1. x 에 대한 이차방정식 ${}_nC_2x^2 +{}_n P_3x +{}_n C_3 = 0$ 의 두 근을 각각 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$ 의 값은?

① -6 ② $-2n$ ③ $2n$ ④ $\frac{18}{n}$ ⑤ 6

해설

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta = -\frac{{}_nP_3}{{}_nC_2} = -n(n-1)(n-2)\cdot\frac{2}{n(n-1)} = -2(n-2)$

$\alpha\beta = \frac{{}_nC_3}{{}_nC_2} = \frac{n(n-1)(n-2)}{3\cdot 2}\cdot\frac{2}{n(n-1)} = \frac{n-2}{3}$

$\therefore \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta} = \frac{-2(n-2)}{\frac{n-2}{3}} = -6$

2. A 지역에는 세 곳, B 지역에는 네 곳, C 지역에는 다섯 곳, D 지역에는 여섯 곳의 관광지가 있다. 이 중에서 세 곳을 선택하여 관광하려고 할 때, 선택한 세 곳이 모두 같은 지역이 되는 경우의 수는?

① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

해설

(i) 선택한 세 곳이 모두 A 지역일 경우 :

$${}_3C_3 = 1 \text{ (가지)}$$

(ii) 선택한 세 곳이 모두 B 지역일 경우 :

$${}_4C_3 = 4 \text{ (가지)}$$

(iii) 선택한 세 곳이 모두 C 지역일 경우 :

$${}_5C_3 = 10 \text{ (가지)}$$

(iv) 선택한 세 곳이 모두 D 지역일 경우 :

$${}_6C_3 = 20 \text{ (가지)}$$

따라서, i), ii), iii), iv) 에 의하여 $1+4+10+20=35$ (가지)

3. 어떤 학교의 농구 동아리 A와 B는 올해 신입생이 각각 n명과 7명이다. 5명의 신입생 연합 팀을 구성하여 다른 학교와 시합을 하려고 할 때, 동아리 A의 신입생 2명과 동아리 B의 신입생 3명으로 구성하는 방법의 수가 525가지이다. 자연수 n의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 6$

해설

동아리 A의 신입생 n명 중에서 2명을 선택하는 방법의수는 ${}_{n}\mathrm{C}_{2}$이고, 동아리 B의 신입생 7명 중에서 3명을 선택하는 방법의 수는 ${}_{7}\mathrm{C}_{3}$이므로 구하는 방법의 수는

${}_{n}\mathrm{C}_{2} \times {}_{7}\mathrm{C}_{3} = 525$에서

$\frac{n(n-1)}{2\times1} \times \frac{7\times6\times5}{3\times2\times1} = 525$이므로

$n(n-1) = 30$

$\therefore n = 6$

4. 15명의 육상부 학생 중에서 학교 대표 계주 선수 4명을 뽑으려고 한다. 교내 달리기 대회에서 우승한 2명의 육상부 학생이 선발되는 경우의 수를 a , 선발되지 않는 경우의 수를 b 라 할 때, $b-a$ 의 값은?

① 628 ② 631 ③ 634 ④ 637 ⑤ 640

해설

$a = {}_{13}C_2 = 78$, $b = {}_{13}C_4 = 715$

$\therefore\ b-a = 715-78 = 637$

5. 1 에서 10 까지의 자연수 중에서 서로 다른 두 수를 임의로 선택할 때, 선택된 두 수의 곱이 짝수가 되는 경우의 수는?

① 27　　② 35　　③ 54　　④ 62　　⑤ 70

해설

두 수의 곱은 ‘홀수× 홀수’ 인 경우를 제외하고
모든 경우에 짝수이므로 전체에서 홀수만 2 개
뽑는 경우를 제한다.
${}_{10}C_2 - {}_5C_2 = 45 - 10 = 35$

6. 5 명의 남자와 4 명의 여자로 구성되어 있는 모임에서 임의로 3 명을 뽑을 때, 그 중에 남자 2 명, 여자 1 명을 포함하고 남자들이 이웃하게 서는 방법의 수는?

① 40　② 60　③ 80　④ 120　⑤ 160

해설

남자 5 명, 여자 4 명에서 남자 2 명, 여자 1 명을 뽑는 방법의 수는 ${}_5C_2 \times {}_4C_1$ 이고
남자 2 명과 여자 1 명이 일렬로 서는데 남자가 이웃하게 서는 방법의 수는 $2! \times 2$ 이므로
구하는 방법의 수는 ${}_5C_2 \times {}_4C_1 \times 2! \times 2 = 160$

7. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1, 2\}$ 에서 $Y = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 함수 $f : X \to Y$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 f 의 개수를 구하여라. (단, $a \in X$, $b \in Y$)

$a < b$ 이면 $f(a) > f(b)$ 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 개

해설

Y 의 원소 5 개 중 X 의 원소 $-1, 0, 1, 2$ 에
대응될 원소 4 개를 뽑으면 된다.
$\therefore\ {}_5C_4 = 5$(개)

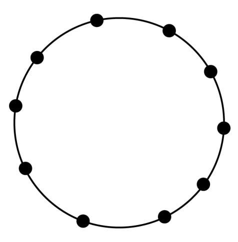
8. 대각선의 개수가 35인 볼록 n 각형의 꼭짓점의 개수는?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

${}_{n}C_{2}-n=35$, $\frac{n(n-1)}{2\times 1}-n=35$,
$n^2-3n-70=0$, $(n-10)(n+7)=0$
$\therefore n=10$ ($\because$ n은 자연수)

9. 다음 그림과 같이 원주 위에 10 개의 점이 있다. 이 중에서 2 개의 점을 이어서 만들 수 있는 직선의 개수를 l , 3 개의 점을 이어서 만들 수 있는 삼각형의 개수를 m , 4 개의 점을 이어서 만들 수 있는 사각형의 개수를 n 이라 할 때, $l+m+n$ 의값은?



① 315 ② 330 ③ 345 ④ 360 ⑤ 375

해설

원주 위의 10 개의 점은 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않으므로,

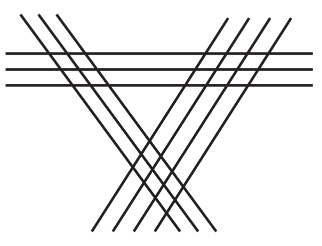
$l = {}_{10}\mathrm{C}_2 = \dfrac{10!}{2!8!} = 45$

$m = {}_{10}\mathrm{C}_3 = \dfrac{10!}{3!7!} = 120$

$n = {}_{10}\mathrm{C}_4 = \dfrac{10!}{4!6!} = 210$

$\therefore\ l+m+n = 375$

10. 서로 평행한 3 개, 3 개, 4 개의 평행선이 오른쪽 그림과 같이 만나고 있다. 주어진 직선을 이용하여 만들 수 있는 평행사변형의 개수는?



① 27　② 36　③ 45　④ 54　⑤ 63

해설

평행한 직선을 두 쌍 택하면 평행사변형 하나가 결정된다.

가로 방향의 평행선들을 A, 세로 방향의 평행선 부분을 왼쪽부터 B, C 라 하면

(i) A, B 에서 평행한 직선 2 개씩을 택하는 방법의 수는 ${}_3C_2 \times {}_3C_2 = 9$

(ii) A, C 에서 평행한 직선 2 개씩을 택하는 방법의 수는 ${}_3C_2 \times {}_4C_2 = 18$

(iii) B, C 에서 평행한 직선 2 개씩을 택하는 방법의 수는 ${}_3C_2 \times {}_4C_2 = 18$

(i), (ii), (iii) 에서 구하는 평행사변형의 개수는

$9 + 18 + 18 = 45$