1. 부등식 $3x+2 \le 3a$을 만족하는 해의 최댓값이 -1일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{3}$

해설

부등식 $3x+2 \le 3a$를 정리하면

$3x \le 3a-2$, $x \le \frac{3a-2}{3}$ 에서 해의 최댓값이 -1이므로

$\frac{3a-2}{3} = -1$, $3a = -1$

$\therefore\ a = -\frac{1}{3}$

2. 부등식 $5x-7 \le 2a$을 만족하는 해의 최댓값이 3일 때, 다음 중 상수 a의 값을 바르게 구한 것을 골라라.

㉠ $a=1$	㉡ $a=2$	㉢ $a=3$
㉣ $a=4$	㉤ $a=5$	

▶ 답:

▷ 정답: ㉣

해설

부등식 $5x-7 \le 2a$ 를 정리하면

$5x \le 2a+7$,

$x \le \dfrac{2a+7}{5}$ 에서 해의 최댓값이 3이므로

$\dfrac{2a+7}{5}=3$, $2a=8$

$\therefore\ a=4$

3. 일차부등식 $7-2x \geq a$를 만족하는 해의 최댓값이 2일 때, a의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

부등식 $7-2x \geq a$를 정리하면

$-2x \geq a-7$, $x \leq \dfrac{-a+7}{2}$ 에서 해의 최댓값이 2이므로

$\dfrac{-a+7}{2} = 2$, $-a+7=4$

$\therefore\ a=3$

4. 일차부등식 $14 - 7x \geq \frac{a}{2}$ 를 만족하는 해의 최댓값이 -1 일 때, 다음 중 a 의 값을 바르게 구한 것은?

① 42 ② 40 ③ 38 ④ 32 ⑤ 14

해설

부등식 $14 - 7x \geq \frac{a}{2}$ 를 정리하면

$28 - 14x \geq a$ 에서 $-14x \geq a - 28$

$\therefore\ x \leq \frac{a - 28}{-14}$

해의 최댓값이 -1 이므로

$\frac{a - 28}{-14} = -1$

$a - 28 = 14$

$\therefore\ a = 42$

5. 일차부등식 $ax+3 \geq 2(4-x)+1$을 만족하는 가장 큰 수가 -6일 때, a의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$ax+3 \geq 2(4-x)+1$
$ax+3 \geq 8-2x+1$
$ax+2x \geq 6$
$(a+2)x \geq 6$

$x \leq \frac{6}{a+2}$ 는 $x \leq -6$ 이어야 하므로

$\frac{6}{a+2} = -6$
$6 = -6a-12$
$6a = -18$
$\therefore\ a = -3$

6. 좌표평면 위에서 $x+y \leq 5$를 만족하는 자연수 x, y의 순서쌍의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10개

해설

구하는 순서쌍은 $(1,4), (1,3), (1,2), (1,1), (2,3), (2,2), (2,1), (3,2), (3,1), (4,1)$이다.

7. 좌표평면 위에서 $2x + y < 4$를 만족하는 자연수 x, y의 순서쌍의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 1개

해설

구하는 순서쌍은 $(1, 1)$로 1 개이다.

8. 주사위를 두 번 던져 나오는 눈을 각각 x, y라 할 때, 다음 조건을 만족하는 경우는 몇 가지인지 구하여라.

$10 \le x+y \le 12$

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 6가지

해설

두 주사위의 눈의 합이
10이 되는 경우 : $(4,6)$, $(5,5)$, $(6,4)$
11이 되는 경우 : $(5,6)$, $(6,5)$
12가 되는 경우 : $(6,6)$

9. 주사위를 두 번 던져 나오는 눈을 각각 x, y라 할 때, 다음 조건을 만족하는 경우는 몇 가지인지 구하여라.

$3 < 2x - y < 6$

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 6가지

해설

두 주사위의 눈을 x, y라 할때
i) $2x - y = 4$인 경우는 $(3, 2)$, $(4, 4)$, $(5, 6)$
ii) $2x - y = 5$인 경우는 $(3, 1)$, $(4, 3)$, $(5, 5)$
따라서 총 6가지이다.

10. 부등식 $5x \le a + 4x$를 만족하는 자연수 x의 개수가 2개일 때, 상수 a의 값이 될 수 있는 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$5x \le a + 4x$를 정리하면 $x \le a$
만족하는 범위 내의 자연수는 $1, 2$가 되어야 하므로 $2 \le a < 3$이 되어야 한다.

11. 부등식 $-2x \geq -x - a$를 만족하는 자연수 x의 개수가 4개일 때, 상수 a의 값이 될 수 있는 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$-2x \geq -x - a$를 정리하면 $2x \leq x + a,\ x \leq a$
만족하는 범위 내의 자연수는 1, 2, 3, 4뿐이어야 하므로 $4 \leq a < 5$
이 되어야 한다.

12. 부등식 $-5x-a \le -6x$를 만족하는 자연수 x의 개수가 4개일 때, 상수 a의 값의 범위는?

① $2 \le a < 3$　② $3 \le a < 4$　③ $4 \le a < 5$

④ $5 \le a < 6$　⑤ $6 \le a < 7$

해설

$-5x-a \le -6x$를 정리하면 $5x+a \ge 6x$, $x \le a$
만족하는 범위 내의 자연수는 1, 2, 3, 4 뿐이어야 하므로 $4 \le a < 5$ 이 되어야 한다.

13. 부등식 $\frac{6x+9}{3}-\frac{2x+6}{2}<a$를 만족하는 자연수 x의 개수가 6개일 때, 자연수 a의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\frac{6x+9}{3}-\frac{2x+6}{2}<a$를 정리하면

$2x+3-(x+3)<a$

$2x+3-x-3<a$

$\therefore\ x<a$

만족하는 범위 내의 자연수의 개수가 6개여야 하므로 $7 \le a < 8$ 이 되어야 한다.

따라서 $a=7$이다.

14. 부등식 $\frac{5x-4}{2}+\frac{8-12x}{4}>-\frac{a}{2}$를 만족하는 자연수 x의 개수가 3개일 때, 자연수 a의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$\frac{5x-4}{2}+\frac{8-12x}{4}>-\frac{a}{2}$의 양변에 4를 곱하면

$2(5x-4)+(8-12x)>-2a$

$-2x>-2a$

$\therefore\ x<a$

위 부등식을 만족하는 자연수의 개수가 3개이므로 $4\le a<5$이 되어야 한다.

따라서 $a=4$이다.

15. 부등식 $4x+a \geq 5x-2$를 만족하는 자연수 x의 개수가 1개일 때, 정수 a의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$4x + a \geq 5x - 2$를 정리하면
$-x \geq -2 - a$, $\therefore\ x \leq a + 2$
위 부등식이 만족하는 범위 내의 자연수의 개수가 1개이므로
$a + 2 = 1$
$\therefore\ a = -1$

16. 부등식 $7x - 3a \le 4x$를 만족하는 자연수 x의 개수가 2개일 때, 상수 a의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$7x - 3a \le 4x$를 정리하면
$3x \le 3a, \quad \therefore \ x \le a$
위 부등식이 만족하는 범위 내의 자연수의 개수가 2개이므로
$2 \le a < 3$
따라서 a의 최솟값은 2이다.

17. 부등식 $\frac{-a}{3} - 2x \geq \frac{-3x}{4} - 3$ 의 최댓값이 2 일 때, 다음 중 상수 a 의 값은

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$

해설

부등식 $\frac{-a}{3} - 2x \geq -\frac{3x}{4} - 3$ 의 양변에 12 를 곱하여 정리하면

$-4a - 24x \geq -9x - 36$ 에서 $-15x \geq 4a - 36$

$\therefore\ x \leq \frac{-4a + 36}{15}$

최댓값이 2 이므로

$\frac{-4a + 36}{15} = 2$

$-4a + 36 = 30$

$-4a = -6$

$\therefore\ a = \frac{3}{2}$

18. 부등식 $3 - ax \geq 6$ 의 해 중 가장 큰 수가 -3 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

부등식 $3 - ax \geq 6$ 을 정리하면

$-ax \geq 3$ 에서 $x \leq -\frac{3}{a}$

부등식을 만족 하는 가장 큰 수가 -3 이므로

$-\frac{3}{a} = -3$

$3a = 3$

$\therefore\ a = 1$

19. 부등식 $6a-2x \le 7-5x$ 의 해 중 가장 큰 수가 2 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{6}$

해설

부등식 $6a-2x \le 7-5x$ 를 정리하면

$3x \le 7-6a$

$\therefore\ x \le \frac{7-6a}{3}$

위 부등식을 만족 하는 가장 큰 정수가 2 이므로

$\frac{7-6a}{3} = 2$

$7-6a = 6$

$6a = 1$

$\therefore\ a = \frac{1}{6}$

20. 부등식 $\frac{x-2}{3}-\frac{x-a}{4} \le 1$ 의 해 중 가장 큰 수가 -1 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

부등식 $\frac{x-2}{3}-\frac{x-a}{4} \le 1$ 을 정리하면

$4(x-2)-3(x-a) \le 12$ 에서 $4x-8-3x+3a \le 12$

$\therefore\ x \le 20-3a$

해 중 가장 큰 수가 -1 이므로

x 의 최댓값이 -1 이 된다.

$20-3a=-1$

$\therefore\ a=7$

21. 부등식 $\frac{2x+5}{3} \geq a - \frac{2x-3}{2}$ 의 해 중 가장 작은 수가 0 일 때 다음 중 상수 a 의 값은?

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

부등식 $\frac{2x+5}{3} \geq a - \frac{2x-3}{2}$ 의 양변에 6 을 곱하여 정리하면

$2(2x+5) \geq 6a - 3(2x-3)$ 에서

$4x + 10 \geq 6a - 6x + 9,\ 10x \geq 6a - 1$

$\therefore\ x \geq \frac{6a-1}{10}$

해 중 가장 작은 수가 0 이므로

$\frac{6a-1}{10} = 0$

$6a = 1$

$\therefore\ a = \frac{1}{6}$

22. 부등식 $x(a-4)-2 \le -8$ 의 해 중 최솟값이 2 일 때, 상수 a 의 값은? (단, $a < 4$)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

부등식 $x(a-4)-2 \le -8$ 을 정리하면

$x(a-4) \le -6$

$x \ge \dfrac{-6}{a-4}$ ($\because$ $a < 4$)

에서 x 의 최솟값이 2 이므로

$\dfrac{-6}{a-4} = 2$

$-6 = 2(a-4)$

$-3 = a-4$

$\therefore$ $a = 1$

23. 부등식 $\frac{(a-x)}{2} - 5 \le -2a$ 의 해 중 최솟값이 7 일 때, 부등식을 만족하는 상수 a 의 값을 $\frac{x}{y}$ 라고 할 때, $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

부등식 $\frac{(a-x)}{2} - 5 \le -2a$ 의 양변에 2 를 곱하여 정리하면

$a - x - 10 \le -4a$

$-x \le -5a + 10$

$x \ge 5a - 10$

x 의 최솟값이 7 이므로

$5a - 10 = 7$

$5a = 17$

$\therefore\ a = \frac{17}{5}$

$\therefore\ x - y = 17 - 5 = 12$

24. 부등식 $6x-a \le 3+4x$를 만족하는 자연수 x의 개수가 4개일 때, 상수 a의 값의 범위는?

① $5 < a < 7$ ② $5 \le a < 7$ ③ $4 \le a < 7$

④ $4 < a \le 7$ ⑤ $4 < a \le 7$

해설

$6x - a \le 3 + 4x$

$6x - 4x \le 3 + a$

$2x \le 3 + a$

$\therefore x \le \dfrac{3+a}{2}$

x는 자연수이고, 개수가 4개이므로 x가 될 수 있는 숫자는 1, 2, 3, 4이다.

$\dfrac{3+a}{2}$의 범위는 $4 \le \dfrac{3+a}{2} < 5$ 이어야 하므로 $5 \le a < 7$이다.

25. 일차부등식 $\frac{x-1}{2}-\frac{3x+5}{4} \geq \frac{x-7}{8}-a$ 의 해 중에서 가장 큰 값이 $-\frac{3}{5}$ 일 때, 상수a 의 값은?

① $\frac{11}{10}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{13}{15}$ ⑤ $\frac{13}{20}$

해설

$\frac{x-1}{2}-\frac{3x+5}{4} \geq \frac{x-7}{8}-a$ 의 양변에 8 을 곱하면

$4x-4-6x-10 \geq x-7-8a$

$-3x \geq -8a+7,\ x \leq \frac{8a-7}{3}$

해 중에서 가장 큰 값이 $-\frac{3}{5}$ 이므로 $\frac{8a-7}{3}=-\frac{3}{5}$

$40a-35=-9,\ 40a=26$

$\therefore\ a=\frac{13}{20}$