

1. 다음 연립부등식의 해가 $a < x < b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

$$\begin{cases} 2(3x-3) > 3(x+2) \\ 3(x+9)+3 > 15(x-2) \end{cases}$$

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} \text{i) } & 2(3x-3) > 3(x+2) \\ & \Rightarrow 6x-6 > 3x+6 \\ & \Rightarrow 3x > 12 \\ & \Rightarrow x > 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } & 3(x+9)+3 > 15(x-2) \\ & \Rightarrow x+9+1 > 5x-10 \\ & \Rightarrow x < 5 \end{aligned}$$

$$\therefore 4 < x < 5$$

$$a = 4, b = 5$$

$$\therefore a + b = 4 + 5 = 9$$

2. x 의 범위가 $-1, 0, 1, 2$ 일 때, 다음 부등식 중 해가 없는 것은?

- ① $2x < -4$ ② $x + 3 < 4$ ③ $3x - 2 \leq 1$
④ $-x + 6 \geq 7$ ⑤ $2x - 3 \geq -1$

해설

- ① $x < -2$
② $x < 1$
③ $x \leq 1$
④ $x \leq -1$
⑤ $x \geq 1$

3. 연립부등식

$$\begin{cases} 4x - a < 3x \\ 3(x - 2) \geq 2x - 1 \end{cases}$$
의 해가 없을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < 10$

② $a \leq 10$

③ $a > 5$

④ $a \leq 5$

⑤ $a > 3$

해설

$4x - a < 3x$, $x < a$, $3(x - 2) \geq 2x - 1$, $x \geq 5$, 해가 없으려면 $a \leq 5$

4. 연속하는 세 자연수의 합이 10 이상 20 미만이고, 큰 수의 3 배는 작은 수의 합보다 10 이상 클 때, 세 수 중 가장 큰 수는?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x , $x+1$ 이라고 하면

$$\begin{cases} 10 \leq (x-1) + x + (x+1) < 20 & \cdots \textcircled{㉠} \\ (x-1) + x \leq 3(x+1) - 10 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} \text{ 에서 } 10 \leq 3x < 20, \quad \therefore \frac{10}{3} \leq x < \frac{20}{3}$$

$$\textcircled{㉡} \text{ 에서 } 2x-1 \leq 3x-7, \quad -x \leq -6 \quad \therefore x \geq 6$$

$6 \leq x < \frac{20}{3}$ 이므로 이를 만족하는 자연수는 6 이고, 세 자연수는 5, 6, 7 이다.

따라서, 세 수 중 가장 큰 수는 7 이다.

5. 부등식 $|x+1|+|x-1| \geq 4$ 의 해는 $x \leq a$ 또는 $x \geq b$ 이다. $a+b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

(i) $x < -1$
 $-(x+1) - (x-1) \geq 4, x \leq -2$

(ii) $-1 \leq x < 1$
 $x+1 - (x-1) \geq 4$
 $2 \geq 4$ (성립 안함)

(iii) $x \geq 1$
 $x+1 + x-1 \geq 4$
 $x \geq 2$

(i), (iii)을 합하면 $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

$\therefore a+b = 0$

6. 부등식 $|2x - a| > 7$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > b$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$|2x - a| > 7$ 에서

$2x - a < -7$ 또는 $2x - a > 7$

$\therefore x < \frac{a-7}{2}$ 또는 $x > \frac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x < -1$ 또는 $x > b$ 이므로

$\frac{a-7}{2} = -1, \frac{a+7}{2} = b$

$\therefore a = 5, b = 6$

$\therefore a + b = 11$

7. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ 의 해를 구하면?

① 해가 없다

② $x = 3$

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $-3 < x < 3$

⑤ 모든 실수

해설

$(x - 3)^2 \geq 0$, (실수) $^2 \geq 0$ 이므로
∴ ⑤ 모든 실수

8. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{2}{5} > x - 0.6 \\ 2 - \frac{x+2}{3} < \frac{x-4}{9} \end{cases}$ 의 해는?

① $x < 3$

② $x > 3$

③ $x > 4$

④ $3 < x < 4$

⑤ 해가 없다.

해설

(i) $\frac{2}{3}x + \frac{2}{5} > x - 0.6$ 에서 $20x + 12 > 30x - 18$

$\therefore x < 3$

(ii) $2 - \frac{x+2}{3} < \frac{x-4}{9}$ 에서 $18 - 3x - 6 < x - 4$

$\therefore x > 4$

연립방정식의 해는 $x < 3, x > 4$ 이므로 해가 없다.

9. 다음 연립부등식 중 해가 없는 것을 모두 고르면?

- ① $\begin{cases} 3x - 2 > -2x + 3 \\ 2(x + 1) \geq 8 \end{cases}$
- ② $\begin{cases} -\frac{x}{2} \leq \frac{1}{4} - x \\ -0.2x - 1 \geq -1.2x - 3 \end{cases}$
- ③ $\begin{cases} 7x - 1 > 4x + 11 \\ 3x - 3 \leq 1 - 2x \end{cases}$
- ④ $\begin{cases} 2x > 6 \\ -x \geq -3 \end{cases}$
- ⑤ $\begin{cases} 2x - 3x \leq 7 \\ x + 1 > 5 \end{cases}$

해설

- ① $x \geq 3$
- ② $-2 \geq x \leq \frac{1}{2}$
- ③ $x \geq 4$ 또는 $x \leq \frac{4}{5}$ 이므로 해가 없다.
- ④ $x > 3$ 또는 $x \leq 3$ 이므로 해가 없다.
- ⑤ $x > 4$

10. 연립부등식 $\begin{cases} 2(x+4) > 3x-1 \\ 4x+1 > 5x-a \end{cases}$ 의 해가 $x < 4$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{cases} 2(x+4) > 3x-1 \cdots \textcircled{A} \\ 4x+1 > 5x-a \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A}$ 에서 $2x+8 > 3x-1 \quad \therefore x < 9$

$\textcircled{B}$ 을 풀면 $x < a+1$

그런데 연립부등식의 해가 $x < 4$ 이므로

$$a+1=4 \quad \therefore a=3$$

11. 부등식 $-1 \leq 3x - 7 \leq 2x + a$ 의 해가 $b \leq x \leq 4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$-1 \leq 3x - 7 \leq 2x + a$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -1 \leq 3x - 7 \\ 3x - 7 \leq 2x + a \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq a + 7 \end{cases}$$

$2 \leq x \leq a + 7$ 은 $b \leq x \leq 4$ 이므로

$$\therefore a = -3, b = 2$$

따라서 $a + b = -3 + 2 = -1$ 이다.

12. 연립부등식 $\begin{cases} 5x+7 \leq 3(x+a) \\ 3(x-1)+4 < 5x+25 \end{cases}$ 의 해가 $-2b < x \leq -4$ 일 때,
 $\frac{b}{a}$ 의 값은?

① 18 ② 12 ③ 6 ④ -6 ⑤ -18

해설

$$\begin{cases} 5x+7 \leq 3(x+a) \\ 3x+1 < 5x+25 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x-3x \leq 3a-7 \\ 3x-5x < 25-1 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x \leq \frac{3a-7}{2} \\ x > -12 \end{cases}$$

$$-2b = -12 \text{ 이고 } \frac{3a-7}{2} = -4$$

$$\therefore a = -\frac{1}{3}, b = 6$$

$$\frac{b}{a} = -18$$

13. 다음 연립부등식의 해가 없을 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

$$\begin{cases} 3x - 8 < 5x + 2 \\ 2x - 3 \leq x + a \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $a \leq -8$

해설

$3x - 5x < 2 + 8$
 $-2x < 10$ 에서
 $x > -5$
 $2x - x \leq a + 3$ 에서
 $x \leq a + 3$
 $a + 3 \leq -5$ 이어야 해가 없다.
 $\therefore a \leq -8$

14. 어떤 직사각형의 세로의 길이가 가로 길이에서 1cm 을 더한 후 2배한 것과 같다고 한다. 이 직사각형의 둘레의 길이가 20cm 이상 35cm 미만이고, 가로의 길이를 x cm 라 할 때, x 의 범위로 옳은 것은?

- ① $\frac{8}{3} \leq x \leq \frac{31}{6}$
- ② $\frac{8}{3} < x \leq \frac{31}{6}$
- ③ $\frac{8}{3} < x < \frac{31}{6}$
- ④ $\frac{8}{3} \leq x < \frac{31}{6}$
- ⑤ $\frac{8}{3} \leq x$

해설

가로의 길이를 x cm라고 하면 세로의 길이를 $2(x+1)$ cm이다. 이러한 직사각형의 둘레의 길이를 식으로 나타내면 $2x+2\times 2(x+1)$ 이고, 정리하면 $6x+4$ 이다. 둘레의 길이가 20cm 이상 35cm 미만을 식으로 표현하면, $20 \leq 6x+4 < 35$ 이므로 이를 연립

부등식으로 바꾸면 $\begin{cases} 20 \leq 6x+4 \\ 6x+4 < 35 \end{cases}$ 이고 정리하면 $\begin{cases} x \geq \frac{8}{3} \\ x < \frac{31}{6} \end{cases}$

이다.

따라서 가로의 길이의 범위는 $\frac{8}{3} \leq x < \frac{31}{6}$ 이다.

15. 4% 소금물 300 g 과 9% 의 소금물을 섞어서 7% 이상의 소금물을 만들었다. 이 때, 9% 의 소금물은 몇 g 이상 섞었는지 구하여라.

▶ 10:00

▶ 정답 : 450g

해설

9%의 소금물의 양을 x g이라 하면

$$\frac{4}{100} \times 300 + \frac{9}{100} \times x \geq \frac{7}{100} \times (300 + x)$$

$$1200 + 9x \geq 2100 + 7x$$

$$9x - 7x \geq 2100 - 1200$$

$$\therefore x \geq 450$$

16. 지수는 이번 기말고사에 국어, 영어, 과학, 수학 4 과목을 시험을 치루었다. 지금까지의 국어, 영어, 과학 성적이 각각 88 점, 79 점, 97 점 일 때, 수학성적까지의 평균이 88 점 이상 91 점 이하가 되게 하려면 수학시험에서 몇 점 이상을 받아야 하는가? (단, 수학시험은 100 점 만점이다.)

▶ 답: 점

▶ 정답 : 88점

해설

$$\begin{aligned} 88 &\leq \frac{88 + 79 + 97 + x}{4} \leq 91 \\ 88 \times 4 &\leq 88 + 79 + 97 + x \leq 91 \times 4 \\ \Rightarrow \begin{cases} 352 \leq 264 + x \\ 264 + x \leq 364 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} -x \leq 264 - 352 \\ 264 + x \leq 364 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} x \geq 88 \\ x \leq 100 \end{cases} \\ \therefore 88 \leq x \leq 100 \end{aligned}$$

17. 이차부등식 $-4x^2 + 12x - 9 \geq 0$ 의 해는?

① $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$

② $x \leq -\frac{3}{2}, x \geq \frac{3}{2}$

③ $x \neq \frac{3}{2}$ 인 모든 실수

④ 해는 없다.

⑤ $x = \frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & -4x^2 + 12x - 9 \geq 0 \\ \Rightarrow & 4x^2 - 12x + 9 \leq 0 \\ \Rightarrow & (2x - 3)^2 \leq 0 \\ \therefore & x = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

18. 부등식 $x^2 - 3|x| - 4 > 0$ 의 해를 구하면?

- ① $x < -4$ 또는 $x > 4$ ② $x < -1$ 또는 $x > 4$
③ $x < 1$ 또는 $x > -4$ ④ $-1 < x < 4$
⑤ $-1 < x < 3$

해설

부등식에 절댓값이 있으므로
(i) $x \geq 0$
 $x^2 - 3x - 4 > 0$
 $(x + 1)(x - 4) > 0$
 $x < -1$ 또는 $x > 4$
 $x \geq 0$ 이므로 $x > 4$
(ii) $x < 0$
 $x^2 + 3x - 4 > 0$
 $(x - 1)(x + 4) > 0$
 $x < -4$ 또는 $x > 1$
 $x < 0$ 이므로 $x < -4$
(i) (ii) 로부터 $x < -4$ 또는 $x > 4$

19. 이차방정식 $4x^2 + 8kx + 8k - 3 = 0$ 이 실근을 가질 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $k \leq \frac{1}{2}$ 또는 $k \geq \frac{3}{2}$

② $k < \frac{1}{2}$ 또는 $k > \frac{3}{2}$

③ $\frac{1}{2} < k < \frac{3}{2}$

④ $\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{3}{2}$

⑤ 모든 실수

해설

$$\frac{D}{4} \geq 0 \text{에서 } (4k)^2 - 4(8k - 3) \geq 0$$

$$16k^2 - 32k + 12 \geq 0$$

$$4k^2 - 8k + 3 \geq 0$$

$$(2k - 3)(2k - 1) \geq 0$$

$$\therefore k \leq \frac{1}{2} \text{ 또는 } k \geq \frac{3}{2}$$

20. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수를 구하여라.

$$\begin{cases} \frac{5x+2}{3} - \frac{3}{2}x < 2 \\ \frac{3x-1}{4} - \frac{x}{2} > -1 \end{cases}$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

$10x + 4 - 9x < 12 \quad \therefore x < 8$
 $3x - 1 - 2x > -4 \quad \therefore x > -3$
 $\therefore -3 < x < 8$
이므로 이를 만족하는 정수의 개수는 10개이다.

21. $x + 3y = 5$, $4y + 3z = 6$ 일 때, 부등식 $x < 3y < 5z$ 를 만족시키는 x 의 값의 범위를 구하면?

- ① $\frac{5}{6} < x < \frac{10}{9}$ ② $\frac{30}{29} < x < \frac{5}{3}$ ③ $\frac{55}{29} < x < \frac{5}{2}$
④ $\frac{5}{2} < x < \frac{90}{29}$ ⑤ $-\frac{90}{29} < x < -\frac{5}{2}$

해설

$x + 3y = 5$ 를 y 에 관하여 풀면

$$y = \frac{5-x}{3}$$

$4y + 3z = 6$ 을 z 에 관하여 풀면

$$z = \frac{6-4y}{3} = 2 - \frac{4}{3}y$$

$y = \frac{5-x}{3}$ 을 대입하면

$$z = 2 - \frac{4}{3} \times \frac{5-x}{3} = 2 - \frac{20-4x}{9} = \frac{4x-2}{9}$$

$y = \frac{5-x}{3}$, $z = \frac{4x-2}{9}$ 를 부등식에 대입하면

$$x < 5-x < 5 \times \frac{4x-2}{9}$$

$$x < 5-x, 2x < 5$$

$$x < \frac{5}{2} \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$5-x < \frac{5(4x-2)}{9}, 45-9x < 20x-10,$$

$$\frac{55}{29} < x \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{에서 } \frac{55}{29} < x < \frac{5}{2}$$

22. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{a}{4} \geq \frac{x}{4} - \frac{1}{8} \\ 3x - 1 \geq 5x - 7 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 가 3개일 때, 상수

a 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{1}{2} < a \leq \frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2} \leq a < \frac{1}{2}$ ③ $0 \leq a < 1$
④ $\frac{1}{2} < a \leq \frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2} \leq a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{x}{2} - \frac{a}{4} \geq \frac{x}{4} - \frac{1}{8} \text{ 에서 } x \geq a - \frac{1}{2}$$

$$3x - 1 \geq 5x - 7 \text{ 에서 } x \leq 3$$

$$\therefore a - \frac{1}{2} \leq x \leq 3$$

연립부등식을 만족하는 정수 x 가 3개이려면

$$0 < a - \frac{1}{2} \leq 1$$

$$\therefore \frac{1}{2} < a \leq \frac{3}{2}$$

23. 연립부등식 $\frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2} \leq a$ 의 해가 $-2 \leq x < 1$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① $\frac{7}{2}$ ② 3 ③ 1 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{4}$

해설

연립부등식 $\frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2} \leq a$ 를

$$\begin{cases} \frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2} & \dots \textcircled{1} \\ \frac{5-x}{2} \leq a & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

으로 바꾸어 연립부등식의 해를 구한다.

①을 풀면

$$\frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2}, 4x+8 < 15-3x, 7x < 7$$

$$\therefore x < 1 \dots \textcircled{i}$$

$$\textcircled{2} \text{을 풀면 } \frac{5-x}{2} \leq a, 5-x \leq 2a$$

$$\therefore x \geq 5-2a \dots \textcircled{ii}$$

(i), (ii)를 모두 만족시키는 x 의 범위는 $5-2a \leq x < 1$ 이다.

연립부등식의 해가 $-2 \leq x < 1$ 이므로 $5-2a = -2$

$$\therefore a = \frac{7}{2}$$

24. 1 개에 400 원 하는 껌과 600 원 하는 껌을 합하여 10 개를 사는데 그 값이 5300 원 이상 5500 원 이하가 되게 하려면 600 원짜리 껌을 몇 개 살 수 있는지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 7개

해설

600 원 하는 껌의 개수를 x , 400 원 하는 껌의 개수를 $10 - x$

$$5300 \leq 600x + 400(10 - x) \leq 5500$$

$$53 \leq 6x + 40 - 4x \leq 55$$

$$13 \leq 2x \leq 15, \quad \frac{13}{2} \leq x \leq \frac{15}{2}$$

$$6.5 \leq x \leq 7.5$$

$$\therefore x = 7$$

$$\dots \lambda = 1$$

25. 구슬을 보관함 1 상자당 구슬을 4 개씩 넣으면 구슬이 5 개가 남고, 구슬을 5 개씩 넣으면 모두 넣을 수 있지만 마지막 보관함에는 구슬이 2 개 이상 4 개 이하가 들어간다. 보관함의 개수로 가능한 것의 개수로 틀린 것을 모두 고르면?
- ① 4 상자 ② 5 상자 ③ 6 상자
- ④ 7 상자 ⑤ 8 상자

해설

보관함 x 상자가 있다고 하면, 구슬의 수는 $(4x + 5)$ 개 이다. 구슬을 5 개씩 넣을 경우 $x - 1$ 개 까지는 5 개씩 들어가 있지만 마지막 보관함에는 2 개 이상 4 개 이하가 들어가게 된다. 2 개가 들어갈 경우를 식으로 나타내면, $5(x - 1) + 2$ 이고, 4 개가 들어갈 경우를 식으로 나타내면 $5(x - 1) + 4$ 이다. 구슬의 수는 보관함에 5 개씩 넣고 마지막 보관함에 2 개가 들어있는 경우와 4 개가 들어있는 경우 사이에 있으므로, 식으로 나타내면 $5(x - 1) + 2 \leq 4x + 5 \leq 5(x - 1) + 4$ 이다. 이를 연립부등식으로 나타내면
$$\begin{cases} 5(x - 1) + 2 \leq 4x + 5 \\ 4x + 5 \leq 5(x - 1) + 4 \end{cases}$$
 이다.

간단히 정리하면
$$\begin{cases} x \leq 8 \\ x \geq 6 \end{cases}$$
 이므로 연립부등식의 해는 $6 \leq x \leq 8$ 이다. 따라서 보관함은 6 상자 또는 7 상자 또는 8 상자가 있다.

26. 어느 학교 학생들이 운동장에서 야영을 하기 위해 텐트를 설치하였다. 한 텐트에 3 명씩 자면 12 명이 남고, 5 명씩 자면 텐트가 10 개가 남는다고 할 때, 텐트의 수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▶ 답 : 개

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 31 개

▷ 정답 : 32 개

▷ 정답 : 33 개

해설

텐트 수를 x 개, 학생 수를 $(3x + 12)$ 명이라 하면

$$5(x - 11) + 1 \leq 3x + 12 \leq 5(x - 11) + 5$$

$5(x - 11) + 1 \leq 3x + 12$ 에서

$$5x - 55 + 1 \leq 3x + 12,$$

$$2x \leq 66$$

$$\therefore x \leq 33$$

$3x + 12 \leq 5(x - 11) + 5$ 에서

$$3x + 12 \leq 5x - 55 + 5,$$

$$2x \geq 62$$

$$\therefore x \geq 31$$

$$\therefore 31 \leq x \leq 33$$