

$A \rightarrow B \rightarrow C$ ,  $C \rightarrow B \rightarrow A$ 에 의하여 도형은 자기 자신으로 옮겨진다.

$2x + y + 1 = 0$ 을  $D$ (직선  $y = x$  대칭)하면  $2y + x + 1 = 0$

$\therefore x + 2y + 1 = 0$

20. 점 P 를  $x$ 축에 대해 대칭이동하고,  $x$ 축 방향으로  $-2$ 만큼,  $y$ 축 방향으로  $3$ 만큼 평행이동한 후, 다시 직선  $y = -x$ 에 대하여 대칭이동하였더니 점 P와 일치하였다. 점 P의 좌표를  $(x, y)$ 라 할 때,  $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$P(a, b)$ 를  $x$ 축에 대해 대칭이동  $\Rightarrow (a, -b)$ ,  
 $x$ 축으로  $-2$ 만큼,  $y$ 축으로  $3$ 만큼 평행이동  
 $\Rightarrow (a - 2, -b + 3)$

$y = -x$ 에 대해 대칭이동  $\Rightarrow (b - 3, -a + 2)$

다시 점P와 일치하므로

$b - 3 = a, -a + 2 = b$ 에서

$$a - b = -3 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$a + b = 2 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면,  $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{5}{2}$

$$\therefore P\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

21.  $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$ 을  $y$ 축에 대하여 대칭이동시키면 직선  $y = mx$ 에 접한다고 한다. 이 때, 상수  $m$ 의 값들의 합을 구하면?

①  $-\frac{12}{5}$

②  $-\frac{7}{5}$

③  $\frac{1}{5}$

④  $\frac{3}{5}$

⑤  $\frac{6}{5}$

해설

$x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$ 을  $y$ 축에 대하여 대칭이동시키면  
 $(-x)^2 + y^2 - 6(-x) - 4y + 9 = 0$ ,  $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 9 = 0$

$$\therefore (x+3)^2 + (y-2)^2 = 2^2 \dots\dots \textcircled{1}$$

이때,  $\textcircled{1}$ 이 직선  $mx - y = 0$ 에 접하므로 이 직선과  $(-3, 2)$ 사이의 거리는 2이어야 한다.

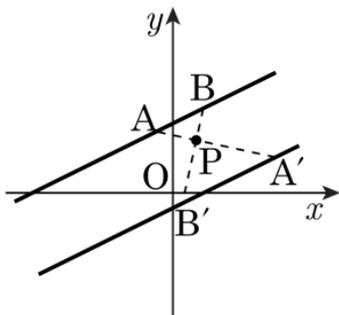
$$\text{즉, } \frac{|-3m - 2|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = 2$$

$$9m^2 + 12m + 4 = 4m^2 + 4$$

$$\therefore 5m^2 + 12m = 0$$

따라서,  $m = 0$  또는  $m = -\frac{12}{5}$ 이므로 그 합은  $0 + \left(-\frac{12}{5}\right) = -\frac{12}{5}$

22. 좌표평면 위의 정점 P 에 대한 두 점 A, B 의 대칭점은 각각 A', B' 이고, 직선 AB 의 방정식은  $x-2y+4=0$  이라 한다. 점 A' 의 좌표가 (3, 1), 직선 A'B' 의 방정식이  $y=ax+b$  일 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?



- ①  $-\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③  $-\frac{1}{3}$       ④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $-\frac{1}{2}$

해설

두 점 A', B' 은 점 P 에 대한 두 점 A, B 의 대칭점이므로, 직선 A'B' 은 직선 AB 의 점대칭도형이다

$\triangle APB \equiv \triangle A'PB'$  에서

$\angle ABP = \angle A'B'P$  (엇각) 이므로

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{A'B'}$  이다.

따라서 직선 A'B' 의 기울기는 직선 AB 의 기울기인  $\frac{1}{2}$  과 같다.

또한, 직선 A'B' 은 A'(3, 1) 을 지나므로

직선 A'B' 의 방정식은

$$y - 1 = \frac{1}{2}(x - 3)$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

따라서  $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$  이다.

$$\therefore ab = -\frac{1}{4}$$

23. 원  $x^2 + y^2 - 8x + 4y = 0$  을 직선  $y = ax + b$  에 대하여 대칭 이동하면 원  $x^2 + y^2 = c$  가 된다고 한다. 이 때,  $a + b + c$  의 값을 구하면?

① -15

② -13

③ 12

④ 17

⑤ 22

해설

$$(x-2)^2 + (y+2)^2 = 20$$

$$y = ax + b \text{ 와 } (4, 2) \text{ (0, 0)}$$

선분은 서로 수직하므로

$$\frac{-2-0}{4-0} \times a = -1$$

$$\therefore a = 2$$

$y = ax + b$  는  $(4, -2)$  와  $(0, 0)$  의 중점을 지나므로

$$\left( \frac{4+0}{2}, \frac{-2+0}{2} \right) = (2, -1)$$

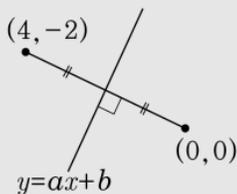
$$-1 = 2a + b$$

$$\therefore b = -5 (\because a = 2)$$

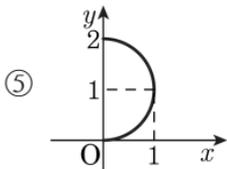
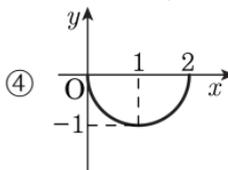
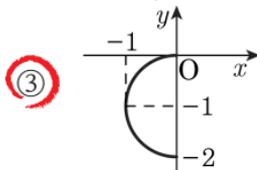
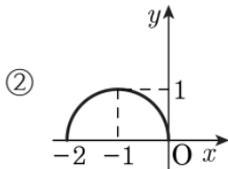
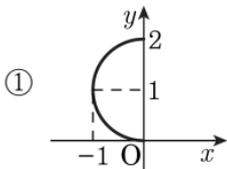
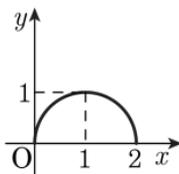
원을 대칭해도 반지름은 변하지 않으므로

$$\therefore c = 20$$

$$\therefore a + b + c = 2 - 5 + 20 = 17$$



24. 도형  $f(x, y) = 0$  의 그래프가 아래 그림과 같을 때,  
 도형  $f(-y, -x) = 0$  의 그래프로 옳은 것은?



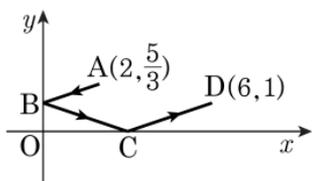
해설

도형  $f(-y, -x) = 0$  의 그래프는

도형  $f(x, y) = 0$  의 그래프를

직선  $y = -x$  에 대하여 대칭이동 한 것이다.

25. 좌표평면의  $x$  축,  $y$  축 ( $x \geq 0, y \geq 0$ ) 위에 두 평면 거울이 놓여있다. 빛이 점  $A(2, \frac{5}{3})$ 에서 출발하여 다음 그림과 같이  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 의 경로로 반사되어 점  $D(6, 1)$ 에 도달한다고 할 때, 점  $C$ 의  $x$ 좌표를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = 3$

해설

$A''$ 와  $D$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$y = \frac{1 + \frac{5}{3}}{6 + 2}(x - 6) + 1 = \frac{1}{3}x - 1$$

점  $C$ 의  $x$ 좌표는 이 그래프의  $x$ 절편이므로 3

$$\therefore x = 3$$

