1. 10명의 학생이 O, X 문제에 임의로 답하는 경우의 수는?

① 128 ② 256 ③ 512 ④ 1024 ⑤ 2048

해설

각 학생이 대답할 수 있는 가지 수가
2가지씩이므로 $\Rightarrow 2^{10} = 1024$

2. 1, 2, 3, 4, 5 의 번호가 각각 적힌 5 개의 농구공을 A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 라고 쓰여진 가방에 각각 1 개씩 넣을 때, 2 번 공은 A_1 에 넣고, k 번 공은 A_k 에 넣지 않는 경우의 수는? (단, $k = 1, 3, 4, 5$)

① 11 가지　② 13 가지　③ 17 가지　④ 21 가지　⑤ 35 가지

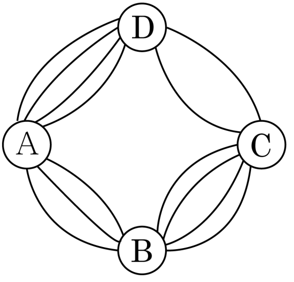
해설

2 번 공을 제외한 나머지를 표를 그려 직접 구한다.

A_2	A_3	A_4	A_5
3	1	5	4
3	4	5	1
3	5	1	4
1	4	5	3
1	5	3	4
4	1	5	3
4	5	3	1
4	5	1	3
5	4	1	3
5	4	3	1
5	1	3	4

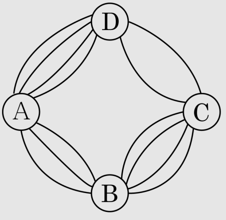
$\therefore$ 총 11 가지

3. 4개의 도시 A, B, C, D 사이에 그림과 같은 도로가 있다. 갑, 을 두 사람이 A 에서 출발하여 B 또는D 를 통과하여 C 로 가는 방법이 수는? (단, 한 사람이 통과한 곳은 다른 사람이 통과할 수 없다.)



① 114 ② 152 ③ 192 ④ 214 ⑤ 298

해설



$A \to B \to C$ 로 가는 방법 : $3 \times 4 = 12$

$A \to D \to C$ 로 가는 방법 : $4 \times 2 = 8$

(i) 갑이 $A \to B \to C$ 로 가고,
을은 $A \to B \to C$ 로 가는 경우
$12 \times 8 = 96$

(ii) 을이 $A \to B \to C$ 로 가고,
갑은 $A \to B \to C$ 로 가는 경우
$8 \times 12 = 96$

따라서, 구하는 방법의 수는 $96 + 96 = 192$

4. 10000 원짜리 지폐 3장, 5000 원짜리 지폐 3장, 1000 원짜리 지폐 4장이 있다. 이 지폐의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 금액의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 49 가지

해설

10000 원짜리 1장으로 지불하는 금액과 5000 원짜리 2장으로 지불하는 금액이 같으므로 10000 원짜리 지폐 3장을 5000 원짜리 지폐 6장으로 바꾸면 지불할 수 있는 금액의 수는 5000 원짜리 지폐 9장, 1000 원짜리 지폐 4장의 지불 방법의 수와 같다.

5000 원짜리를 지불하는 방법의 수는

$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ 장의 10가지

1000 원짜리를 지불하는 방법의 수는

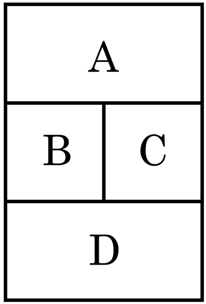
$0, 1, 2, 3, 4$ 장의 5가지

이때, 지불하지 않는 경우가 1가지이므로

이를 제외하면

$10 \cdot 5 - 1 = 49$

5. 원재가 가입한 동아리는 이 동아리를 상징하는 깃발을 검정, 초록, 빨강의 세 가지 색을 모두 사용하여 다음 그림과 같은 네 영역으로 구분하여 칠하려고 한다. 서로 다르게 칠하는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : ____ 가지

▷ 정답 : 6 가지

해설

A, B, C, D 의 순서대로 색을 칠한다고 할 때, A 의 영역을 칠하는 방법의 수는 검정, 초록, 빨강의 3 가지이다. 이런 각 경우에 대하여 B 의 영역을 칠하는 방법은 3 가지 색 중에서 A 의 영역을 칠한 색을 제외한 2 가지이고, C 의 영역을 칠하는 방법의 수는 A, B 의 두 영역을 칠한 색을 제외한 1 가지이다.
마지막으로 D 의 영역을 칠하는 방법의 수는 B, C 의 두 영역을 칠한 색을 제외한 1가지 방법이다. 따라서 구하는 방법의 수는
$3 \times 2 \times 1 \times 1 = 6$ (가지)

6. 다음 그림과 같이 모양이 서로 다른 세 개의 주머니에 $1, 2, 3$ 이 적힌 세 개의 구슬이 들어 있다.

이 세 주머니에서 각각 한 개의 구슬을 꺼낼 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 같은 경우의 수는 3 개이다. ㉡ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 다른 경우의 수는 6 개이다. ㉢ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 2 개가 같은 경우의 수는 18개이다.

① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢

④ ㉡,㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 같은 경우는
$(1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3)$ 즉, 3 개 (참)

㉡ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 다른 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$(참)

㉢ 세 개의 주머니에서 각각 한 개의 구슬을 꺼내는 경우의 수는 $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ 이므로 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 2 개가 같은 경우의 수는, $27 - 3 - 6 = 18$ (참)

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢

7. 남자 5명, 여자 4명 중에서 남자 3명, 여자 2명을 뽑아서 일렬로 세우는 방법은 몇 가지인가?

① 1800 ② 3600 ③ 4800 ④ 5400 ⑤ 7200

해설

${}_5C_3 \times {}_4C_2 \times 5! = 7200$

8. 남학생 5명, 여학생 n 명을 일렬로 세울 때, 남학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수가 86400가지이다. 이 때, n 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

남학생을 하나로 보면 $n+1$ 명을 일렬로 세우는 방법과 같다 : $(n+1)!$

여기에 남학생끼리 자리를 바꾸는 방법을 곱해준다. : $(n+1)! \times 5! = 86400$

$$\therefore (n+1)! = \frac{86400}{120} = 720 = 6!$$

$$\therefore n = 5$$

9. $POWER$의 5개의 문자를 일렬로 배열할 때, P와 R가 이웃하는 경우의 수는?

① 36 ② 48 ③ 56 ④ 70 ⑤ 84

해설

P와 R을 하나로 보면 4개를 일렬로 배열하는 방법과 같다.

$\Rightarrow 4! = 24$

여기에 P와 R가 자리를 바꾸는 방법을 곱한다.

$\therefore 24 \times 2 = 48$

10. 6 개의 문자 $a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f$를 일렬로 배열할 때, 모음 $a,\ e$가 이웃하지 않는 경우는 몇 가지가 되는지 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 480 가지

해설

$a,\ e$를 제외한 나머지 $b,\ c,\ d,\ f$ 네 문자를 일렬로 먼저 배열하는 방법의 수는 $4!$ 가지가 있다.
이 때, 그 네 문자 사이의 양 끝의 5 개의 자리에 $a,\ e$를 늘어놓으면, $a,\ e$는 이웃할 수 없다.
즉, $\square\ b\ \square\ c\ \square\ d\ \square\ f\ \square$의 다섯 개의 $\square$중에 두 개를 골라 $a,\ e$를 배열한다.
따라서, 구하는 가짓수는 $4! \times {}_5P_2 = 24 \times 20 = 480$ (가지)

11. A, B, C, D 4 명을 일렬로 세울 때, A 가 가장 뒤에 서는 경우의 수를 구하여라.

▶ **답 :** ＿＿＿＿＿＿ 가지

▷ **정답 :** 6 가지

해설

세명을 일렬로 세우는 경우와 같다.

$3! = 6$

12. A, B, C, D, E 다섯 명의 학생이 있다. 항상 D가 C보다 앞에 오도록 일렬로 서는 방법의 수는 ?

① 12 ② 20 ③ 24 ④ 30 ⑤ 60

해설

전체를 줄세운 다음 C, D가 순서를 바꾸어 서는 경우로 나누어 주면 된다.

$$\frac{5!}{2!} = 60$$

13. 0, 1, 2, 3, 4, 5 의 6 개의 숫자를 한번씩 사용하여 네 자리의 정수를 만들 때, 양 끝이 홀수인 자연수의 개수를 구하면?

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 72 개

해설

양 끝이 홀수이므로 1, 3, 5 중 2 개를 배열하는 경우의 수는
$_3P_2 = 6$
두 홀수를 제외한 나머지 4 개의 숫자를 배열하는 경우의 수는
$_4P_2 = 12$
따라서 $6 \times 12 = 72$

14. '*korea*' 의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 적어도 한 쪽 끝이 자음인 것의 개수를 구하여라.

▶ **답 :** 개

▷ **정답 :** 84 개

해설

전체 경우의 수에서 양 쪽 끝이 모두 모음인 경우를 제외한다.

$5! - {}_3P_2 \times 3! = 84$

15. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 이 적혀 있는 7 개의 카드 중에서 서로 다른 5 개의 카드를 뽑아 나열한다. 이 때, 위의 그림의 예와 같이 첫 번째 카드와 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자의 합이 8 이 면서 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자가 3 이상이 되도록 나열하는 방법의 수는?

① 120 ② 180 ③ 240 ④ 300 ⑤ 360

해설

첫 번째 카드와 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자의 합이 8 이면서 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자가 3 이상인 경우는 $1-7, 2-6, 3-5, 5-3$ 의 4가지이다.

이 4가지 경우에 대하여 각각 중앙에 남은 세 자리에 5개의 수 중에서

3개를 택하여 나열하는 방법의수는

${}_5P_3 = 5\times4\times3 = 60$ (가지)

따라서 구하는 방법의 수는 $4\times60 = 240$ (가지)

16. 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5를 중복하여 만든 자연수를 크기가 작은 순서로 배열할 때, 1000은 몇 번째 수인가?

① 181　② 215　③ 216　④ 256　⑤ 257

해설

처음 일의 자리일 때는 5가지가 가능하고 그 다음부터는 6번마다 자리 수가 변경 된다.

100이 되기 전까지 개수 : $(6 \times 6) - 1 = 35$

100 ~ 999 : $(6 \times 6) \times 5 = 180$

따라서 1000은 $180 + 35 + 1 = 216$번째 수이다.

17. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 15x + k = 0$ 의 두 근이 ${}_nC_1$, ${}_nC_2$ 일 때, 상수 k 의 값은?

① 14 ② 26 ③ 36 ④ 44 ⑤ 50

해설

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

${}_nC_1 +_n C_2 = 15$

$n^2 + n - 30 = 0,\ (n+6)(n-5) = 0$

$n > 0$ 이므로 $n = 5$

따라서, 두 근은 ${}_5C_1 = 5,\ {}_5C_2 = 10$ 이므로

$k = 5 \cdot 10 = 50$

18. 색이 모두 다른 12개의 색연필 중 5개를 택할 때, 검정은 포함되지 않고 빨강, 노랑, 파랑은 포함되는 경우의 수는?

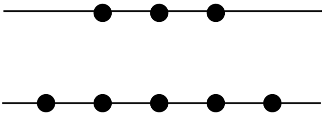
① 10 ② 15 ③ 21 ④ 28 ⑤ 36

해설

8 개의 색연필 중 2 개의 색연필을 택하는 경우와 같다.

$\therefore\ {}_8C_2 = 28$

19. 그림과 같이 두 평행선 위에 8개의 점이 있다. 주어진 점을 연결하여 만들 수 있는 서로 다른 직선의 개수는?



① 15　② 16　③ 17　④ 18　⑤ 19

해설

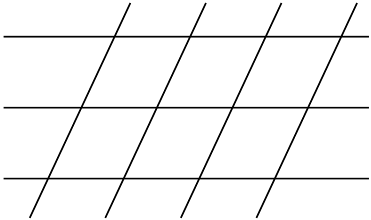
윗줄의 점 3 개 중 하나를 선택하고 아래줄 5 개 점 중 하나를 선택하여 직선을 만든다.

$\Rightarrow {}_3C_1 \times {}_5C_1 = 15$

윗줄, 아래줄 모두 직선이 하나씩 있다.

$\therefore 15 + 1 + 1 = 17$

20. 다음 그림과 같이 3 개의 평행선과 4 개의 평행선이 만나고 있다. 이들로 이루어지는 평행사변형은 몇 개인가?



① 18 개 ② 24 개 ③ 28 개 ④ 32 개 ⑤ 36 개

해설

가로줄 중에서 2 개를 선택하고, 세로줄 중에서 2 개를 선택하면 평행사변형이 하나 정해진다.

$_3C_2 \times _4C_2 = 18$

21. 남학생 7 명, 여학생 2 명이 3 명씩 세 개의 조로 나누어 게임을 하려고 한다. 여학생 2 명이 같은 조에 속하는 방법의 수는? (단, 조의 구분은 없다.)

① 60 ② 70 ③ 120 ④ 140 ⑤ 210

해설

남학생 7 명 중 한 명이 여학생 2 명과 한 조를 이루면 되므로 구하는 방법의 수는 남학생 7 명을 3 명, 3 명, 1 명으로 나누는 방법의 수와 같다.

$${}_7C_3 \times {}_4C_3 \times {}_1C_1 \times \frac{1}{2!} = 70$$

22. 2002년 월드컵은 32개팀이 참가하여 4개팀 8조로 나누어 리그전을 치른 후 16강을 결정했다. 16강은 토너먼트 방식으로 우승팀을 가렸고, 별도로 3, 4위전이 있었다. 2002년 월드컵에서 치른 총 게임 수를 구하여라.

① 44 ② 58 ③ 64 ④ 72 ⑤ 76

해설

각 조별 리그전 : ${}_4C_2 = 6$

16강 토너먼트 : $16 - 1 = 15$

3, 4위전 : 1

$\therefore\ {}_4C_2 \times 8 + (16 - 1) + 1 = 64$

23. 인터넷 동호회 A, B의 회원 6명, 6명이 모여 연합동호회를 만들려고 한다. 연합동호회의 대표를 3명 정할 때, A동호회의 회원이 적어도 한 명 포함되는 경우의 수는?

① 160 ② 200 ③ 270 ④ 315 ⑤ 380

해설

적어도 동호회 A의 회원이 포함되는 경우의 수는 12명 중에서 3명을 택하는 조합의 수에서 대표 3명이 모두 동호회 B의 회원인 경우의 수를 제외하면 된다.

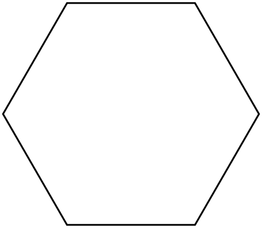
전체 12명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는 ${}_{12}\mathrm{C}_3$,

대표 3명을 모두 동호회 B에서 뽑는 경우의 수는 ${}_{6}\mathrm{C}_3$ 이므로

구하는 경우의 수는

$$\begin{aligned} {}_{12}C_3 - {}_{6}C_3 &= \frac{12\times11\times10}{3\times2\times1} - \frac{6\times5\times4}{3\times2\times1} \\ &= 220 - 20 = 200 \end{aligned}$$

24. 다음 그림과 같은 정육각형의 꼭짓점 중에서 3 개를 택해 만들 수 있는 삼각형 중에서 정삼각형이 아닌 것의 개수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 18 개

해설

정육각형의 6 개의 꼭짓점 중 어느 3 개도
일직선 위에 있지 않으므로 3 개의 점을 택하면
삼각형이 하나 결정된다.

$$\therefore {}_6C_3 = \frac{{}_6P_3}{3!} = \frac{6\times5\times4}{3\times2\times1} = 20$$

이 중 정삼각형은 2 개이므로 정삼각형이 아닌
것의 개수는 $20 - 2 = 18$ (개)

25. 7 층짜리 건물의 1 층에서 7 명이 승강기를 함께 탄 후 7 층까지 올라가는 동안 3 개의 층에서 각각 2 명, 2 명, 3 명이 내리는 방법의 수는?

① 3150　② 6300　③ 9450

④ 12600　⑤ 15750

해설

먼저 내릴 3 개의 층을 선택하는 방법 :

${}_6C_3 = 20$

7 명을 2 명, 2 명, 3 명으로 나누어 3 개의 층에

배열하는 방법 : $\Rightarrow {}_7C_2 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} \times 3! = 630$

$\therefore 20 \times 630 = 12600$