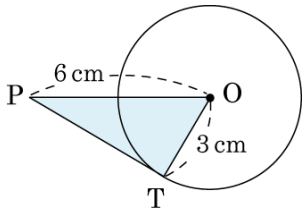


1. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?
(단, $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선)

- ① $\frac{5}{2} \sqrt{3} \text{ cm}^2$ ② $3 \sqrt{3} \text{ cm}^2$
③ $\frac{7}{2} \sqrt{3} \text{ cm}^2$ ④ $4 \sqrt{3} \text{ cm}^2$
⑤ $\frac{9 \sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$

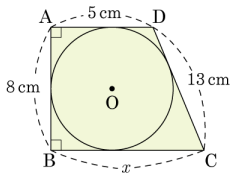


해설

$$\angle T = 90^\circ \text{ 이므로 } \overline{PT} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3 \sqrt{3} (\text{cm})$$

$$\therefore 3 \sqrt{3} \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{9 \sqrt{3}}{2} (\text{cm}^2)$$

2. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원 O 의 외접사각형일 때, x 의 길이는?



① 12cm

② 13cm

③ 14cm

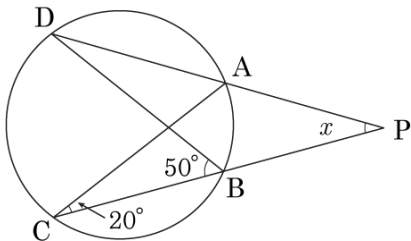
④ 15cm

⑤ 16cm

해설

$$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD} \text{ 이므로 } 5 + x = 13 + 8 \therefore x = 16 \text{ (cm)}$$

3. 다음 그림과 같이 두 현 AD, BC의 연장선의 교점을 P라 하자. $\angle ACB = 20^\circ$, $\angle CBD = 50^\circ$ 일 때, $\angle P$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략)



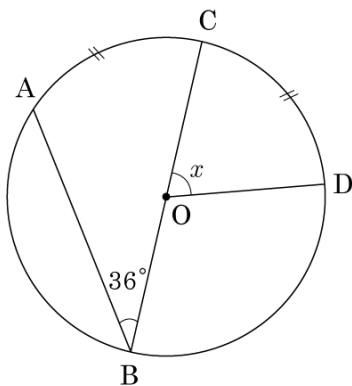
▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\angle ACB = \angle ADB = 20^\circ$, $\angle PDB + x = 50^\circ$ 이므로 $x = 30^\circ$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\angle COD = x^\circ$,
 $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$ 라고 할 때,
 x 의 크기는?



① 58°

② 62°

③ 68°

④ 72°

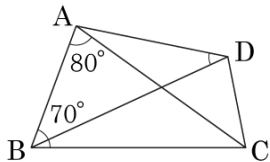
⑤ 76°

해설

$5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$ 이므로 두 호에 대한 원주각 및 중심각의 크기는 같다.

$$\therefore x^\circ = 36^\circ \times 2 = 72^\circ$$

5. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있을 때, $\angle ADB$ 의 크기는?



① 20°

② 30°

③ 40°

④ 50°

⑤ 60°

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle ACB = 180^\circ - (80^\circ + 70^\circ) = 30^\circ$ 이고,
점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있으므로 $\angle ADB = \angle ACB = 30^\circ$

6. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고
 $\angle ABD = 20^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

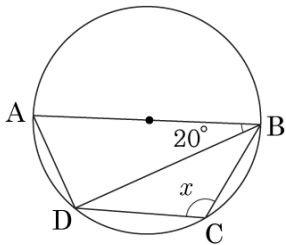
① 100°

② 110°

③ 120°

④ 130°

⑤ 140°



해설

반원에 대한 원주각의 크기는 90° 이므로 즉, $\angle ADB = 90^\circ$ 이고,
 $\triangle ABD$ 에서

$$\angle BAD = 180^\circ - (90^\circ + 20^\circ) = 70^\circ$$

한편, $\square ABCD$ 에서 대각의 합은 180° 이므로

$$\angle BCD = 180^\circ - \angle BAD = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

$$\therefore \angle x = 110^\circ$$

7. 다음 그림에서 $\angle x + \angle y$ 의 크기는?

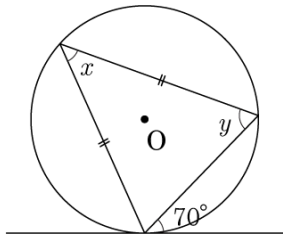
① 100°

② 110°

③ 120°

④ 125°

⑤ 135°



해설

$\angle x = 70^\circ$ 이고 이등변삼각형의 세 내각의 합

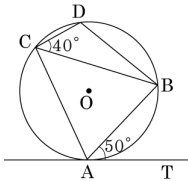
$$\angle x + 2\angle y = 180^\circ$$

$$70^\circ + 2\angle y = 180^\circ$$

$$\therefore \angle y = 55^\circ$$

따라서, $\angle x + \angle y = 125^\circ$ 이다.

8. 다음 그림에서 직선 AT가 원 O의 접선일 때, $\angle ABD$ 의 크기를 구하여라.



답 :

°
—



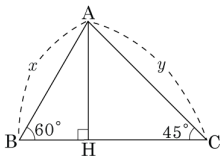
정답 : 90°

해설

$$\angle BAT = \angle ACB = 50^\circ$$

$$\therefore \angle ABD = 180^\circ - 50^\circ - 40^\circ = 90^\circ$$

9. 다음 그림과 같이 $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 45^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이고, $\overline{AB} = x$, $\overline{AC} = y$ 라 할 때, x 와 y 의 관계식을 찾으시오.



㉠ $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x$

㉡ $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x$

㉢ $y = \frac{\sqrt{6}}{2}x$

㉤ $y = \sqrt{2}x$

㉥ $y = \sqrt{3}x$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

$$\triangle ABH \text{ 에서 } \overline{AH} = \overline{AB} \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}x \text{ 이고,}$$

$$\triangle ACH \text{ 에서 } \overline{AH} = \overline{AC} \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}y \text{ 이다.}$$

$$\overline{AH} = \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{\sqrt{2}}{2}y$$

$$y = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}x$$

$$\text{따라서 } y = \frac{\sqrt{6}}{2}x \text{ 이다.}$$

10. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 4 인 정사각형 ABCD 의 한 변 AD 를 빗변으로 하는 직각삼각형 AED 에서 $\angle D = 60^\circ$ 일 때, $\triangle ABE$ 의 넓이는?

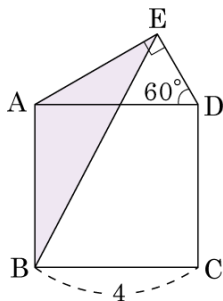
① $2\sqrt{3}$

② 4

③ 6

④ $4\sqrt{3}$

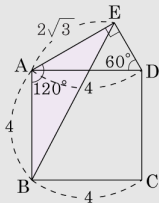
⑤ 8



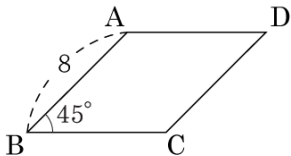
해설

$$\overline{AB} = 4, \overline{AE} = 4 \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}, \angle EAB = 120^\circ$$

$$\begin{aligned} \triangle ABE &= \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} \times \sin(180^\circ - 120^\circ) \\ &= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6 \end{aligned}$$



11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 넓이가 $24\sqrt{2}$ 일 때, 평행사변형 ABCD 의 둘레의 길이는?



① 24

② 28

③ 32

④ 40

⑤ 42

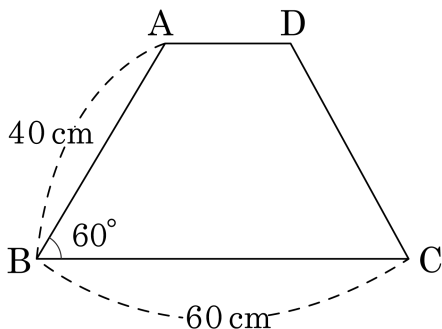
해설

$$\overline{BC} = x \text{ 라 하면 } 8 \times x \times \sin 45^\circ = 24\sqrt{2}$$

$$x = 6 \text{ 이므로}$$

평행사변형 ABCD 의 둘레의 길이는 $2 \times (8 + 6) = 28$ 이다.

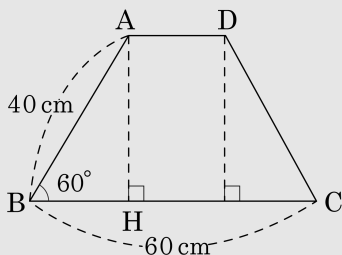
12. 다음 등변사다리꼴의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $800\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설



$$\sin 60^\circ = \frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}, \cos 60^\circ = \frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}$$

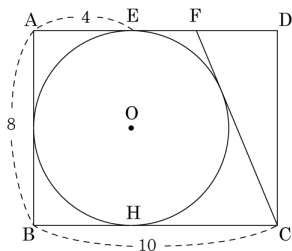
$$\overline{AH} = \overline{AB} \sin 60^\circ = 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}(\text{cm}),$$

$$\overline{BH} = \overline{AB} \cos 60^\circ = 40 \times \frac{1}{2} = 20(\text{cm})$$

$$\overline{AD} = 60 - 2 \times 20 = 20(\text{cm})$$

$$\therefore (\text{넓이}) = (20 + 60) \times 20\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 800\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

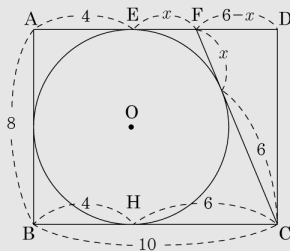
13. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다.
 $\overline{CF}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{CF} = \frac{b}{a}$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
 (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

▶ 정답 : 29

해설



피타고라스 정리에 의해

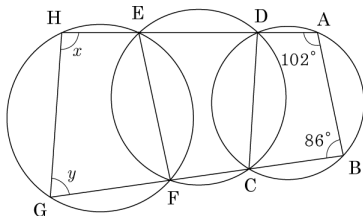
$$\overline{CF}^2 = \overline{DF}^2 + \overline{CD}^2$$

$$(x + 6)^2 = (6 - x)^2 + 8^2$$

$$\therefore x = \frac{8}{3}$$

$$\text{따라서 } \overline{CF} = \frac{26}{3}$$

14. 다음 그림에서 $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ○

▷ 정답 : 172°

해설

$$\angle ADC = 94^\circ$$

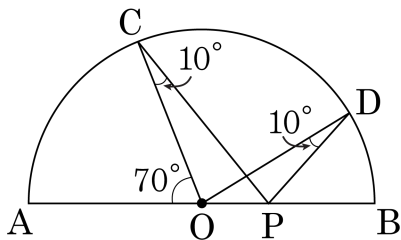
$$\angle x = \angle \text{EFC} = \angle \text{ADC} = 94^\circ$$

$$\angle DCB = 78^\circ$$

$$\angle y = \angle EFC = \angle ADC = 78^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 94^\circ + 78^\circ = 172^\circ$$

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 원 O 에서 $\angle OCP = \angle ODP = 10^\circ$, $\angle AOC = 70^\circ$ 일 때, $\angle DOB$ 의 크기는?



① 30°

② 35°

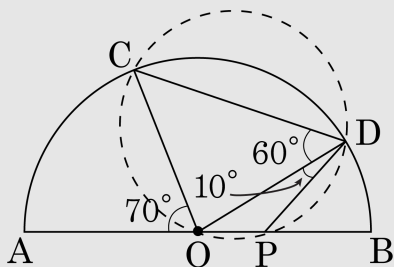
③ 40°

④ 45°

⑤ 50°

해설

네 점 C, O, P, D 는 한 원 위에 있는 점이다.



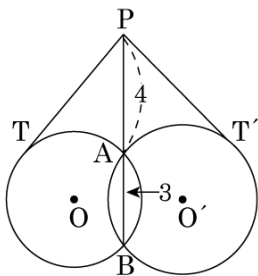
$$\therefore \angle CDP = \angle COA = 70^\circ$$

$$\therefore \angle CDO = \angle DCO = 70^\circ - 10^\circ = 60^\circ$$

$$\angle COD = 180^\circ - 2 \times 60^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore \angle DOB = 180^\circ - 70^\circ - 60^\circ = 50^\circ$$

16. 다음 그림에서 두 원 O , O' 에서 $\overline{PA} = 4$, $\overline{AB} = 3$ 일 때, $\overline{PT} + \overline{PT'}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{7}$

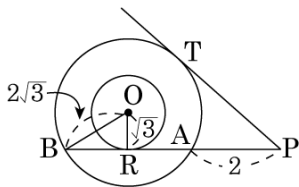
해설

$$\overline{PT}^2 = 4 \times (4 + 3), \overline{PT'}^2 = 4 \times (4 + 3)$$

$$\overline{PT}^2 = 28 = \overline{PT'}^2, \overline{PT} = 2\sqrt{7} = \overline{PT'}$$

$$\therefore \overline{PT} + \overline{PT'} = 2\sqrt{7} + 2\sqrt{7} = 4\sqrt{7}$$

17. 다음 그림에서 두 직선 PT, PR은 반지름의 길이가 각각 $2\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$ 인 두 동심원의 접선이고 두 점 T, R은 접점이다. $\overline{PA} = 2$ 일 때, $\overline{PT}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\overline{BR} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{12 - 3}$$

$$= \sqrt{9} = 3$$

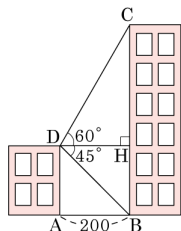
$\overline{BR} = \overline{AR} = 3$ 이므로

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} \text{ 에서 } \overline{PT}^2 = 2 \times 8$$

$$\overline{PT}^2 = 16$$

$$\therefore \overline{PT} = 4 (\overline{PT} > 0)$$

18. 다음 그림과 같이 간격이 200m 인 두 건물이 있다. 왼쪽의 낮은 건물의 옥상에서 다음 건물을 올려다 본 각도는 60° 이고 내려다 본 각도는 45° 일 때, 다음 건물의 높이를 구하여라.



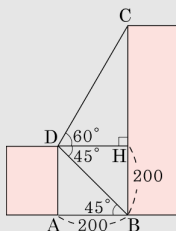
- ① 200 m ② $200(1 + \sqrt{2})$ m
 ③ $200(1 + \sqrt{3})$ m ④ $200(1 + \sqrt{5})$ m
 ⑤ $200(1 + \sqrt{6})$ m

해설

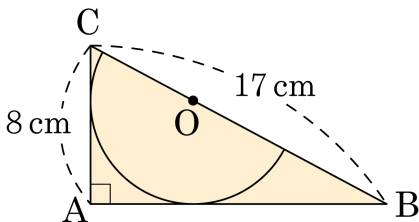
$$\overline{BH} = 200(\text{ m}), \overline{DH} = 200(\text{ m})$$

$$\begin{aligned}\overline{\text{CH}} &= \tan 60^\circ \times \overline{\text{DH}} \\ &= \sqrt{3} \times 200 = 200\sqrt{3}(\text{m})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \overline{BC} &= \overline{BH} + \overline{CH} \\ &= 200 + 200\sqrt{3} \\ &= 200(1 + \sqrt{3}) \text{ (m)}\end{aligned}$$



19. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 17\text{cm}$, $\overline{CA} = 8\text{cm}$ 이다. 이 삼각형에서 빗변 BC 위에 지름이 있는 반원 O 의 반지름의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AB}$, $\overline{CA}$ 는 반원 O 의 접선이다.)



- ① $\frac{13}{2}\text{cm}$ ② $\frac{60}{13}\text{cm}$ ③ $\frac{60}{23}\text{cm}$
 ④ $\frac{120}{23}\text{cm}$ ⑤ $\frac{120}{13}\text{cm}$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15(\text{cm})$$

반원의 반지름을 $r\text{cm}$ 이라 하면

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= 15 \times 8 \times \frac{1}{2} \\ &= 60 = \triangle AOB + \triangle AOC \\ &= 15 \times r \times \frac{1}{2} + 8 \times r \times \frac{1}{2}\end{aligned}$$

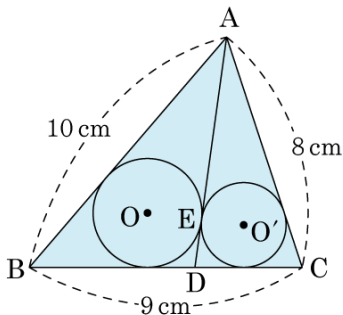
$$23r = 120$$

$$\therefore r = \frac{120}{23}(\text{cm})$$

20. 그림과 같이 $\overline{AB} = 10\text{ cm}$, $\overline{BC} = 9\text{ cm}$, $\overline{AC} = 8\text{ cm}$ 인 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내접 원을 그리면 이 두 원이 한 점 E 에서 접할 때, $\overline{AE} - \overline{ED}$ 의 길이는?

- ① 2 cm ② 2.3 cm
③ 3.8 cm ④ 4 cm

⑤ 4.5 cm



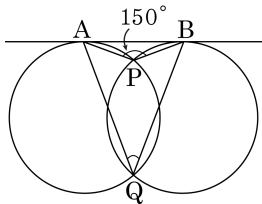
해설

$$10 - \overline{AE} + 8 - \overline{AE} + 2\overline{ED} = 9$$

$$18 - 2\overline{AE} + 2\overline{ED} = 9$$

$$\therefore \overline{AE} - \overline{ED} = \frac{9}{2} = 4.5(\text{ cm})$$

21. 다음 그림에서 직선 AB는 두 원의 공통접선이고, 점 P, Q는 두 원의 교점이다.
 $\angle APB = 150^\circ$ 일 때, $\angle AQB$ 의 크기를 구하여라.



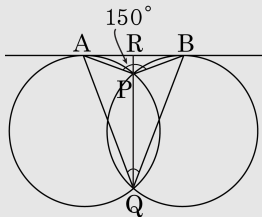
▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}}^\circ$

▷ 정답 : 30°

해설

두 점 P, Q를 지나는 직선을 긋고, 직선 AB와의 교점을 R라

한다.



$\triangle APQ$ 에서 $\angle PAR = \angle AQP$ 이고

$\triangle BPQ$ 에서 $\angle PBR = \angle BQP$ 이므로

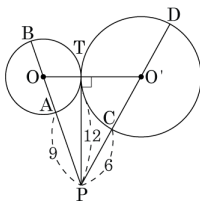
$\triangle APB$ 에서

$$\angle PAR + \angle PBR = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

$$\angle AQB = \angle AQP + \angle BQP$$

$$= \angle PAR + \angle PBR = 30^\circ$$

22. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 이 원의 접선이고, $\overline{OT}$ 는 원 O 의 반지름, $\overline{O'T}$ 는 원 O' 의 반지름이다. $\overline{OO'}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{25}{2}$

해설

원 O 에서 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 이므로

$$12^2 = 9 \times (9 + \overline{AB}) \text{ 이다.}$$

$$144 = 9 \times (9 + 2\overline{OA})$$

$$\therefore 2\overline{OA} = 7$$

$$\therefore \overline{OT} = \overline{OA} = \frac{7}{2}$$

원 O' 에서 $\overline{PT}^2 = \overline{PC} \times \overline{PD}$ 이므로

$$12^2 = 6 \times (6 + \overline{CD})$$

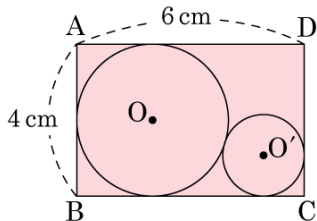
$$144 = 6 \times (6 + 2\overline{O'C})$$

$$\therefore 2\overline{O'C} = 18$$

$$\therefore \overline{O'T} = \overline{O'C} = 9$$

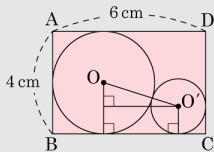
$$\text{따라서 } \overline{OO'} = \overline{OT} + \overline{O'T} = \frac{7}{2} + 9 = \frac{25}{2} \text{ 이다.}$$

23. 가로 세로 길이가 6cm, 4cm 인 직사각형에서 가능한 한 큰 원을 그려내고, 남은 부분에서 또 가능한 한 큰 원을 그려낼 때 두 번째 원의 반지름의 길이는?

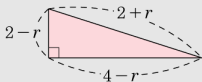


- ① $(6 - 4\sqrt{3})\text{cm}$ ② $(4 - 4\sqrt{3})\text{cm}$ ③ $(8 - 4\sqrt{3})\text{cm}$
 ④ $(6 - \sqrt{3})\text{cm}$ ⑤ $(8 - \sqrt{3})\text{cm}$

해설



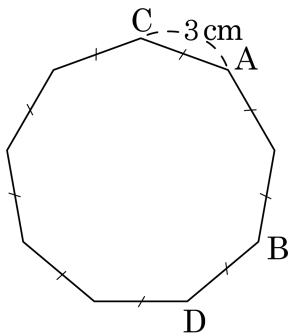
작은 원의 반지름을 $r\text{ cm}$ 라고 하면 큰 원의 반지름은 2 cm 이므로



$$(2 - r)^2 + (4 - r)^2 = (2 + r)^2$$

$$\therefore r = 8 - 4\sqrt{3} (\because 0 < r < 2)$$

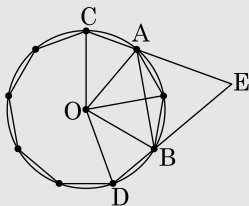
24. 한 변의 길이가 3cm 인 정구각형에서 가장 짧은 대각선의 길이를 5cm 라 할 때, 가장 긴 대각선의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

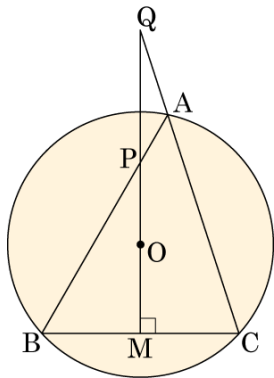


$\overline{CD}$ 이므로 $\triangle ECD$ 와 $\triangle EAB$ 는 모두

정삼각형이다.

$$\therefore \overline{CD} = \overline{CE} = \overline{CA} + \overline{AE}(\overline{AB}) = 3 + 5 = 8(\text{cm})$$

25. 다음 그림과 같이 원 O에 내접하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 P, $\overline{AC}$ 의 연장선과 만나는 점을 Q라 하자. 원 O의 지름이 길이가 16cm이고, $\overline{OP} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

보조선 $\overline{AO}$ 의 연장선과 원과의 교점을 D라 하면 $\angle ADB = \angle ACB$

또한, $\triangle ADB$, $\triangle QMC$ 는 직각삼각형이므로

$$\angle OAP = \angle AQP$$

따라서 세점 A, P, Q는 한 원 위에 있고, $\overline{OA}$ 는 접선 $\overline{OQ}$ 는 할선으로 접선과 할선의 관계에 의해

$$\overline{OA}^2 = \overline{OP} \times \overline{OQ}$$

$$8^2 = 4 \times (4 + \overline{PQ})$$

$$\therefore \overline{PQ} = 12 \text{ cm}$$