1. $20x^2+22x+A=(4x+B)(Cx+3)$ 일 때, ABC 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① 40 ② 60 ③ 70 ④ 90 ⑤ 100

해설

$(4x+B)(Cx+3)=4Cx^2+(12+BC)x+3B$
$4C=20,\ \therefore C=5$
$12+BC=22,\ \therefore B=2$
$A=3B,\ \therefore A=6$
$\therefore\ ABC=60$

2. 다음 중 $x^2-y^2-2x+2y$ 의 인수인 것은?

① $x-2$ ② $x+y$ ③ $x-y$
④ $x+y+2$ ⑤ $x-y+2$

해설

$(x+y)(x-y)-2(x-y)=(x+y-2)(x-y)$

3. x^2-2x-y^2+2y 를 인수분해하였더니
$(x+ay)(x-by+c)$ 가 되었다. 이때 $a+b+c$ 의 값은?

① -8　　② -6　　③ -4　　④ -2　　⑤ -1

해설

$$\begin{aligned} x^2-2x-y^2+2y &= x^2-y^2-2(x-y) \\ &= (x+y)(x-y)-2(x-y) \\ &= (x-y)(x+y-2) \end{aligned}$$

따라서 $a=-1,\ b=-1,\ c=-2$ 이므로 $a+b+c=-4$

4. 다음 등식을 만족시키는 b 의 값은?

$28 \times (30+a) = 30^2 - a^2 = b$

① 890 ② 892 ③ 894 ④ 896 ⑤ 898

해설

$28 \times (30+a) = 30^2 - a^2 = (30-a)(30+a)$
$30 - a = 28,\ a = 2$
$b = 30^2 - a^2 = 30^2 - 2^2 = 896$

5. 다음 식 $ax - ay - bx + by$를 인수분해하면?

① $(x-y)(a-b)$　② $(x-y)(a+b)$
③ $(x+y)(a-b)$　④ $(x+y)(a+b)$
⑤ $-(x-y)(a+b)$

해설
(준식)$= a(x-y) - b(x-y) = (x-y)(a-b)$

6. 이차함수 $y=-4x^2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 원점을 꼭짓점으로 한다.

② 축의 방정식은 $x=0$ 이다.

③ $x>0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 값은 감소한다.

④ $y=-\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $y=x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

해설

④ x 축에 대칭인 함수는 $y=4x^2$ 이다.

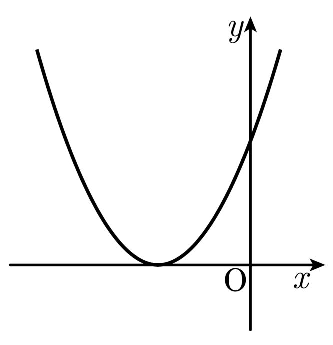
7. 이차함수 $y=-3(x-1)^2+2$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동하면 점 $(-1,\ k)$ 를 지난다. 이 때, k 의 값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$y=-3(-x-1)^2+2$
$y=-3(x+1)^2+2$
점 $(-1,\ k)$ 를 대입하면
$-3(-1+1)^2+2=k$
$\therefore k=2$

8. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 항상 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① $a < 0$　　② $aq < 0$　　③ $a + p < 0$

④ $pq = 0$　　⑤ $a - p + q > 0$

해설

이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 가 아래로 볼록이므로 $a > 0$, 꼭짓점 (p, q) 가 x 축 위에 있고 원점을 기준으로 왼쪽에 있으므로 $p < 0, q = 0$ 이다.

① $a > 0$

② $aq = 0$

③ 알 수 없다.

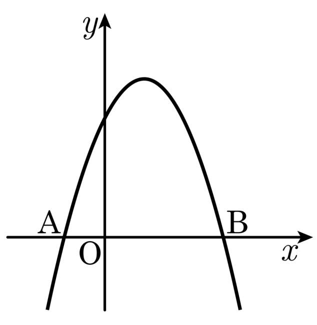
9. 이차함수 $y = 4x^2 + kx + 2$의 그래프의 꼭짓점이 $y = x - 1$의 그래프 위에 있고 $x > a$이면 y의 값이 증가하고, $x < a$이면 y의 값은 감소한다. 이 때 꼭짓점의 좌표를 구하여라. (단, $a < 0$)

① $(-1, -1)$ ② $(-1, -2)$ ③ $(1, 1)$
④ $(1, 2)$ ⑤ $(1, 3)$

해설

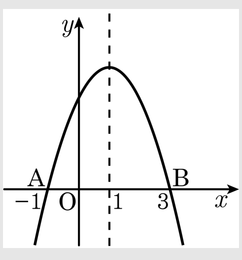
축의 방정식이 $x = a$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표가 a 이다.
따라서 $(a, a-1)$ 을 지나므로 $y = 4(x-a)^2 + a - 1 = 4x^2 - 8ax + 4a^2 + a - 1$ 이고 $4a^2 + a - 1 = 2$ 이다.
따라서 $(4a - 3)(a + 1) = 0$ 이므로 $a = -1 (a < 0)$ 이므로 꼭짓점은 $(-1, -2)$ 이다.

10. 포물선 $y=-x^2+2x+k$ 의 그래프가 다음 그림과 같고 $\overline{\mathrm{AB}}=4$ 일 때, k 의 값은?



① 3　　② 1　　③ 0　　④ −1　　⑤ −3

해설



$y=-x^2+2x+k=-(x-1)^2+1+k$
대칭축이 $x=1$ 이고 $\overline{\mathrm{AB}}=4$ 이므로 그래프의 좌우대칭성에 의하여 $\mathrm{A}(-1,\ 0),\ \mathrm{B}(3,\ 0)$
$\therefore\ y=-(x+1)(x-3)=-x^2+2x+3$
따라서, $k=3$ 이다.

11. 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2-3x+m-1$ 의 최솟값이 $\frac{1}{2}$ 일 때, m 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$y=\frac{1}{2}x^2-3x+m-1$

$=\frac{1}{2}(x^2-6x+9-9)+m-1$

$=\frac{1}{2}(x-3)^2-\frac{9}{2}+m-1$

$=\frac{1}{2}(x-3)^2+m-\frac{11}{2}$

최솟값이 $\frac{1}{2}$ 이므로 $m-\frac{11}{2}=\frac{1}{2}, m=\frac{1}{2}+\frac{11}{2}=\frac{12}{2}$

$\therefore m=6$

12. $-4 < -\sqrt{x} \leq -3$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?

① 3 개　② 4 개　③ 5 개　④ 6 개　⑤ 7 개

해설

$3 \leq \sqrt{x} < 4$

$9 \leq x < 16$

$\therefore\ x = 9,\ 10,\ \cdots,\ 15$ (7 개)

13. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$　　② $b - a < 0$　　③ $b + \sqrt{7} > 3$

④ $ab > 0$　　⑤ $a + 1 > 0$

해설

① $$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{8} - 3 - \left(-\sqrt{7} + \sqrt{8}\right) \\ &= \sqrt{7} - 3 \\ &= \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \end{aligned}$$

$\therefore\ a - b < 0$

② $$\begin{aligned} b - a &= -\sqrt{7} + \sqrt{8} - \left(\sqrt{8} - 3\right) \\ &= -\sqrt{7} + 3 \\ &= \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0 \end{aligned}$$

$\therefore\ b - a > 0$

③ (좌변)$= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8}$

(우변)$= 3 = \sqrt{9}$

$\therefore\ b + \sqrt{7} < 3$

④ $a = \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0$

$b = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$

$\therefore\ ab < 0$

⑤ $$\begin{aligned} a + 1 &= \left(\sqrt{8} - 3\right) + 1 \\ &= \sqrt{8} - 2 \\ &= \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0 \end{aligned}$$

$\therefore\ a + 1 > 0$

14. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 일 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{40} - 1$　② $\sqrt{40} + 1$　③ $\sqrt{41} - 1$
④ $\sqrt{41} + 1$　⑤ $\sqrt{41} - \sqrt{40}$

해설

$f(1) = \sqrt{2} - 1 = -1 + \sqrt{2}$
$f(2) = \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$
$f(3) = \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots$
$f(39) = \sqrt{40} - \sqrt{39} = -\sqrt{39} + \sqrt{40}$
$f(40) = \sqrt{41} - \sqrt{40} = -\sqrt{40} + \sqrt{41}$
$\therefore f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$
$= (-1 + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{4}) + \cdots + (-\sqrt{39} + \sqrt{40}) + (-\sqrt{40} + \sqrt{41}) = -1 + \sqrt{41}$

15. $\sqrt{20}+\sqrt{0.2}+\frac{4}{\sqrt{5}}=a\sqrt{5}$, $\sqrt{2.5}\times\sqrt{\frac{6}{5}}\times\sqrt{18}=b\sqrt{6}$ 일 때, $a\times b$ 의 값은?

① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 36

해설

$2\sqrt{5}+\frac{\sqrt{5}}{5}+\frac{4\sqrt{5}}{5}=\frac{10\sqrt{5}+\sqrt{5}+4\sqrt{5}}{5}=\frac{15\sqrt{5}}{5}=3\sqrt{5}$

$\therefore a=3$

$\sqrt{2.5}\times\sqrt{\frac{6}{5}}\times\sqrt{18}=\sqrt{\frac{25}{10}\times\frac{6}{5}\times18}=3\sqrt{6}$

$\therefore b=3$

$\therefore a\times b=9$

16. 다음의 표는 제곱근표의 일부이다. 이 표를 이용하여 $\frac{1}{\sqrt{5}}\left(1-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$의 값을 구하여라.(단, 소수 넷째 자리까지 구한다.)

수	0	1	2
1	1.000	1.005	1.010
2	1.414	1.418	1.421
3	1.732	1.735	1.738
4	2	2.002	2.005
5	2.236	2.238	2.241

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.0472

해설

$$\frac{1}{\sqrt{5}}\left(1-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)=\frac{\sqrt{5}}{5}-\frac{2}{5}=\frac{2.236}{5}-0.4$$
$$=0.4472-0.4=0.0472$$

17. 가로의 길이가 $x+y+1$ 인 직사각형의 넓이가 $x^2+y^2+2xy-x-y-2$ 일 때, 이 직사각형의 둘레의 길이는 $ax+by+c$ 이다. $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=6$

해설

$x^2+y^2+2xy-x-y-2=(x+y)^2-(x+y)-2$
$x+y=X$ 라 두면
$X^2-X-2=(X+1)(X-2)$
따라서 세로의 길이는 $x+y-2$ 이므로
둘레의 길이는 $2(x+y+1+x+y-2)=4x+4y-2$ 이다.
따라서 $a+b+c=6$ 이다.

18. $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ 임을 활용하여, $1^2-3^2+5^2-7^2+9^2-11^2+13^2-15^2+17^2-19^2$ 을 계산하면?

① -100 ② -200 ③ -300 ④ -450 ⑤ -540

해설

$1^2-3^2+5^2-7^2+9^2-11^2+13^2-15^2+17^2-19^2$

$=(1-3)(1+3)+(5-7)(5+7)+\cdots+(17-19)(17+19)$

$=-2(1+3)-2(5+7)-2(9+11)\ -2(13+15)-2(17+19)$

$=-2(1+3+5+\cdots+17+19)$

$=-2\times5\times20$

$=-200$

19. 이차방정식 $x^2-3x+1=0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2+\dfrac{1}{a^2}$ 의 값은?

① 2　② 4　③ 7　④ 8　⑤ 9

해설

$x=a$ 를 대입하면 $a^2-3a+1=0$

양변을 a 로 나누면 $a-3+\dfrac{1}{a}=0$

$\therefore\ a+\dfrac{1}{a}=3$

$\therefore\ a^2+\dfrac{1}{a^2}=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2-2=3^2-2=7$

20. 함수 $f(x)$는 각 항의 계수가 유리수인 이차함수이다. 이러한 함수 $f(x)$에 대하여 다음의 식이 성립할 때, 함수 $f(x)$의 상수항을 구하여라.

$$\begin{cases} f(\sqrt{2}) = 7 + \sqrt{2} \\ f(\sqrt{3}) = 2 + \sqrt{3} \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$f(x)$는 이차함수이므로 $f(x) = ax^2 + bx + c$로 놓으면
$f(\sqrt{2}) = 2a + b\sqrt{2} + c = 7 + \sqrt{2} \cdots$ ①
$f(\sqrt{3}) = 3a + b\sqrt{3} + c = 2 + \sqrt{3} \cdots$ ②
①에 의하여 $2a + c = 7$
②에 의하여 $3a + c = 2$
연립방정식을 풀면 $\therefore\ a = -5,\ c = 17$

21. x 에 관한 이차방정식 $ax^2+px+ap+q=0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x=2$ 의 근을 가질 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답：

▷ 정답： 4

해설

$x=2$ 를 대입하면
$4a+2p+ap+q=0$
$(4+p)a+2p+q=0$
a 의 값에 관계없이 항상 성립하므로
$4+p=0,\ 2p+q=0$
$p=-4,\ 2p+q=0,\ q=8$
$\therefore\ p+q=-4+8=4$

22. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 공식을 $x = \dfrac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$ 로 잘못 알고 어떤 이차방정식을 풀어서 두 근 -2, 5 를 얻었다. 이 이차방정식을 올바르게 풀었을 때의 근을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\dfrac{5}{2}$

▷ 정답 : $x = 1$

해설

$x = \dfrac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$ 가 두 근이므로

$$\begin{aligned} \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} + \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} &= \frac{2b}{a} \\ &= -2 + 5 \\ &= 3 \end{aligned}$$

즉, $\dfrac{b}{a} = \dfrac{3}{2}$ 이므로 $3a = 2b$, $b = \dfrac{3}{2}a$

$$\begin{aligned} \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} \times \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} &= \frac{4c}{a} \\ &= (-2) \times 5 \\ &= -10 \end{aligned}$$

즉, $\dfrac{c}{a} = -\dfrac{5}{2}$ 이므로 $5a = -2c$, $c = -\dfrac{5}{2}a$

따라서 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 $ax^2 + \dfrac{3}{2}ax - \dfrac{5}{2}a = 0$ 이다.

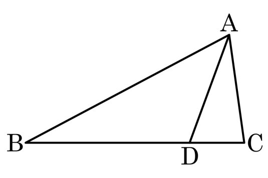
그런데 $a \neq 0$ 이므로

$2x^2 + 3x - 5 = 0$

$(2x + 5)(x - 1) = 0$

$\therefore\ x = -\dfrac{5}{2},\ x = 1$

23. 다음 그림에서 $\angle\mathrm{ABC} = \angle\mathrm{CAD}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 8\mathrm{cm}$ 이고 선분 AC 의 길이는 선분 CD 의 길이의 2 배일 때, 선분 CD 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\angle\mathrm{ABC} = \angle\mathrm{CAD}$, $\angle\mathrm{C}$ 는 공통이므로
$\triangle\mathrm{ABC} \backsim \triangle\mathrm{DAC}$ (AA 닮음)
따라서 닮음비에 의해 $\overline{\mathrm{AC}} : \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{CD}} : \overline{\mathrm{AC}}$ 의 비례식이 성립한다.
$\overline{\mathrm{CD}} = x$ 라 놓으면
$2x : 8 = x : 2x$
$4x^2 = 8x$, $x^2 - 2x = 0$
따라서 $x = 2$ 이다.

24. 이차함수 $y=(x-1)(x-p^2)$ $(p>0)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점, y 축과 만나는 한 점을 연결한 삼각형의 외심 O 의 x 좌표가 6 일 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{11}$

해설

x 축과 만나는 두 점은 $(1,\ 0)$, $(p^2,\ 0)$ 이고
y 축과 만나는 점은 $(0,\ p^2)$

외심 O 의 x 좌표가 6 이므로 $\dfrac{p^2+1}{2}=6$

$\therefore\ p=\pm\sqrt{11}$
따라서 $p>0$ 이므로 $p=\sqrt{11}$ 이다.

25. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 에서 최댓값 3 을 갖고 제2 사분면을 지나지 않는다고 할 때, a의 값의 범위는?

① $a \geq -\frac{3}{4}$　② $a \leq -\frac{3}{4}$　③ $a \leq \frac{3}{4}$
④ $a \leq 3$　⑤ $a \geq -3$

해설

$y = a(x-2)^2 + 3(a < 0)$
$y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$
(y절편) $\leq 0, 4a + 3 \leq 0$
$\therefore\ a \leq -\frac{3}{4}$