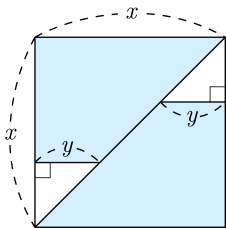


1. 다음 그림은 한변의 길이가  $x$ 인 정사각형을 대각선을 따라 자른 후 직각이등변삼각형 2개를 떼어낸 도형이다. 이때, 색칠한 부분의 넓이를  $x, y$ 에 관한 식으로 나타내어라.



①  $xy - y^2$

②  $x^2 - y^2$

③  $x^2 - y$

④  $\frac{xy - y^2}{2}$

⑤  $\frac{x - y}{2}$

해설

$$x^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times y \times y = x^2 - y^2$$

2. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

①  $(x - y - 1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

②  $(a + b)^2(a - b)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

③  $(-x + 3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

④  $(a - b)(a^2 + ab - b^2) = a^3 - b^3$

⑤  $(p - 1)(p^2 + 1)(p^4 + 1) = p^{16} - 1$

해설

①  $(x - y - 1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y$

③  $(-x + 3)^3 = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$

④  $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

⑤  $(p - 1)(p + 1)(p^2 + 1)(p^4 + 1) = p^8 - 1$

3.  $(a + b - c)(a - b + c)$ 를 전개하면?

①  $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

②  $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③  $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$

④  $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

⑤  $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned}(a + b - c)(a - b + c) &= \{a + (b - c)\}\{a - (b - c)\} \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc\end{aligned}$$

4. 등식  $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$  이  $x$ 에 관한 항등식이 되도록 할 때,  $2ab$ 의 값은?

① -6

② -4

③ -2

④ 2

⑤ 4

### 해설

양변에  $x = 0$ 을 대입하면,  $-2 = 2a \quad \therefore a = -1$

양변에  $x = 1$ 을 대입하면,  $-3 = -b \quad \therefore b = 3$

$\therefore 2ab = -6$

5. 다항식  $x^3 + ax - 8$ 을  $x^2 + 4x + b$ 로 나눌 때, 나머지가  $3x + 4$ 가 되도록 상수  $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-7$

해설

$x^3 + ax - 8$ 을  $x^2 + 4x + b$ 로 직접나눈 나머지는  
 $(a - b + 16)x + 4b - 8$

$$(a - b + 16)x + 4b - 8 = 3x + 4 \cdots \text{㉠}$$

㉠이  $x$ 에 대한 항등식이므로,

$$a - b + 16 = 3, 4b - 8 = 4$$

$$\therefore a = -10, b = 3$$

$$\therefore a + b = -7$$

해설

$x^3 + ax - 8 = (x^2 + 4x + b)(x + p) + 3x + 4$ 의 양변의 계수를 비교하여  $a = -10, b = 3, p = -4$ 를 구해도 된다.

6.  $\frac{2x+3a}{4x+1}$ 가  $x$ 에 관계없이 일정한 값을 가질 때,  $12a$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $12a = 2$

해설

$$\frac{2x+3a}{4x+1} = k \text{ (일정값} = k \text{)} \text{라 놓으면 } 2x+3a = k(4x+1) \text{에서}$$

$$(2-4k)x + 3a - k = 0$$

이 식은  $x$ 에 대한 항등식이므로,

$$2-4k = 0, 3a - k = 0$$

$$k = \frac{1}{2} \text{이므로 } 3a = k \text{에서 } a = \frac{1}{6}$$

$$\therefore 12a = 2$$

7. 다음 다항식의 일차항의 계수는?

$$(1+x+x^2)^2(1+x) + (1+x+x^2+x^3)^3$$

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

i)  $(1+x+x^2)^2(x+1)$ 의 일차항의 계수

:  $(1+x+x^2)^2$ 의 일차항에 1을 곱할 때,  
계수 = 2

:  $(1+x+x^2)^2$ 의 상수항에  $x$ 를 곱할 때,  
계수 = 1

ii)  $(1+x+x^2+x^3)^3$ 의 일차항의 계수

$x+x^2+x^3=Y$ 라 하면,

$$(Y+1)^3 = Y^3 + 3Y^2 + 3Y + 1$$

$$3Y = 3x + 3x^2 + 3x^3$$

일차항의 계수 = 3, 다른 항에는 일차항이 없다.

i), ii)에서  $2 + 1 + 3 = 6$

8. 삼각형의 세 변의 길이  $a, b, c$  에 대하여  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$  이 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형

② 이등변삼각형

③ 정삼각형

④ 직각이등변삼각형

⑤ 둔각삼각형

해설

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca \text{ 에서 } a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$\frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) = 0$$

$$\frac{1}{2}(a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2) = 0$$

$$\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = 0 \text{ 이고,}$$

$a, b, c$  는 실수이므로,  $a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$

$$\therefore a = b = c$$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.



9.  $a+b+c=1$ ,  $ab+bc+ca=1$ ,  $abc=1$  일 때,  $a^3+b^3+c^3$  의 값은?

① 3

② -3

③ 1

④  $\frac{1}{3}$

⑤  $\frac{1}{9}$

해설

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$

$$1 = a^2 + b^2 + c^2 + 2$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = -1$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3 = 1 \cdot (-1 - 1) = -2$$

$$\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 1$$

10.  $x + y = 2$ ,  $x^3 + y^3 = 14$ 일 때,  $x^5 + y^5$ 의 값을 구하면?

① 12

② 32

③ 52

④ 82

⑤ 102

해설

$$x^5 + y^5 = (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x + y) \cdots (*)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$$

$$\therefore 14 = 8 - 6xy$$

$$\therefore xy = -1 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$x^3 + y^3 = 14 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 4 - 2(-1) = 6 \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③을 (\*)에 대입하면

$$x^5 + y^5 = 6 \times 14 - 2 = 82$$

11. 다음 등식이  $x$ 에 대한 항등식일 때, 상수  $a, b, c, d$ 에 대하여  $a+b+c+d$ 의 값을 구하면? (단,  $a < c$ )

$$(x-a)^2(bx-x^2-1) = (x-c)^2(dx-x^2-1)$$

① -4

② 4

③ 5

④ -5

⑤ 0

### 해설

$a < c$ 에서  $a \neq c$ 이므로 주어진 등식에서

$$x^2 - bx + 1 = (x - c)^2 \quad \therefore b = 2c, 1 = c^2$$

$$x^2 - dx + 1 = (x - a)^2 \quad \therefore d = 2a, 1 = a^2$$

$$\therefore a = -1, b = 2, c = 1, d = -2$$

$$\therefore a + b + c + d = 0$$

12.  $x + y + 2z = 1$ ,  $2x - y + z = 5$ 를 만족하는 모든 실수  $x, y, z$ 에 대하여  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 6$ 이 성립할 때,  $3a + 2b + c$ 의 값은 얼마인가?

① 12

② 8

③ 4

④ 0

⑤ -2

해설

$$x + y + 2z = 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$2x - y + z = 5 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}: x + z = 2 \Rightarrow z = 2 - x$$

$$\textcircled{2} \times 2 - \textcircled{1}: x - y = 3 \Rightarrow y = x - 3$$

$$\therefore ax^2 + by^2 + cz^2 = 6$$

$$\Rightarrow ax^2 + b(x - 3)^2 + c(2 - x)^2$$

$$= (a + b + c)x^2 - (4c + 6b)x + 9b + 4c = 6$$

모든 실수  $x, y, z$ 에 대해 성립하려면

$$a + b + c = 0, 4c + 6b = 0, 9b + 4c = 6$$

위의 식을 연립하여 풀면,  $a = 1, b = 2, c = -3$

$$\therefore 3a + 2b + c = 4$$

13. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $x^{10} + 1 = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + \cdots + a_{10}(x-1)^{10}$ 이 성립할 때,  $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 513

### 해설

양변에  $x = 0$ 을 대입하면

$$1 = a_0 - a_1 + a_2 - \cdots + a_{10} \cdots \textcircled{1}$$

양변에  $x = 2$ 을 대입하면

$$2^{10} + 1 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} \cdots \textcircled{2}$$

① + ②에 의해

$$2^{10} + 2 = 2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10})$$

$$\therefore (a_0 + a_2 + \cdots + a_{10}) = 2^9 + 1 = 513$$