

1. 다항식 $x^5 \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right)$ 의 차수는?

① 2차

② 3차

③ 6차

④ 7차

⑤ 8차

해설

$$x^5 \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right)$$

$$= x^2(x^2 + 1)(x^2 + 2x + 3)$$

∴ 6차 다항식

2. $x^2y(-xy)^3$ 을 간단히 하면?

① $-x^4y^5$

② xy^5

③ $-x^5y^4$

④ $-xy^5$

⑤ x^2y^5

해설

$$x^2y(-xy)^3 = x^2y(-x^3y^3) = -x^5y^4$$

3. 다항식 $x^2y(x^3 + y^2)$ 을 전개하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x^5y + x^2y^3$

해설

$$\begin{aligned}x^2y(x^3 + y^2) &= (x^2y)x^3 + (x^2y)y^2 \\&= x^3(x^2y) + (x^2y)y^2 \\&= (x^3x^2)y + x^2(yy^2) \\&= x^5y + x^2y^3\end{aligned}$$

4. $x + \frac{1}{x} = 1$ 일때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

㉠ 1

㉡ 3

㉢ 4

㉣ 5

㉤ 7

해설

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 1 - 3 = -2$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x}$$

$$(-1) \times (-2) = x^5 + \frac{1}{x^5} + 1$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

해설

$x + \frac{1}{x} = 1$ 의 양변에 x 를 곱하면

$$x^2 - x + 1 = 0, (x+1)(x^2 - x + 1) = 0,$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1, \frac{1}{x^3} = -1$$

$$\begin{aligned} x^5 + \frac{1}{x^5} &= -x^2 - \frac{1}{x^2} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \\ &= -(-1) = 1 \end{aligned}$$

5. $x + y = 2$, $x^3 + y^3 = 14$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $xy = -1$

② $x^2 + y^2 = 6$

③ $x^4 + y^4 = 34$

④ $x^5 + y^5 = 86$

⑤ $x^6 + y^6 = 198$

해설

① $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$ 에서

$$14 = 2^3 - 3xy \times 2$$

$$\therefore xy = -1$$

② $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$ 에서

$$x^2 + y^2 = 2^2 - 2(-1) = 6$$

③ $x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2$ 에서

$$x^4 + y^4 = 6^2 - 2(-1)^2 = 34$$

④ $x^5 + y^5 = (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x + y)$ 에서

$$x^5 + y^5 = 6 \times 14 - (-1)^2 \times 2 = 82 \neq 86$$

⑤ $x^6 + y^6 = (x^3 + y^3)^2 - 2x^3y^3$ 에서

$$x^6 + y^6 = 14^2 - 2(-1)^3 = 198$$

6. $a(a+1) = 1$ 일 때, $\frac{a^4 - a^2}{a^6 - 1}$ 의 값은?

① 1

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$$a(a+1) = 1 \text{ 에서}$$

$$a^2 = -a + 1$$

$$a^4 = (-a + 1)^2 = a^2 - 2a + 1$$

$$= (-a + 1) - 2a + 1 = -3a + 2$$

$$a^6 = a^4 \times a^2 = (-3a + 2)(-a + 1)$$

$$= 3a^2 - 5a + 2 = 3(-a + 1) - 5a + 2$$

$$= -8a + 5$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{a^4 - a^2}{a^6 - 1} &= \frac{-3a + 2 - (-a + 1)}{-8a + 5 - 1} \\ &= \frac{-2a + 1}{-2a + 1} \\ &= \frac{-8a + 4}{4(-2a + 1)} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$