1. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 세 함수 f, g, h 에 대하여 $(h \circ g)(x) = 3x+4$, $f(x) = x^2$ 일 때, $(h \circ (g \circ f))(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned}(h \circ (g \circ f))(2) &= ((h \circ g) \circ f)(2) \\ &= (h \circ g)(f(2)) \\ &= (h \circ g)(4) \\ &= 3 \times 4 + 4 = 16\end{aligned}$$

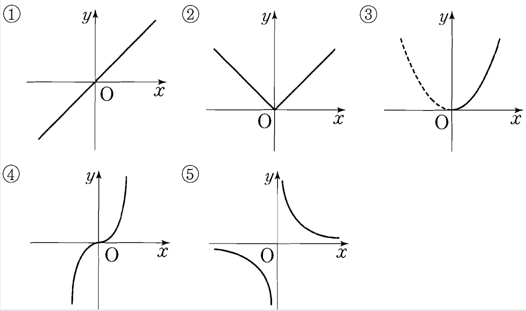
2. 다음 함수 중 역함수가 존재하지 않는 것은 무엇인가?

① $y = x$ ② $y = |x|$ ③ $y = x^2\ (x \geq 0)$

④ $y = x^3$ ⑤ $y = \dfrac{1}{x}\ (x \neq 0)$

해설

역함수가 존재할 필요충분조건은
함수가 일대일대응인 것이다.
따라서, 일대일대응이 아닌 함수의 그래프는
②이다.



3. 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{x}}}=10$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$$\frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{x}}}=\frac{1}{1-\frac{x}{x-1}}=\frac{x-1}{x-1-x}=1-x$$

$1-x=10$

$\therefore x=-9$

4. $(x+y):(y+z):(z+x)=6:7:5$일 때, $\dfrac{x^2-yz}{x^2+y^2}$의 값을 구하면?

① $-\dfrac{2}{5}$ ② $-\dfrac{4}{13}$ ③ $\dfrac{2}{5}$ ④ $\dfrac{4}{13}$ ⑤ $\dfrac{4}{5}$

해설

$$\begin{cases} x+y=6k\cdots㉠ \\ y+z=7k\cdots㉡ \\ z+x=5k\cdots㉢ \end{cases} \quad (\text{단}, k \neq 0)$$

㉠ + ㉡ + ㉢를 해 주면 $2(x+y+z)=18k$

$\therefore\ x+y+z=9k$

$\therefore\ x=2k,\ y=4k,\ z=3k$

$$\therefore\ \frac{x^2-yz}{x^2+y^2}=\frac{4k^2-12k^2}{4k^2+16k^2}=\frac{-8}{20}=-\frac{2}{5}$$

5. $y = \dfrac{3 - ax}{1 - x}$ 의 그래프의 점근선이 $x = 1$, $y = -2$ 일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$y = \frac{3 - ax}{1 - x} = \frac{ax - 3}{x - 1} = \frac{a - 3}{x - 1} + a$$

이 분수함수의 점근선은 $x = 1$, $y = a$

$\therefore \ a = -2$

6. $a > 0, b < 0$일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} + |-a| + |-b|$를 간단히 하면?

① $2a - 2b$　　② $2a$　　③ $-2b$

④ $2a + 2b$　　⑤ 0

해설

$a > 0,\ b < 0$이므로

$|a| + |b| + |-a| + |-b|$

$= a - b - (-a) + (-b) = 2a - 2b$

7. 함수 $f : A \to B$ 에서 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \left\{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}\right\}$ 이고, $f(1)+f(2)+f(3)+f(4) = 1+\sqrt{2}+2\sqrt{3}$ 일 때, $\{f(1)\}^2+\{f(2)\}^2+\{f(3)\}^2+\{f(4)\}^2$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$f(1)+f(2)+f(3)+f(4) = 1+\sqrt{2}+2\sqrt{3}$ 이므로

$B = \left\{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}\right\}$ 에서 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ 을 사용하여 $1+\sqrt{2}+2\sqrt{3}$ 을 만들 수 있는 경우는 더하는 순서에 상관없이 $1+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{3}$ 으로 표현된다.

이 때, 정의역 중에서 1, $\sqrt{2}$ 에 대응하는 것은 1개이고 $\sqrt{3}$ 에 대응하는 것은 2개이어야 한다.

따라서 $\{f(1)\}^2+\{f(2)\}^2+\{f(3)\}^2+\{f(4)\}^2$

$= 1^2+(\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2+(\sqrt{3})^2 = 9$

8. 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $B=\{-1,\ 0,\ 1\}$ 에 대하여 함수 $f:A\to B$ 를 정의할 때, $f(1)f(2)f(3)f(4)f(5)=0$ 인 함수 f 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 211 개

해설

$f(1),\ f(2),\ f(3),\ f(4),\ f(5)$ 이들 중
적어도 하나는 0 이므로,
전체 함수의 개수에서
$f(1)f(2)f(3)f(4)f(5)\neq 0$ 인
함수의 개수를 빼면 된다.
그러므로 $3^5-2^5=211$

9. 두 함수 $f(x)=2x+5$, $g(x)=-3x+k$에 대하여 $(f\circ g)(x)=(g\circ f)(x)$가 성립할 때, 상수 k의 값은?

① -20　② -10　③ 0　④ 10　⑤ 20

해설

$(f\circ g)(x)=(g\circ f)(x)$에서

$-6x+2k+5=-6x-15+k$

$\therefore\ k=-20$

10. $f(x) = -2x+3,\ g(x) = 4x+1$ 일 때, $f \circ g \circ h = g$ 를 만족하는 일차함수 $h(x)$ 에 대하여 $h(2)$ 의 값을 구하면?

① -3　② -1　③ 0　④ 2　⑤ 3

해설

$h(x) = ax + b$ 라고 놓고

$$(g \circ h)(x) = 4(ax+b)+1 = 4ax+4b+1$$

$$\begin{aligned}(f \circ (g \circ h))(x) &= -2(4ax+4b+1)+3 \\ &= -8ax-8b-2+3 \\ &= 4x+1\end{aligned}$$

$$a = -\frac{1}{2}\ ,\quad b = 0$$

$$h(x) = -\frac{1}{2}x$$

$$h(2) = -1$$

11. 두 함수 $f(x)=2x-1$, $g(x)=x-3$ 에 대하여 $(f\circ g)^{-1}(5)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 6

해설

$g(8)=5$ 이므로 $g^{-1}(5)=8$

$(f\circ g)^{-1}(5)=(g^{-1}\circ f^{-1})(5)=g^{-1}(f^{-1}(5))=g^{-1}(3)$

$(\because f(3)=5$ 에서 $f^{-1}(5)=3)$

그런데 $g(6)=3$ 이므로 $g^{-1}(3)=6$

따라서 $(f\circ g)^{-1}(5)=g^{-1}(3)=6$

12. 다음 중 임의의 실수 a 에 대하여 $y = |x-a| + a - 1$ 의 그래프와 항상 만나지 않는 직선의 방정식을 구하면?

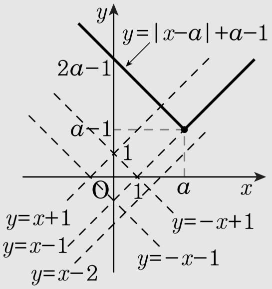
① $y = x + 1$　② $y = x - 1$　③ $y = x - 2$

④ $y = -x - 1$　⑤ $y = -x + 1$

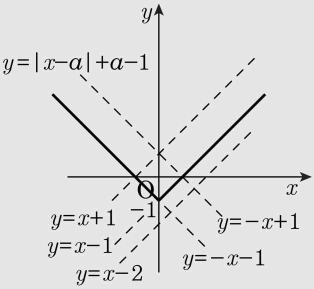
해설

a 의 부호에 따라 그래프의 위치가 달라진다.

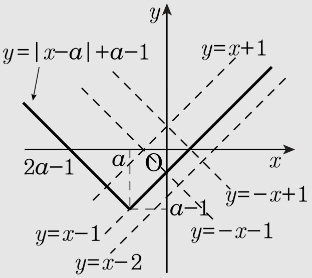
i) $a > 0$ 일 때,
$y = |x-a| + a - 1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
따라서, $y = |x-a| + a - 1$ 은 $y = x + 1$,
$y = x - 1$ 과 만나며 $a \le 1$ 일 때
$y = -x + 1$ 도 만난다.



ii) $a = 0$ 일 때,
$y = |x-a| + a - 1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
따라서 $y = |x-a| + a - 1$ 과
만나지 않는 그래프는 $y = x - 2$ 밖에 없다.



iii) $a < 0$ 일 때,
$y = |x-a| + a - 1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
따라서 $y = |x-a| + a - 1$ 과 만나지 않는
그래프는 $y = x - 2$ 밖에 없다.



i), ii), iii) 에서 $y = |x-a| + a - 1$ 의
그래프와 항상 만나지 않는 직선은 $y = x - 2$ 이다.

13. $\dfrac{1}{\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x}}+\dfrac{1}{\sqrt{2x+1}+\sqrt{2x}}$ 을 간단히 하면?

① $\dfrac{1}{2\sqrt{2x+1}}$ ② $\dfrac{1}{\sqrt{2x+1}}$ ③ $\dfrac{2x}{\sqrt{2x+1}}$

④ $2\sqrt{2x}$ ⑤ $2\sqrt{2x+1}$

해설

(주어진 식)

$$= \frac{(\sqrt{2x+1}+\sqrt{2x})+(\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x})}{(\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x})(\sqrt{2x+1}+\sqrt{2x})}$$

$$= \frac{2\sqrt{2x+1}}{(2x+1)-2x}$$

$$= 2\sqrt{2x+1}$$

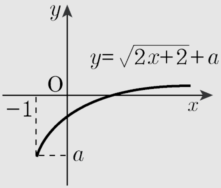
14. 함수 $y = \sqrt{2x+2} + a$ 의 그래프가 제 1 , 3 , 4 사분면을 지나도록 하는 정수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

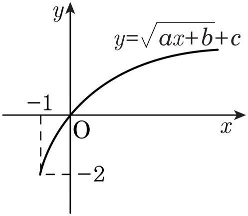
해설

$y = \sqrt{2x+2} + a = \sqrt{2(x+1)} + a$
주어진 함수는 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 것이다.
따라서 이 함수의 그래프가 제 1 , 3 , 4 사분면을 지나려면 $x = 0$ 일 때, $y < 0$ 이어야 한다.



$\sqrt{2} + a < 0$ 이므로 $a < -\sqrt{2}$
따라서 정수 a 의 최댓값은 -2 이다.

15. 함수 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

주어진 그래프에서 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프는 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를
x 축의 방향으로 -1 만큼,
y 축의 방향으로 -2 만큼
평행이동한 것이므로

$y = \sqrt{ax+b}+c$

$\Leftrightarrow \quad y = \sqrt{a(x+1)}-2$

이것이 원점을 지나므로 $0 = \sqrt{a(0+1)}-2$

$\therefore \sqrt{a} = 2 \quad \Rightarrow \quad a = 4$

$y = \sqrt{4x+4}-2$

$\therefore a+b+c = 4+4-2 = 6$

16. $8 \leq x \leq a$ 에서 함수 $y=-\sqrt{x+1}+3$ 의 최댓값이 b , 최솟값이 -1 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 15

해설

$y=-\sqrt{x+1}+3$ 의 그래프는 $y=-\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

$x=a$ 일 때 최솟값을 가지므로

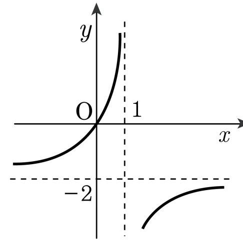
$-1=-\sqrt{a+1}+3 \quad \therefore\ a=15$

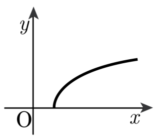
$x=8$ 일 때 최댓값을 가지므로

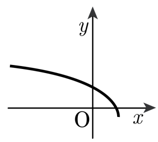
$b=-\sqrt{8+1}+3=0$

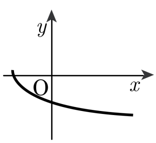
$\therefore\ a+b=15+0=15$

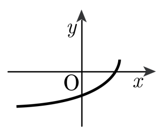
17. 함수 $y = \dfrac{bx+c}{ax-1}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프의 개형은?

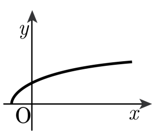


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

점근선이 $x = 1,\ y = -2$ 이므로

$y = \dfrac{k}{x-1} - 2 \cdots$ ㉠

㉠이 원점을 지나므로 $(0,\ 0)$ 을 대입하면,

$\therefore k = -2$

$y = \dfrac{-2}{x-1} - 2 = \dfrac{-2x}{x-1}$

따라서 $a = 1,\ b = -2,\ c = 0$

$\therefore y = \sqrt{ax+b}+c = \sqrt{x-2}$

따라서 개형은 ①이다.

18. 함수 $f(x) = \dfrac{x}{x-1}$ 에 대하여 방정식 $(f \circ f)(x) = x^3$ 의 해의 합을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{x}{x-1}\right)$$

$$= \frac{\dfrac{x}{x-1}}{\dfrac{x}{x-1} - 1} = \frac{\dfrac{x}{x-1}}{\dfrac{x-x+1}{x-1}} = x$$

$\therefore\ x^3 = x,\ x^3 - x = 0,\ x(x-1)(x+1) = 0$

$\therefore\ x = -1\ or\ 0\ or\ 1$

그런데 $x \neq 1$ 이므로 $x = -1\ or\ 0$

$\therefore\ -1 + 0 = -1$

19. $\mathrm{A}=\{-1,\ 0,\ 1\}$ 일 때, 집합 A 에서 집합 A 로의 함수 f 가 있다. $f(-x)=f(x)$ 인 함수 f 의 개수는?

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

$3\times3=9$

20. 양수 a, b가 $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{a+b}$을 만족할 때, $\frac{a^4+b^4}{a^2b^2}+5$의 값을 구하면?

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

해설

$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{a+b}$, $\frac{b-a}{ab}=\frac{1}{a+b}$

$(b-a)(b+a)=ab$

$\therefore\ b^2-a^2=ab$

$b^2-a^2=ab$의 양변을 제곱하면

$a^4-2a^2b^2+b^4=a^2b^2$

$\therefore\ a^4+b^4=3a^2b^2$

$\therefore\ \frac{a^4+b^4}{a^2b^2}+5=3+5=8$

21. 분수함수 $y = \dfrac{2x-3}{x-2}$ 의 정의역이 $\{x \mid x \geq 0\}$ 일 때, 다음 중 치역을 바르게 구한 것은?

① $\left\{y \mid \dfrac{3}{2} < y < 2\right\}$

② $\left\{y \mid \dfrac{3}{2} \leq y < 2\right\}$

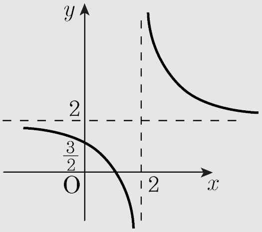
③ $\left\{y \mid y \leq \dfrac{3}{2} \text{ 또는 } y > 2\right\}$

④ $\left\{y \mid y \leq -\dfrac{3}{2} \text{ 또는 } y \geq 2\right\}$

⑤ $\left\{y \mid y \leq \dfrac{3}{2} \text{ 또는 } y \geq 2\right\}$

해설

$$y = \frac{2x-3}{x-2} = \frac{2(x-2)+1}{x-2} = 2 + \frac{1}{x-2}$$



$x = 0$ 일 때, $y = \dfrac{-3}{-2} = \dfrac{3}{2}$ 이므로,

치역은 $\left\{y \mid y \leq \dfrac{3}{2} \text{ 또는 } y > 2\right\}$

22. 실수 x를 넘지 않는 최대의 정수를$[x]$라고 하고 $\{x\} = x - [x]$로 정의하자 $x = \sqrt{28 - 10\sqrt{3}}$일 때, $[\{\{x\}^{-1}\}^{-1}]$의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$x = \sqrt{28 - 10\sqrt{3}} = \sqrt{28 - 2\sqrt{25 \times 3}} = 5 - \sqrt{3}$

$[5 - \sqrt{3}] = [3.2\cdots\cdots] = 3$

$\{x\} = (5 - \sqrt{3}) - 3 = 2 - \sqrt{3},$

$$\{x\}^{-1} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\left\{2 + \sqrt{3}\right\} = 2 + \sqrt{3} - [2 + \sqrt{3}] = \sqrt{3} - 1$$

$$\left\{2 + \sqrt{3}\right\}^{-1} = \frac{1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} = 1.3\cdots\cdots$$

따라서, $\left\{\{x\}^{-1}\right\}^{-1} = 1$

23. $\left(\frac{1}{x}\right)^2 = 7+2\sqrt{12}$, $\left(\frac{1}{y}\right)^2 = 7-2\sqrt{12}$을 만족하는 두 양수 x, y에 대하여, x^3+y^3의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$\left(\frac{1}{x}\right)^2 = 7+2\sqrt{12}$, $\frac{1}{x} = \sqrt{3}+2$, $x = 2-\sqrt{3}$

$\left(\frac{1}{y}\right)^2 = 7-2\sqrt{12}$, $\frac{1}{y} = 2-\sqrt{3}$, $y = 2+\sqrt{3}$

$x+y=4,\ \ xy=1$

$x^3+y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y) = 64-12 = 52$

24. $x = \sqrt{\sqrt{49} - \sqrt{48}}$ 일 때, $x^4 - 3x^3 - 3x^2 + x + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x = \sqrt{\sqrt{49} - \sqrt{48}} = \sqrt{7 - 2\sqrt{12}}$$
$$= \sqrt{(4+3) - 2\sqrt{4 \times 3}}$$
$$= \sqrt{4} - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3}$$

$x = 2 - \sqrt{3}$ 에서 $(x-2)^2 = (-\sqrt{3})^2$

$x^2 - 4x + 4 = 3$

$\therefore\ x^2 - 4x + 1 = 0$

$x^4 - 3x^3 - 3x^2 + x + 1$

$= x^2(x^2 - 4x + 1) + x^3 - 4x^2 + x + 1$

$= x^3 - 4x^2 + x + 1 = x(x^2 - 4x + 1) + 1 = 1$

25. 함수 $y=\dfrac{x+1}{x-2}$의 그래프에서 점근선의 방정식을 $x=a,\ y=b$라 할 때, 함수 $y=\sqrt{ax+b}$의 역함수의 최솟값을 구하면?

① -1 ② $-\dfrac{1}{2}$ ③ $\dfrac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\dfrac{3}{2}$

해설

$y=\dfrac{x+1}{x-2}=1+\dfrac{3}{x-2}$

$\therefore$ 점근선은 $x=2,\ y=1$

$\therefore\ a=2,\ b=1$

$y=\sqrt{2x+1}$의 $\left(x\geq-\dfrac{1}{2}\right)$ 역함수는

$y=\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{1}{2}\ \ (x\geq0)$

$\therefore$ 최솟값은 $-\dfrac{1}{2}$

26. 정수 $k(k \geq 0)$ 에 대하여 함수 $f_k : N \to Z$ 를 $f_k(n) = n^k$ 라 할 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, N은 자연수 전체의 집합, Z는 정수 전체의 집합이다.)

보 기

㉠ $f_2(3) \cdot f_3(5)$ 의 양의 약수의 개수는 12개이다.

㉡ $f_k(m+n) = f_k(m) + f_k(n)$

㉢ $f_k(mn) = f_k(m) \cdot f_k(n)$

① ㉠　② ㉠, ㉡　③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $f_2(3) \cdot f_3(5) = 3^2 \cdot 5^3$ 이므로 양의 약수의 개수는 $(2+1)(3+1) = 12$(개)

$\therefore$ 참

㉡ $f_k(m+n) = f_k(m) + f_k(n) \Leftrightarrow (m+n)^k \neq m^k + n^k$

$\therefore$ 거짓

㉢ $f_k(mn) = f_k(m) \cdot f_k(n) \Leftrightarrow (mn)^k = m^k \cdot n^k$

$\therefore$ 참

27. 두 함수 f 와 g 는 서로 역함수 관계이고 양의 실수 x , y 에 대하여 $f(x+y) = \frac{1}{2}f(x)f(y)$ 가 성립할 때, 다음 중 $g(xy)$ 를 $g(x)$, $g(y)$ 로 나타내면? (단, $f(1) = 4$)

① $g(xy) = g(x) + g(y)$
② $g(xy) = g(x) + g(y) + 1$
③ $g(xy) = g(x)g(y)$
④ $g(xy) = g(x)g(y) + 1$
⑤ $g(xy) = 2g(x)g(y)$

해설

$g(x) = a$, $g(y) = b$ 라 하면 f 가 g 의 역함수이므로 $x = f(a)$, $y = f(b)$

$xy = f(a)f(b) = 2f(a+b)$

$\therefore \frac{xy}{2} = f(a+b)$

$\therefore g\left(\frac{xy}{2}\right) = a + b = g(x) + g(y)$

그런데 $g(xy) = g(x) + g(2y) = g(x) + g(y) + g(4)$

$f(1) = 4$ 이므로 $g(4) = 1$

$\therefore g(xy) = g(x) + g(y) + 1$

28. 수직선 위에 네 점 A(-2), B(0), C(1) 이 있다. 이 수직선 위의 점 P 에 대하여 $\overline{\mathrm{PA}}+\overline{\mathrm{PB}}+\overline{\mathrm{PC}}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

점 P 의 좌표를 P(x) 라고 하면

$\overline{\mathrm{PA}}=|x+2|$, $\overline{\mathrm{PB}}=|x|$, $\overline{\mathrm{PC}}=|x-1|$,

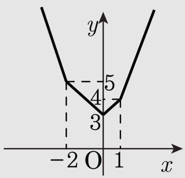
$\overline{\mathrm{PA}}+\overline{\mathrm{PB}}+\overline{\mathrm{PC}}=|x+2|+|x|+|x-1|$ 이므로

$y=|x+2|+|x|+|x-1|$ 로 놓고

$x=-2,\ 0,\ 1$ 을 경계로 하여 구간을 나누면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y=\begin{cases}-3x-1 & (x<-2\text{일 때})\\ -x+3 & (-2\le x<0\text{일 때})\\ x+3 & (0\le x<1\text{일 때})\\ 3x+1 & (x\ge 1\text{일 때})\end{cases}$$

따라서, $y=|x+2|+|x|+|x-1|$ 의 그래프가 다음 그림과 같으므로 구하는 최솟값은 3 이다.



29. $\dfrac{x+3}{x+2}-\dfrac{x+4}{x+3}-\dfrac{x+5}{x+4}+\dfrac{x+6}{x+5}$를 간단히 하면?

① $\dfrac{2(2x-1)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}$

② $\dfrac{2(2x+1)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}$

③ $\dfrac{2(2x+3)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}$

④ $\dfrac{2(x+5)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}$

⑤ $\dfrac{2(2x+7)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}$

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준 식}) &= \left(1+\frac{1}{x+2}\right)-\left(1+\frac{1}{x+3}\right) \\
&\quad -\left(1+\frac{1}{x+4}\right)+\left(1+\frac{1}{x+5}\right) \\
&= \frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x+4}+\frac{1}{x+5} \\
&= \frac{2x+7}{(x+2)(x+5)}-\frac{2x+7}{(x+3)(x+4)} \\
&= \frac{(2x+7)(x^2+7x+12-x^2-7x-10)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)} \\
&= \frac{2(2x+7)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}
\end{aligned}
$$

30. 상수 a, b, c, d에 대하여 등식

$$\frac{3}{x(x-2)}+\frac{3}{(x-1)(x-3)}+\frac{3}{(x-2)(x-4)}+\frac{3}{(x-3)(x-5)}+\frac{3}{(x-4)(x-6)}$$

$=\dfrac{d(x^2-6x+3)}{x(x-a)(x-b)(x-c)}$ 이 성립할 때, $a+b+c+d$의 값은?

① 20 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 30

해설

(주어진 식)

$$=-\frac{3}{2}\left\{\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x-2}\right)+\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x-3}\right)+\left(\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x-4}\right)+\left(\frac{1}{x-3}-\frac{1}{x-5}\right)+\left(\frac{1}{x-4}-\frac{1}{x-6}\right)\right\}$$

$$=-\frac{3}{2}\left\{\frac{1}{x}+\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x-5}-\frac{1}{x-6}\right\}$$

$$=-\frac{3}{2}\left\{\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x-5}\right)+\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x-6}\right)\right\}$$

$$=-\frac{3}{2}\left\{\frac{-5}{x(x-5)}+\frac{-5}{(x-1)(x-6)}\right\}$$

$$=\frac{15}{2}\cdot\frac{(x-1)(x-6)+x(x-5)}{x(x-5)(x-1)(x-6)}$$

$$=\frac{15}{2}\cdot\frac{2x^2-12x+6}{x(x-1)(x-5)(x-6)}$$

$$=\frac{15(x^2-6x+3)}{x(x-1)(x-5)(x-6)}$$

$$=\frac{d(x^2-6x+3)}{x(x-a)(x-b)(x-c)}$$

$\therefore\ a+b+c+d=1+5+6+15=27$