

1. $a + b = 1$, $a^2 + b^2 = -1$ 일 때, $a^{2000} + b^{2006}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$a + b = 1$ 에서 $b = 1 - a$ 이고 $a^2 + b^2 = -1$ 이므로

$$a^2 + (1 - a)^2 = -1, 2a^2 - 2a + 2 = 0, a^2 - a + 1 = 0$$

이 식의 양변에 $a + 1$ 을 곱하면

$$(a + 1)(a^2 - a + 1) = 0, a^3 + 1 = 0$$

같은 방법으로 하면

$$b^3 + 1 = 0 \text{이므로 } a^3 = -1, b^3 = -1$$

$$\begin{aligned} \therefore a^{2000} + b^{2006} &= (a^3)^{666} \cdot a^2 + (b^3)^{668} \cdot b^2 \\ &= a^2 + b^2 = -1 \end{aligned}$$

2. 두 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2 = 7$, $x + y = 3$ 일 때, $x^5 + y^5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 123

해설

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy \text{에서 } 3^2 = 7 + 2xy, xy = 1$$

$$(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y) \text{에서 } x^3 + y^3 = 18$$

$$\begin{aligned} x^5 + y^5 &= (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x + y) \\ &= 7 \times 18 - 1^2 \times 3 \\ &= 123 \end{aligned}$$

3. $a - b = 1$ 이고, $a^2 + b^2 = -1$ 일 때, $a^{14} + b^{20}$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$b = a - 1$ 을 $a^2 + b^2 = -1$ 에 대입하면

$a^2 - a + 1 = 0$ 에서 $a^3 = -1$

$a = b + 1$ 을 $a^2 + b^2 = -1$ 에 대입하면

$b^2 + b + 1 = 0$ 에서 $b^3 = 1$

$$\begin{aligned} a^{14} + b^{20} &= (a^3)^4 \times a^2 + (b^3)^6 \times b^2 \\ &= a^2 + b^2 = -1 \end{aligned}$$