1. $20x^2 + 22x + A = (4x + B)(Cx + 3)$ 일 때, ABC 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① 40 ② 60 ③ 70 ④ 90 ⑤ 100

해설

$(4x + B)(Cx + 3) = 4Cx^2 + (12 + BC)x + 3B$

$4C = 20, \ \therefore C = 5$

$12 + BC = 22, \ \therefore B = 2$

$A = 3B, \ \therefore A = 6$

$\therefore \ ABC = 60$

2. 다음 중 $x^2 - y^2 - 2x + 2y$ 의 인수인 것은?

① $x - 2$　② $x + y$　③ $x - y$

④ $x + y + 2$　⑤ $x - y + 2$

해설

$(x + y)(x - y) - 2(x - y) = (x + y - 2)(x - y)$

3. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해하였더니 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 되었다. 이때 $a + b + c$ 의 값은?

① -8 ② -6 ③ -4 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - y^2 + 2y &= x^2 - y^2 - 2(x - y) \\ &= (x + y)(x - y) - 2(x - y) \\ &= (x - y)(x + y - 2) \end{aligned}$$

따라서 $a = -1,\ b = -1,\ c = -2$ 이므로 $a + b + c = -4$

4. 다음 등식을 만족시키는 b 의 값은?

$$28 \times (30 + a) = 30^2 - a^2 = b$$

① 890 ② 892 ③ 894 ④ 896 ⑤ 898

해설

$28 \times (30 + a) = 30^2 - a^2 = (30 - a)(30 + a)$

$30 - a = 28,\ a = 2$

$b = 30^2 - a^2 = 30^2 - 2^2 = 896$

5. 다음 식 $ax - ay - bx + by$를 인수분해하면?

① $(x-y)(a-b)$ ② $(x-y)(a+b)$

③ $(x+y)(a-b)$ ④ $(x+y)(a+b)$

⑤ $-(x-y)(a+b)$

해설

(준식)$= a(x-y) - b(x-y) = (x-y)(a-b)$

6. 이차함수 $y = -4x^2$ 에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 원점을 꼭짓점으로 한다.

② 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

③ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 값은 감소한다.

④ $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

해설

④ x 축에 대칭인 함수는 $y = 4x^2$ 이다.

7. 이차함수 $y = -3(x-1)^2 + 2$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동하면 점 $(-1,\ k)$ 를 지난다. 이 때, k 의 값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$y = -3(-x-1)^2 + 2$

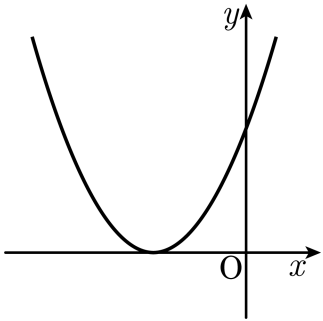
$y = -3(x+1)^2 + 2$

점 $(-1,\ k)$ 를 대입하면

$-3(-1+1)^2 + 2 = k$

$\therefore k = 2$

8. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 항상 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① $a < 0$ ② $aq < 0$ ③ $a + p < 0$

④ $pq = 0$ ⑤ $a - p + q > 0$

해설

이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 가 아래로 볼록이므로 $a > 0$, 꼭짓점 (p, q) 가 x 축 위에 있고 원점을 기준으로 왼쪽에 있으므로 $p < 0, q = 0$ 이다.

① $a > 0$

② $aq = 0$

③ 알 수 없다.

9. 이차함수 $y = 4x^2 + kx + 2$의 그래프의 꼭짓점이 $y = x - 1$의 그래프 위에 있고 $x > a$이면 y의 값이 증가하고, $x < a$이면 y의 값은 감소한다. 이 때 꼭짓점의 좌표를 구하여라. (단, $a < 0$)

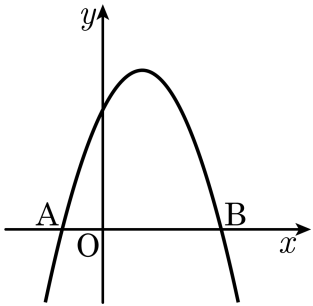
① $(-1, -1)$ ② $(-1, -2)$ ③ $(1, 1)$

④ $(1, 2)$ ⑤ $(1, 3)$

해설

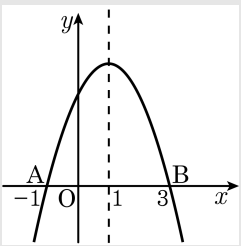
축의 방정식이 $x = a$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표가 a 이다.
따라서 $(a, a-1)$ 을 지나므로 $y = 4(x-a)^2 + a - 1 = 4x^2 - 8ax + 4a^2 + a - 1$ 이고 $4a^2 + a - 1 = 2$ 이다.
따라서 $(4a - 3)(a + 1) = 0$ 이므로 $a = -1 (a < 0)$ 이므로 꼭짓점은 $(-1, -2)$ 이다.

10. 포물선 $y = -x^2 + 2x + k$ 의 그래프가 다음 그림과 같고 $\overline{AB} = 4$ 일 때, k 의 값은?



① 3 ② 1 ③ 0 ④ −1 ⑤ −3

해설



$y = -x^2 + 2x + k = -(x-1)^2 + 1 + k$
대칭축이 $x = 1$ 이고 $\overline{AB} = 4$ 이므로 그래프의 좌우대칭성에 의하여 $A(-1,\ 0)$, $B(3,\ 0)$
$\therefore\ y = -(x+1)(x-3) = -x^2 + 2x + 3$
따라서, $k = 3$ 이다.

11. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + m - 1$ 의 최솟값이 $\frac{1}{2}$ 일 때, m 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + m - 1$$
$$= \frac{1}{2}(x^2 - 6x + 9 - 9) + m - 1$$
$$= \frac{1}{2}(x-3)^2 - \frac{9}{2} + m - 1$$
$$= \frac{1}{2}(x-3)^2 + m - \frac{11}{2}$$

최솟값이 $\frac{1}{2}$ 이므로 $m - \frac{11}{2} = \frac{1}{2}, m = \frac{1}{2} + \frac{11}{2} = \frac{12}{2}$

$\therefore m = 6$

12. $-4 < -\sqrt{x} \leq -3$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$3 \leq \sqrt{x} < 4$

$9 \leq x < 16$

$\therefore\ x = 9,\ 10,\ \cdots,\ 15$ (7 개)

13. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$ ② $b - a < 0$ ③ $b + \sqrt{7} > 3$

④ $ab > 0$ ⑤ $a + 1 > 0$

해설

① $a - b = \sqrt{8} - 3 - \left(-\sqrt{7} + \sqrt{8}\right)$
$= \sqrt{7} - 3$
$= \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0$
$\therefore\ a - b < 0$

② $b - a = -\sqrt{7} + \sqrt{8} - \left(\sqrt{8} - 3\right)$
$= -\sqrt{7} + 3$
$= \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0$
$\therefore\ b - a > 0$

③ (좌변)$= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8}$
(우변)$= 3 = \sqrt{9}$
$\therefore\ b + \sqrt{7} < 3$

④ $a = \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0$
$b = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$
$\therefore\ ab < 0$

⑤ $a + 1 = \left(\sqrt{8} - 3\right) + 1$
$= \sqrt{8} - 2$
$= \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0$
$\therefore\ a + 1 > 0$

14. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 일 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{40} - 1$ ② $\sqrt{40} + 1$ ③ $\sqrt{41} - 1$

④ $\sqrt{41} + 1$ ⑤ $\sqrt{41} - \sqrt{40}$

해설

$f(1) = \sqrt{2} - 1 = -1 + \sqrt{2}$
$f(2) = \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$
$f(3) = \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots$
$f(39) = \sqrt{40} - \sqrt{39} = -\sqrt{39} + \sqrt{40}$
$f(40) = \sqrt{41} - \sqrt{40} = -\sqrt{40} + \sqrt{41}$
$\therefore f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$
$= (-1 + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{4}) + \cdots + (-\sqrt{39} + \sqrt{40}) + (-\sqrt{40} + \sqrt{41}) = -1 + \sqrt{41}$

15. $\sqrt{20}+\sqrt{0.2}+\dfrac{4}{\sqrt{5}}=a\sqrt{5}$, $\sqrt{2.5}\times\sqrt{\dfrac{6}{5}}\times\sqrt{18}=b\sqrt{6}$ 일 때, $a\times b$ 의 값은?

① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 36

해설

$$2\sqrt{5}+\frac{\sqrt{5}}{5}+\frac{4\sqrt{5}}{5}=\frac{10\sqrt{5}+\sqrt{5}+4\sqrt{5}}{5}=\frac{15\sqrt{5}}{5}=3\sqrt{5}$$

$\therefore a=3$

$$\sqrt{2.5}\times\sqrt{\frac{6}{5}}\times\sqrt{18}=\sqrt{\frac{25}{10}\times\frac{6}{5}\times18}=3\sqrt{6}$$

$\therefore b=3$

$\therefore a\times b=9$

16. 다음의 표는 제곱근표의 일부이다. 이 표를 이용하여 $\frac{1}{\sqrt{5}}\left(1-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$의 값을 구하여라.(단, 소수 넷째 자리까지 구한다.)

수	0	1	2
1	1.000	1.005	1.010
2	1.414	1.418	1.421
3	1.732	1.735	1.738
4	2	2.002	2.005
5	2.236	2.238	2.241

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.0472

해설

$$\frac{1}{\sqrt{5}}\left(1-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)=\frac{\sqrt{5}}{5}-\frac{2}{5}=\frac{2.236}{5}-0.4$$
$$=0.4472-0.4=0.0472$$

17. 가로의 길이가 $x+y+1$ 인 직사각형의 넓이가 $x^2+y^2+2xy-x-y-2$ 일 때, 이 직사각형의 둘레의 길이는 $ax+bx+c$ 이다. $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=6$

해설

$x^2+y^2+2xy-x-y-2=(x+y)^2-(x+y)-2$
$x+y=X$ 라 두면
$X^2-X-2=(X+1)(X-2)$
따라서 세로의 길이는 $x+y-2$ 이므로
둘레의 길이는 $2(x+y+1+x+y-2)=4x+4y-2$ 이다.
따라서 $a+b+c=6$ 이다.

18. $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ 임을 활용하여, $1^2-3^2+5^2-7^2+9^2-11^2+13^2-15^2+17^2-19^2$ 을 계산하면?

① -100 ② -200 ③ -300 ④ -450 ⑤ -540

해설

$$
\begin{aligned}
&1^2-3^2+5^2-7^2+9^2-11^2+13^2-15^2+17^2-19^2\\
&=(1-3)(1+3)+(5-7)(5+7)+\cdots+(17-19)(17+19)\\
&=-2(1+3)-2(5+7)-2(9+11)\ -2(13+15)-2(17+19)\\
&=-2(1+3+5+\cdots+17+19)\\
&=-2\times5\times20\\
&=-200
\end{aligned}
$$

19. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - 3a + 1 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 3 + \frac{1}{a} = 0$

$\therefore\ a + \frac{1}{a} = 3$

$\therefore\ a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$

20. 함수 $f(x)$는 각 항의 계수가 유리수인 이차함수이다. 이러한 함수 $f(x)$에 대하여 다음의 식이 성립할 때, 함수 $f(x)$의 상수항을 구하여라.

$$\begin{cases} f(\sqrt{2}) = 7 + \sqrt{2} \\ f(\sqrt{3}) = 2 + \sqrt{3} \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$f(x)$는 이차함수이므로 $f(x) = ax^2 + bx + c$로 놓으면

$f(\sqrt{2}) = 2a + b\sqrt{2} + c = 7 + \sqrt{2} \cdots ①$

$f(\sqrt{3}) = 3a + b\sqrt{3} + c = 2 + \sqrt{3} \cdots ②$

①에 의하여 $2a + c = 7$

②에 의하여 $3a + c = 2$

연립방정식을 풀면 $\therefore\ a = -5,\ c = 17$

21. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 + px + ap + q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 2$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = 2$ 를 대입하면

$4a + 2p + ap + q = 0$

$(4 + p)a + 2p + q = 0$

a 의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$4 + p = 0,\ 2p + q = 0$

$p = -4,\ 2p + q = 0,\ q = 8$

$\therefore\ p + q = -4 + 8 = 4$

22. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 공식을 $x = \dfrac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$ 로 잘못 알고 어떤 이차방정식을 풀어서 두 근 -2, 5 를 얻었다. 이 이차방정식을 올바르게 풀었을 때의 근을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = -\dfrac{5}{2}$

▷ 정답: $x = 1$

해설

$x = \dfrac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$ 가 두 근이므로

$$\frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} + \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} = \frac{2b}{a}$$
$$= -2 + 5$$
$$= 3$$

즉, $\dfrac{b}{a} = \dfrac{3}{2}$ 이므로 $3a = 2b$, $b = \dfrac{3}{2}a$

$$\frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} \times \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} = \frac{4c}{a}$$
$$= (-2) \times 5$$
$$= -10$$

즉, $\dfrac{c}{a} = -\dfrac{5}{2}$ 이므로 $5a = -2c$, $c = -\dfrac{5}{2}a$

따라서 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 $ax^2 + \dfrac{3}{2}ax - \dfrac{5}{2}a = 0$ 이다.

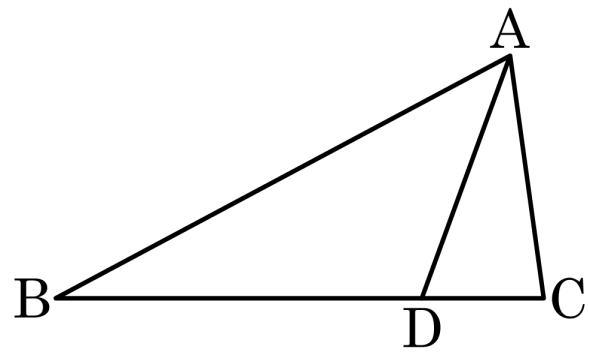
그런데 $a \neq 0$ 이므로

$2x^2 + 3x - 5 = 0$

$(2x + 5)(x - 1) = 0$

$\therefore\ x = -\dfrac{5}{2},\ x = 1$

23. 다음 그림에서 $\angle ABC = \angle CAD$, $\overline{BC} = 8cm$ 이고 선분 AC 의 길이는 선분 CD 의 길이의 2 배일 때, 선분 CD 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\angle ABC = \angle CAD$, $\angle C$ 는 공통이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DAC$ (AA 닮음)

따라서 닮음비에 의해 $\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{CD} : \overline{AC}$ 의 비례식이 성립한다.

$\overline{CD} = x$ 라 놓으면

$2x : 8 = x : 2x$

$4x^2 = 8x$, $x^2 - 2x = 0$

따라서 $x = 2$ 이다.

24. 이차함수 $y = (x-1)(x-p^2)$ $(p > 0)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점, y 축과 만나는 한 점을 연결한 삼각형의 외심 O 의 x 좌표가 6 일 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{11}$

해설

x 축과 만나는 두 점은 $(1,\ 0)$, $(p^2,\ 0)$ 이고
y 축과 만나는 점은 $(0,\ p^2)$

외심 O 의 x 좌표가 6 이므로 $\dfrac{p^2+1}{2} = 6$

$\therefore\ p = \pm\sqrt{11}$
따라서 $p > 0$ 이므로 $p = \sqrt{11}$ 이다.

25. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 에서 최댓값 3 을 갖고 제2사분면을 지나지 않는다고 할 때, a의 값의 범위는?

① $a \geq -\frac{3}{4}$ ② $a \leq -\frac{3}{4}$ ③ $a \leq \frac{3}{4}$

④ $a \leq 3$ ⑤ $a \geq -3$

해설

$y = a(x-2)^2 + 3 (a < 0)$

$y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$

$(y절편) \leq 0, 4a + 3 \leq 0$

$\therefore\ a \leq -\frac{3}{4}$