

1. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 세 함수 f, g, h 에 대하여 $(h \circ g)(x) = 3x + 4$, $f(x) = x^2$ 일 때, $(h \circ (g \circ f))(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

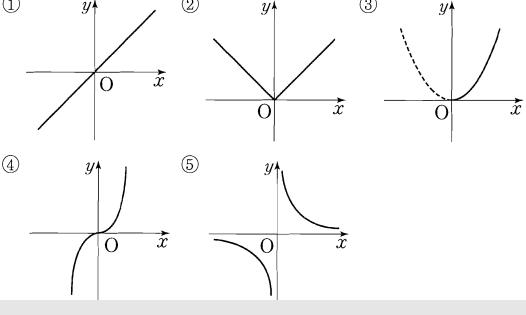
$$\begin{aligned}(h \circ (g \circ f))(2) &= ((h \circ g) \circ f)(2) \\ &= (h \circ g)(f(2)) \\ &= (h \circ g)(4) \\ &= 3 \times 4 + 4 = 16\end{aligned}$$

2. 다음 함수 중 역함수가 존재하지 않는 것은 무엇인가?

- ① $y = x$
- ② $y = |x|$
- ③ $y = x^2 \ (x \geq 0)$
- ④ $y = x^3$
- ⑤ $y = \frac{1}{x} \ (x \neq 0)$

해설

역함수가 존재할 필요충분조건은
함수가 일대일대응인 것이다.
따라서, 일대일대응이 아닌 함수의 그래프는
②이다.



3. 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = 10$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} &= \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}} = \frac{x-1}{x-1-x} = 1-x \\ 1-x &= 10 \\ \therefore x &= -9\end{aligned}$$

4. $(x+y):(y+z):(z+x)=6:7:5$ 일 때, $\frac{x^2-yz}{x^2+y^2}$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{2}{5}$ ② $-\frac{4}{13}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{4}{13}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$$\begin{cases} x+y=6k \cdots \textcircled{A} \\ y+z=7k \cdots \textcircled{B} \\ z+x=5k \cdots \textcircled{C} \end{cases} \quad (\text{단, } k \neq 0)$$

$$\textcircled{A} + \textcircled{B} + \textcircled{C} \text{를 해 주면 } 2(x+y+z)=18k$$

$$\therefore x+y+z=9k$$

$$\therefore x=2k, y=4k, z=3k$$

$$\therefore \frac{x^2-yz}{x^2+y^2} = \frac{4k^2-12k^2}{4k^2+16k^2} = \frac{-8}{20} = -\frac{2}{5}$$

5. $y = \frac{3-ax}{1-x}$ 의 그래프의 점근선이 $x = 1$, $y = -2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$y = \frac{3-ax}{1-x} = \frac{ax-3}{x-1} = \frac{a-3}{x-1} + a$$

이 분수함수의 점근선은 $x = 1$, $y = a$

$$\therefore a = -2$$

6. $a > 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} + |-a| + |-b|$ 를 간단히 하면?

① $2a - 2b$

② $2a$

③ $-2b$

④ $2a + 2b$

⑤ 0

해설

$a > 0, b < 0$ 이므로

$$|a| + |b| + |-a| + |-b|$$

$$= a - b - (-a) + (-b) = 2a - 2b$$

7. 함수 $f : A \rightarrow B$ 에서 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}\}$ 이고,
 $f(1)+f(2)+f(3)+f(4) = 1 + \sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ 일 때, $\{f(1)\}^2 + \{f(2)\}^2 +$
 $\{f(3)\}^2 + \{f(4)\}^2$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = 1 + \sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ 이므로
 $B = \{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}\}$ 에서 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ 을 사용하여 $1 +$
 $\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ 을 만들 수 있는 경우는 더하는 순서에 상관없이
 $1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{3}$ 으로 표현된다.
이 때, 정의역 중에서 1, $\sqrt{2}$ 에 대응하는 것은 1개이고 $\sqrt{3}$ 에
대응하는 것은 2개이어야 한다.
따라서 $\{f(1)\}^2 + \{f(2)\}^2 + \{f(3)\}^2 + \{f(4)\}^2$
 $= 1^2 + (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2 = 9$

8. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 함수 $f : A \rightarrow B$ 를 정의할 때, $f(1)f(2)f(3)f(4)f(5) = 0$ 인 함수 f 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 211 개

해설

$f(1), f(2), f(3), f(4), f(5)$ 이들 중 적어도 하나는 0 이므로, 전체 함수의 개수에서 $f(1)f(2)f(3)f(4)f(5) \neq 0$ 인 함수의 개수를 빼면 된다. 그러므로 $3^5 - 2^5 = 211$

9. 두 함수 $f(x) = 2x + 5$, $g(x) = -3x + k$ 에 대하여 $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 가 성립할 때, 상수 k 의 값은?

① -20 ② -10 ③ 0 ④ 10 ⑤ 20

해설

$(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 에서
 $-6x + 2k + 5 = -6x - 15 + k$
 $\therefore k = -20$

10. $f(x) = -2x + 3$, $g(x) = 4x + 1$ 일 때, $f \circ g \circ h = g$ 를 만족하는 일차함수 $h(x)$ 에 대하여 $h(2)$ 의 값을 구하면?

① -3

② -1

③ 0

④ 2

⑤ 3

해설

$h(x) = ax + b$ 라고 놓고

$$(g \circ h)(x) = 4(ax + b) + 1 = 4ax + 4b + 1$$

$$(f \circ (g \circ h))(x) = -2(4ax + 4b + 1) + 3$$

$$= -8ax - 8b - 2 + 3$$

$$= 4x + 1$$

$$a = -\frac{1}{2}, \quad b = 0$$

$$h(x) = -\frac{1}{2}x$$

$$h(2) = -1$$

11. 두 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = x - 3$ 에 대하여 $(f \circ g)^{-1}(5)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 6

해설

$g(8) = 5$ 이므로 $g^{-1}(5) = 8$
 $(f \circ g)^{-1}(5) = (g^{-1} \circ f^{-1})(5) = g^{-1}(f^{-1}(5)) = g^{-1}(3)$
 $(\because f(3) = 5 \text{에서 } f^{-1}(5) = 3)$
그런데 $g(6) = 3$ 이므로 $g^{-1}(3) = 6$
따라서 $(f \circ g)^{-1}(5) = g^{-1}(3) = 6$

12. 다음 중 임의의 실수 a 에 대하여 $y=|x-a|+a-1$ 의 그래프와 항상 만나지 않는 직선의 방정식을 구하면?

① $y = x + 1$

② $y = x - 1$

③ $y = x - 2$

④ $y = -x - 1$

⑤ $y = -x + 1$

해설

a 의 부호에 따라 그래프의 위치가 달라진다.

1) $a > 0$ 일 때,

$y = |x - a| + a - 1$ 의 그래프는 다음
그림과 같다

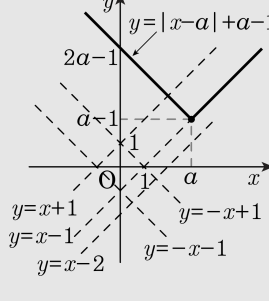
그림과 같다.
그림 1. ...

따라서, $y = |x - a| + a - 1$ 은 $y =$

 $x + 1,$

$y = x - 1$ 과 만나며 $a \leq 1$ 일 때

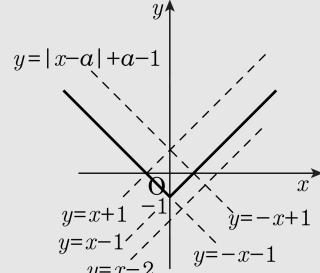
$y = -x + 1$ 도 만난다.


$$y = |x - a| + a -$$

$y = |x - a| + a - 1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
따라서 $y = |x - a| + a - 1$ 과

따라서 $y = |x - a| + a - 1$ 과

만나지 않는 그래프는 $y = x - 2$ 밖에 없다.

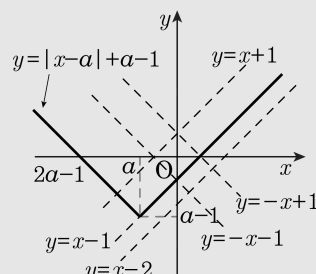


iii) $a < 0$ 일 때,

iii) $a < 0$ 일 때,
 $y = |x - a| + a - 1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

따라서 $y = |x - a| + a - 1$ 과 만나지 않는다.

그래프는 $y = x - 2$ 밖에 없다.



i), ii), iii)에서 $y = |x - a| + a - 1$ 의

그래프와 항상 만나지 않는 직선은 $y = x - 2$ 이다.

13. $\frac{1}{\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x}} + \frac{1}{\sqrt{2x+1}+\sqrt{2x}}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{1}{2\sqrt{2x+1}}$

② $\frac{1}{\sqrt{2x+1}}$

③ $\frac{2x}{\sqrt{2x+1}}$

④ $2\sqrt{2x}$

⑤ $2\sqrt{2x+1}$

해설

(주어진 식)

$$= \frac{(\sqrt{2x+1} + \sqrt{2x}) + (\sqrt{2x+1} - \sqrt{2x})}{(\sqrt{2x+1} - \sqrt{2x})(\sqrt{2x+1} + \sqrt{2x})}$$

$$= \frac{2\sqrt{2x+1}}{(2x+1) - 2x}$$

$$= 2\sqrt{2x+1}$$

14. 함수 $y = \sqrt{2x+2} + a$ 의 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나도록 하는 정수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

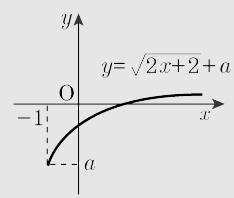
▷ 정답 : -2

해설

$$y = \sqrt{2x+2} + a = \sqrt{2(x+1)} + a$$

주어진 함수는 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 것이다.

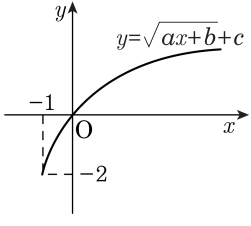
따라서 이 함수의 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나려면 $x = 0$ 일 때, $y < 0$ 이어야 한다.



$$\sqrt{2} + a < 0 \text{ 이므로 } a < -\sqrt{2}$$

따라서 정수 a 의 최댓값은 -2이다.

15. 함수 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

주어진 그래프에서 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의
 그래프는 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1 만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼
 평행이동한 것이므로
 $y = \sqrt{ax+b} + c$
 $\Leftrightarrow y = \sqrt{a(x+1)} - 2$
 이것이 원점을 지나므로 $0 = \sqrt{a(0+1)} - 2$
 $\therefore \sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4$
 $y = \sqrt{4x+4} - 2$
 $\therefore a+b+c = 4+4-2 = 6$

16. $8 \leq x \leq a$ 에서 함수 $y = -\sqrt{x+1} + 3$ 의 최댓값이 b , 최솟값이 -1 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = -\sqrt{x+1} + 3$ 의 그래프는 $y = -\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

$x = a$ 일 때 최솟값을 가지므로

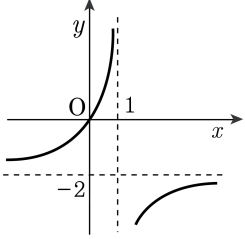
$$-1 = -\sqrt{a+1} + 3 \quad \therefore a = 15$$

$x = 8$ 일 때 최댓값을 가지므로

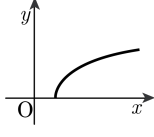
$$b = -\sqrt{8+1} + 3 = 0$$

$$\therefore a + b = 15 + 0 = 15$$

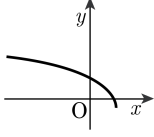
17. 함수 $y = \frac{bx+c}{ax-1}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프의 개형은?



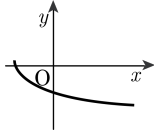
①



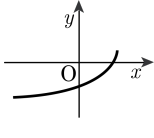
②



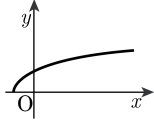
③



④



⑤



해설

점근선이 $x = 1, y = -2$ 이므로

$$y = \frac{k}{x-1} - 2 \cdots \textcircled{1}$$

①이 원점을 지나므로 $(0, 0)$ 을 대입하면,

$$\therefore k = -2$$

$$y = \frac{-2}{x-1} - 2 = \frac{-2x}{x-1}$$

$$\text{따라서 } a = 1, b = -2, c = 0$$

$$\therefore y = \sqrt{ax+b}+c = \sqrt{x-2}$$

따라서 개형은 ①이다.

18. 함수 $f(x) = \frac{x}{x-1}$ 에 대하여 방정식 $(f \circ f)(x) = x^3$ 의 해의 합을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}(f \circ f)(x) &= f(f(x)) = f\left(\frac{x}{x-1}\right) \\ &= \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x}{x-1} - 1} = \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x-x+1}{x-1}} = x\end{aligned}$$

$$\therefore x^3 = x, \quad x^3 - x = 0, \quad x(x-1)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ or } 0 \text{ or } 1$$

그런데 $x \neq 1$ 이므로 $x = -1 \text{ or } 0$

$$\therefore -1 + 0 = -1$$

19. $A = \{-1, 0, 1\}$ 일 때, 집합 A 에서 집합 A 로의 함수 f 가 있다.
 $f(-x) = f(x)$ 인 함수 f 의 개수는?

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

$$3 \times 3 = 9$$

20. 양수 a, b 가 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b}$ 을 만족할 때, $\frac{a^4+b^4}{a^2b^2} + 5$ 의 값을 구하면?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b}, \quad \frac{b-a}{ab} = \frac{1}{a+b}$$

$$(b-a)(b+a) = ab$$

$$\therefore b^2 - a^2 = ab$$

$b^2 - a^2 = ab$ 의 양변을 제곱하면

$$a^4 - 2a^2b^2 + b^4 = a^2b^2$$

$$\therefore a^4 + b^4 = 3a^2b^2$$

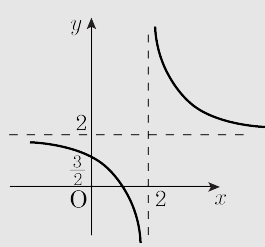
$$\therefore \frac{a^4 + b^4}{a^2b^2} + 5 = 3 + 5 = 8$$

21. 분수함수 $y = \frac{2x-3}{x-2}$ 의 정의역이 $\{x \mid x \geq 0\}$ 일 때, 다음 중 치역을
바르게 구한 것은?

- ① $\left\{y \mid \frac{3}{2} < y < 2\right\}$ ② $\left\{y \mid \frac{3}{2} \leq y < 2\right\}$
 ③ $\left\{y \mid y \leq \frac{3}{2} \text{ 또는 } y > 2\right\}$ ④ $\left\{y \mid y \leq -\frac{3}{2} \text{ 또는 } y \geq 2\right\}$
 ⑤ $\left\{y \mid y \leq \frac{3}{2} \text{ 또는 } y \geq 2\right\}$

해설

$$y = \frac{2x-3}{x-2} = \frac{2(x-2)+1}{x-2} = 2 + \frac{1}{x-2}$$



$x = 0$ 일 때, $y = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$ 이므로,

치역은 $\left\{y \mid y \leq \frac{3}{2} \text{ 또는 } y > 2\right\}$

22. 실수 x 를 넘지 않는 최대의 정수를 $[x]$ 라고 하고 $\{x\} = x - [x]$ 로 정의
하자 $x = \sqrt{28 - 10\sqrt{3}}$ 일 때, $[\{ \{x\}^{-1} \}^{-1}]$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x = \sqrt{28 - 10\sqrt{3}} = \sqrt{28 - 2\sqrt{25 \times 3}} = 5 - \sqrt{3}$$

$$[5 - \sqrt{3}] = [3.2\cdots\cdots] = 3$$

$$\{x\} = (5 - \sqrt{3}) - 3 = 2 - \sqrt{3},$$

$$\{x\}^{-1} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\{2 + \sqrt{3}\} = 2 + \sqrt{3} - [2 + \sqrt{3}] = \sqrt{3} - 1$$

$$\{2 + \sqrt{3}\}^{-1} = \frac{1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} = 1.3\cdots\cdots$$

$$\text{따라서, } \{\{x\}^{-1}\}^{-1} = 1$$

23. $\left(\frac{1}{x}\right)^2 = 7 + 2\sqrt{12}$, $\left(\frac{1}{y}\right)^2 = 7 - 2\sqrt{12}$ 을 만족하는 두 양수 x, y 에 대하여, $x^3 + y^3$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$$\left(\frac{1}{x}\right)^2 = 7 + 2\sqrt{12}, \frac{1}{x} = \sqrt{3} + 2, x = 2 - \sqrt{3}$$

$$\left(\frac{1}{y}\right)^2 = 7 - 2\sqrt{12}, \frac{1}{y} = 2 - \sqrt{3}, y = 2 + \sqrt{3}$$

$$x + y = 4, xy = 1$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) = 64 - 12 = 52$$

24. $x = \sqrt{\sqrt{49} - \sqrt{48}}$ 일 때, $x^4 - 3x^3 - 3x^2 + x + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{\sqrt{49} - \sqrt{48}} = \sqrt{7 - 2\sqrt{12}} \\&= \sqrt{(4+3) - 2\sqrt{4 \times 3}} \\&= \sqrt{4} - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3} \\x &= 2 - \sqrt{3} \text{ 에서 } (x-2)^2 = (-\sqrt{3})^2 \\x^2 - 4x + 4 &= 3 \\\therefore x^2 - 4x + 1 &= 0 \\x^4 - 3x^3 - 3x^2 + x + 1 &= x^2(x^2 - 4x + 1) + x^3 - 4x^2 + x + 1 \\&= x^3 - 4x^2 + x + 1 = x(x^2 - 4x + 1) + 1 = 1\end{aligned}$$

25. 함수 $y = \frac{x+1}{x-2}$ 의 그래프에서 점근선의 방정식을 $x = a$, $y = b$ 라 할 때, 함수 $y = \sqrt{ax+b}$ 의 역함수의 최솟값을 구하면?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$y = \frac{x+1}{x-2} = 1 + \frac{3}{x-2}$$

$$\therefore \text{점근선은 } x = 2, y = 1$$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

$$y = \sqrt{2x+1} \text{ 의 } \left(x \geq -\frac{1}{2}\right) \text{ 역함수는}$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} \quad (x \geq 0)$$

$$\therefore \text{최솟값은 } -\frac{1}{2}$$

26. 정수 $k(k \geq 0)$ 에 대하여 함수 $f_k : N \rightarrow Z$ 를 $f_k(n) = n^k$ 라 할 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, N 은 자연수 전체의 집합, Z 는 정수 전체의 집합이다.)

보 기

㉠ $f_2(3) \cdot f_3(5)$ 의 양의 약수의 개수는 12 개이다.

㉡ $f_k(m+n) = f_k(m) + f_k(n)$

㉢ $f_k(mn) = f_k(m) \cdot f_k(n)$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $f_2(3) \cdot f_3(5) = 3^2 \cdot 5^3$ 이므로 양의 약수의 개수는 $(2+1)(3+1) = 12$ (개)

$\therefore$ 참

㉡ $f_k(m+n) = f_k(m) + f_k(n) \Leftrightarrow (m+n)^k \neq m^k + n^k$

$\therefore$ 거짓

㉢ $f_k(mn) = f_k(m) \cdot f_k(n) \Leftrightarrow (mn)^k = m^k \cdot n^k$

$\therefore$ 참

27. 두 함수 f 와 g 는 서로 역함수 관계이고 양의 실수 x, y 에 대하여 $f(x+y) = \frac{1}{2}f(x)f(y)$ 가 성립할 때, 다음 중 $g(xy)$ 를 $g(x), g(y)$ 로 나타내면? (단, $f(1) = 4$)

① $g(xy) = g(x) + g(y)$

② $g(xy) = g(x) + g(y) + 1$

③ $g(xy) = g(x)g(y)$

④ $g(xy) = g(x)g(y) + 1$

⑤ $g(xy) = 2g(x)g(y)$

해설

$g(x) = a, g(y) = b$ 라 하면 f 가 g 의 역함수이므로 $x = f(a), y = f(b)$

$$xy = f(a)f(b) = 2f(a+b)$$

$$\therefore \frac{xy}{2} = f(a+b)$$

$$\therefore g\left(\frac{xy}{2}\right) = a+b = g(x) + g(y)$$

$$\text{그런데 } g(xy) = g(x) + g(2y) = g(x) + g(y) + g(4)$$

$$f(1) = 4 \text{ 이므로 } g(4) = 1$$

$$\therefore g(xy) = g(x) + g(y) + 1$$

28. 수직선 위에 네 점 A(-2), B(0), C(1) 이 있다. 이 수직선 위의 점 P 에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

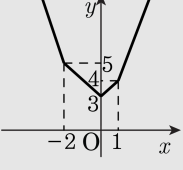
▷ 정답 : 3

해설

점 P 의 좌표를 $P(x)$ 라고 하면
 $\overline{PA} = |x + 2|$, $\overline{PB} = |x|$, $\overline{PC} = |x - 1|$,
 $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} = |x + 2| + |x| + |x - 1|$ 이므로
 $y = |x + 2| + |x| + |x - 1|$ 로 놓고
 $x = -2, 0, 1$ 을 경계로 하여 구간을 나누면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y = \begin{cases} -3x - 1 & (x < -2 \text{ 일 때}) \\ -x + 3 & (-2 \leq x < 0 \text{ 일 때}) \\ x + 3 & (0 \leq x < 1 \text{ 일 때}) \\ 3x + 1 & (x \geq 1 \text{ 일 때}) \end{cases}$$

따라서, $y = |x + 2| + |x| + |x - 1|$ 의 그래프가 다음 그림과 같으므로 구하는 최솟값은 3 이다.



29. $\frac{x+3}{x+2} - \frac{x+4}{x+3} - \frac{x+5}{x+4} + \frac{x+6}{x+5}$ 를 간단히 하면?

- ① $\frac{2(2x-1)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}$
② $\frac{2(2x+1)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}$
③ $\frac{2(2x+3)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}$
④ $\frac{2(x+5)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}$
⑤ $\frac{2(2x+7)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \left(1 + \frac{1}{x+2}\right) - \left(1 + \frac{1}{x+3}\right) \\&\quad - \left(1 + \frac{1}{x+4}\right) + \left(1 + \frac{1}{x+5}\right) \\&= \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+5} \\&= \frac{2x+7}{(x+2)(x+5)} - \frac{2x+7}{(x+3)(x+4)} \\&= \frac{(2x+7)(x^2+7x+12-x^2-7x-10)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)} \\&= \frac{2(2x+7)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}\end{aligned}$$

30. 상수 a, b, c, d 에 대하여 등식

$$\frac{3}{x(x-2)} + \frac{3}{(x-1)(x-3)} + \frac{3}{(x-2)(x-4)} + \frac{3}{(x-3)(x-5)} + \frac{3}{(x-4)(x-6)} \\ = \frac{d(x^2-6x+3)}{x(x-a)(x-b)(x-c)}$$
이 성립할 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

- ① 20 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 30

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= -\frac{3}{2} \left\{ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-2} \right) \right. \\ &\quad + \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-3} \right) + \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-4} \right) \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-5} \right) + \left(\frac{1}{x-4} - \frac{1}{x-6} \right) \right\} \\ &= -\frac{3}{2} \left\{ \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-5} - \frac{1}{x-6} \right\} \\ &= -\frac{3}{2} \left\{ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-5} \right) + \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-6} \right) \right\} \\ &= -\frac{3}{2} \left\{ \frac{-5}{x(x-5)} + \frac{-5}{(x-1)(x-6)} \right\} \\ &= \frac{15}{2} \cdot \frac{(x-1)(x-6) + x(x-5)}{x(x-5)(x-1)(x-6)} \\ &= \frac{15}{2} \cdot \frac{2x^2 - 12x + 6}{x(x-1)(x-5)(x-6)} \\ &= \frac{15(x^2 - 6x + 3)}{x(x-1)(x-5)(x-6)} \\ &= \frac{d(x^2 - 6x + 3)}{x(x-a)(x-b)(x-c)} \\ \therefore a+b+c+d &= 1+5+6+15 = 27 \end{aligned}$$