

1. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} & (x + 1)(y + 1)(z + 1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

2. 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 6$, $a^2 + b^2 + c^2 = 12$ 를 만족할 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값을 구하면?

① 8

② 16

③ 24

④ 36

⑤ 42

해설

공식 $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$ 에 주어진 수를 대입하여

$(ab + bc + ca)$ 의 값을 구하면 $(ab + bc + ca) = 12$

$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$ 에서

$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$ 이므로

$\frac{1}{2} \{ (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \} = 0$

$\therefore a = b = c = 2$ 이므로 $a^3 + b^3 + c^3 = 24$

3. $a + b + c = 7$, $a^2 + b^2 + c^2 = 21$, $abc = 8$ 일 때, $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$ 의 값은?

① 26

② 48

③ 84

④ 96

⑤ 112

해설

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$49 = 21 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\therefore ab + bc + ca = 14$$

$$a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = (ab + bc + ca)^2 - 2abc(a + b + c)$$

$$= (14)^2 - 2(8 \times 7)$$

$$= 84$$

4. $a + b + c = 0$, $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ 일 때, $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ 1 ⑤ 4

해설

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ 에 대입하면

$$ab + bc + ca = -\frac{1}{2}$$

$$(ab + bc + ca)^2 = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

$$\frac{1}{4} = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

$$\text{따라서 } a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = \frac{1}{4}$$

5. $a + b = 4$, $a^2 + b^2 = 10$ 일 때, $a^5 + b^5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 244

해설

$$a + b = 4, a^2 + b^2 = 10$$

$$ab = \frac{1}{2}((a + b)^2 - (a^2 + b^2)) = 3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 28$$

$$\begin{aligned}\therefore a^5 + b^5 &= (a^3 + b^3)(a^2 + b^2) - a^2b^2(a + b) \\ &= 28 \times 10 - 9 \times 4 \\ &= 244\end{aligned}$$