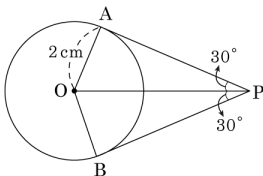


1. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선일 때, $\square APBO$ 의 둘레의 길이는?



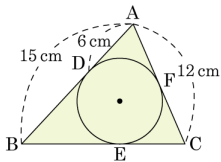
- ① 6cm ② $(6 + 6\sqrt{2})\text{cm}$ ③ $12\sqrt{3}\text{cm}$
 ④ $(4 + 4\sqrt{3})\text{cm}$ ⑤ $(8 + 6\sqrt{3})\text{cm}$

해설

$$\sqrt{3} \overline{OA} = \overline{AP} = 2\sqrt{3}\text{cm}$$

$$\therefore (2 + 2\sqrt{3}) \times 2 = (4 + 4\sqrt{3})\text{cm}$$

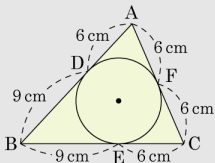
2. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 $\triangle ABC$ 와 그 내접원과의 접점이다.
 $\overline{AB} = 15\text{cm}$, $\overline{AC} = 12\text{cm}$, $\overline{AD} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



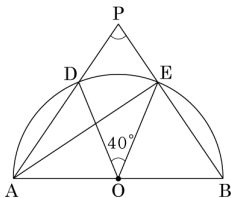
- ① 15cm ② 16cm ③ 17cm ④ 18cm ⑤ 19cm

해설

$$\overline{BC} = 9 + 6 = 15 (\text{cm})$$



3. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고, 점 P 는 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BE}$ 의 연장선의 교점이다. $\angle APE$ 의 크기는?



① 50°

② 60°

③ 70°

④ 80°

⑤ 90°

해설

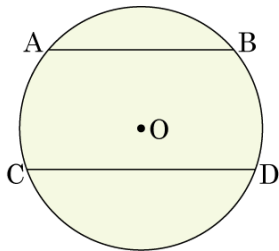
$$\angle DAE = \frac{1}{2} \angle DOE = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$$

$\angle AEB = 90^\circ$ 이므로 $\angle AEP = 90^\circ$ 이다.

따라서 $\angle APE = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5\text{ cm}$, $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 8\text{ cm}$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 길이는?

- ① 5 cm ② 6 cm ③ 7 cm
④ 8 cm ⑤ 9 cm

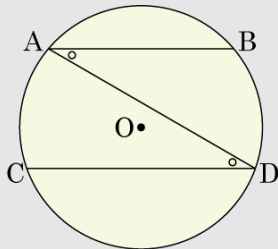


해설

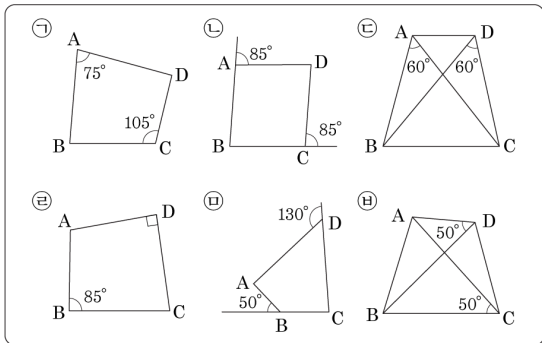
점 A 와 D 를 이으면 $\angle BAD = \angle CDA$ (엇각)

$5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 원주각의 크기가 같으므로

$$5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{BD} = 5(\text{cm})$$



5. 다음 중 원에 내접하는 사각형을 모두 고른 것은?



① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉣, ㉥

④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉥

⑤ ㉢, ㉣, ㉥

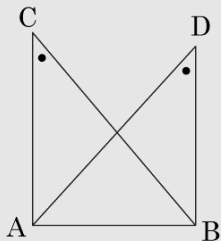
해설

원에 내접하는 사각형은 한 쌍의 대각의 합이 180° 이므로

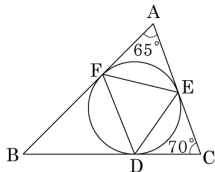
㉠, ㉥이 내접사각형이다.

또, 다음의 경우 네 점이 한 원 위에 있게 된다.

따라서, ㉢, ㉥이 원에 내접한다.



6. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내접원이 $\triangle DEF$ 의 외접원이다.
 $\angle A = 65^\circ$, $\angle C = 70^\circ$ 일 때, $\angle DEF$ 의 크기는?



① 65°

② 65.5°

③ 66°

④ 67.5°

⑤ 68.5°

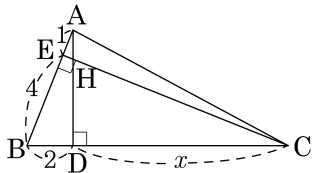
해설

$$\angle FBD = 180^\circ - (65^\circ + 70^\circ) = 45^\circ$$

$\overline{BF} = \overline{BD}$ 이므로

$$\therefore \angle DEF = \angle BDF = (180^\circ - 45^\circ) \div 2 = 67.5^\circ$$

7. 다음 그림에서 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{CE} \perp \overline{AB}$ 이고 점 H는 $\overline{AD}$ 와 $\overline{CE}$ 의 교점이다. $\overline{AE} = 1$, $\overline{EB} = 4$, $\overline{BD} = 2$ 일 때, $\overline{DC}$ 의 길이는?



① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

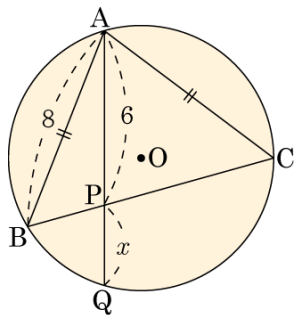
$\angle AEC = \angle ADC = 90^\circ$ 이므로

$\square AEDC$ 는 원에 내접한다.

$$4 \times (4 + 1) = 2 \times (2 + x), 20 = 4 + 2x$$

$$\therefore x = 8$$

8. $\overline{AB} = \overline{AC} = 8$, $\overline{AP} = 6$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?



- ① 10 ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{12}{5}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ 15

해설

보조선 $\overline{BQ}$ 를 그으면,

$$\angle AQB = \angle ACB (\because \text{원주각})$$

$$\angle ABC = \angle ACB (\because \text{이등변삼각형})$$

$$\therefore \angle AQB = \angle ABC$$

점 B, P, Q 는 한 원 위에 있고, $\overleftrightarrow{AB}$ 는 접선, $\overleftrightarrow{AQ}$ 는 할선이다.

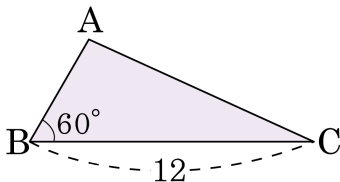
$$\overline{AB}^2 = \overline{AP} \times \overline{AQ}$$

$$8^2 = 6\overline{AQ}$$

$$\overline{AQ} = \frac{32}{3}$$

$$\therefore \overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP} = \frac{32}{3} - 6 = \frac{14}{3}$$

9. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 의 넓이가 $30\sqrt{3}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① 14

② 13

③ 12

④ 11

⑤ 10

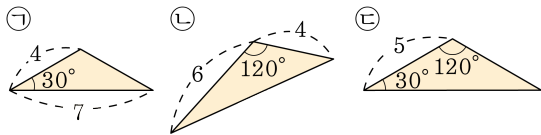
해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 12 \times \sin 60^\circ = 30\sqrt{3}$$

$$6 \times \overline{AB} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3}$$

따라서 $\overline{AB} = 10$ 이다.

10. 다음 삼각형 중에서 넓이가 큰 순서대로 나열한 것은? (단, $\sqrt{3} = 1.732$ 로 계산한다.)



① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉢, ㉡, ㉠

③ ㉠, ㉢, ㉡

④ ㉡, ㉢, ㉠

⑤ ㉢, ㉠, ㉡

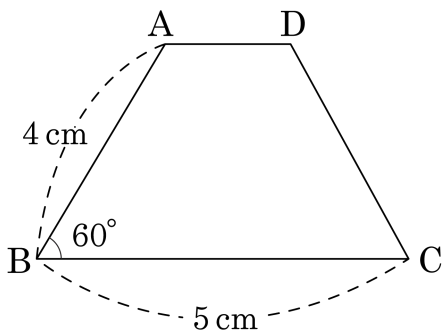
해설

$$\textcircled{㉠} S = \frac{1}{2} \times 4 \times 7 \times \frac{1}{2} = 7$$

$$\textcircled{㉡} S = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} = 10.392$$

$$\textcircled{㉢} S = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10.825$$

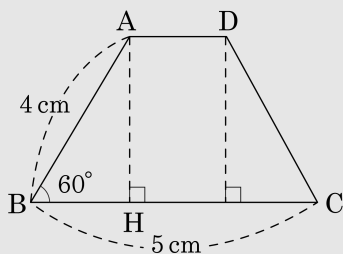
11. 다음 등변사다리꼴의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $6\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설



$$\sin 60^\circ = \frac{\overline{AH}}{\overline{AB}},$$

$$\cos 60^\circ = \frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}$$

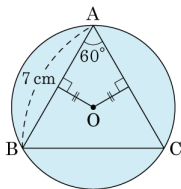
$$\overline{AH} = \overline{AB} \sin 60^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}(\text{cm}),$$

$$\overline{BH} = \overline{AB} \cos 60^\circ = 4 \times \frac{1}{2} = 2(\text{cm})$$

$$\overline{AD} = 5 - 2 \times 2 = 1(\text{cm})$$

$$\therefore (\text{넓이}) = (1 + 5) \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

12. 다음 그림과 같이 원의 중심 O 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 까지 거리가 같고, $\angle A = 60^\circ$, $\overline{AB} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

cm

▷ 정답 : 7 cm

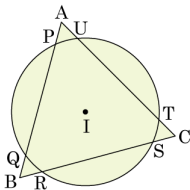
해설

원의 중심에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 까지 거리가 같으므로

$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle B = \angle C = 60^\circ$

$\therefore \triangle ABC$ 는 정삼각형이므로 $\overline{BC} = 7(\text{cm})$

13. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이며 원의 중심이다. $\overline{PQ} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{RS}$ 의 길이를 구하여라.

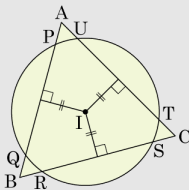


▶ 답 : cm

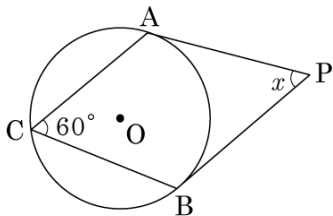
▶ 정답 : 8 cm

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다. 중심과의 거리가 같은 현의 길이는 모두 같으므로 $\overline{PQ} = \overline{RS} = 8(\text{cm})$ 이다.



14. 다음 그림에서 점 A, B는 원 O에 접하는 점점이고 $\angle ACB = 60^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: °

▷ 정답: 60 °

해설

점 A, B에서 원의 중심 O에 이르는 보조선을 그으면 $\angle OBP = \angle OAP = 90^\circ$ 이다.

또한, $\angle AOB = 2 \times \angle C = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$ 이다.

$$\therefore x = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

15. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?

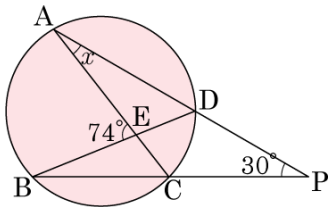
① 20°

② 22°

③ 24°

④ 26°

⑤ 28°



해설

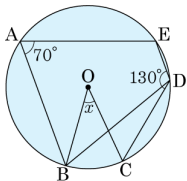
$$\angle DBP = \angle DAC = \angle x, \angle ACB = x + 30^\circ$$

$$\triangle BEC \text{ 에서 } x + x + 30^\circ = 74^\circ$$

$$2x = 44^\circ$$

$$\therefore \angle x = 22^\circ$$

16. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기는?



① 20°

② 40°

③ 60°

④ 80°

⑤ 100°

해설

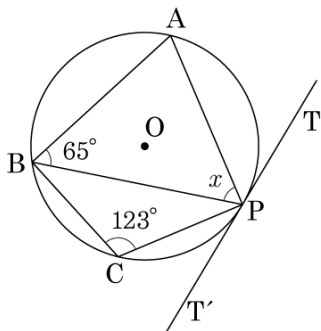
사각형의 대각의 합이 180° 이므로

$$\angle BDE = 110^\circ$$

$$\angle BDC = 130^\circ - 110^\circ = 20^\circ$$

$$\therefore \angle x = 2 \times 20^\circ = 40^\circ$$

17. 다음 그림과 같이 $\square ABCP$ 가 원 O 에 내접한다. $\overleftrightarrow{TT'}$ 이 원 O 의 접선일 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



답 :

$\underline{\hspace{1cm}}^{\circ}$



정답 : 58°

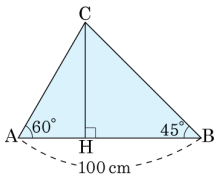
해설

$$\angle BPT = 123^{\circ}$$

$$\angle APT = 65^{\circ}$$

$$\angle x = 123^{\circ} - 65^{\circ} = 58^{\circ}$$

18. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{CH}$ 의 길이를 구하여라.



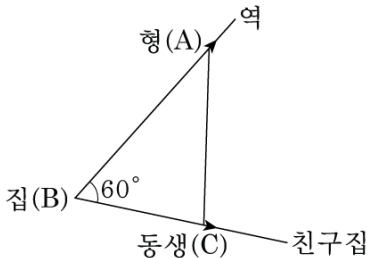
▶ 답 : cm

▶ 정답 : $150 - 50\sqrt{3}\text{ cm}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{CH} &= \frac{100}{\tan(90^\circ - 60^\circ) + \tan(90^\circ - 45^\circ)} \\ &= \frac{100}{\frac{\sqrt{3}}{3} + 1} = 50(3 - \sqrt{3})(\text{cm})\end{aligned}$$

19. 다음 그림과 같이 형은 기차를 타려고 시속 6km로, 동생은 친구 집에 가려고 시속 4km로 갔다. 30분 후에 두 형제간의 거리를 구하여라.



▶ 답 : km

▷ 정답 : $\sqrt{7}$ km

해설

(형이 간 거리) = $6 \times 0.5 = 3$ (km)

(동생이 간 거리) = $4 \times 0.5 = 2$ (km)

점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라하면,

$$\overline{AH} = 3 \sin 60^\circ$$

$$= 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ (km)}$$

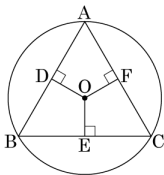
$$\overline{BH} = 3 \cos 60^\circ = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \text{ (km) 에서}$$

$$\overline{HC} = \frac{1}{2} \text{ (km) 이다.}$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{HC}^2 = \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 7$$

따라서 $\overline{AC} = \sqrt{7}$ (km) 이다.

20. 다음 그림과 같은 원 O에서 $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이고 $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 일 때, 원 O의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

cm^2

▷ 정답 : $12\pi \text{cm}^2$

해설

$$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF} \text{ 이므로 } \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$$

$$\triangle ABC \text{ 가 정삼각형이므로 } \overline{AB} : \overline{AE} = 2 : \sqrt{3}$$

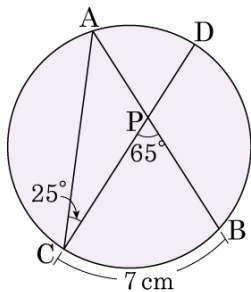
$$\overline{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

정삼각형의 외심은 내심이며, 또 무게중심이므로

$$\overline{OA} = \frac{2}{3}\overline{AE} = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$(\text{원의 넓이}) = \pi \times (2\sqrt{3})^2 = 12\pi(\text{cm}^2)$$

21. 다음 그림에서 점 P는 두 현 AB, CD의 교점이고 $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 7\text{ cm}$, $\angle ACD = 25^\circ$, $\angle BPC = 65^\circ$ 일 때, 이 원의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 31.5 cm

해설

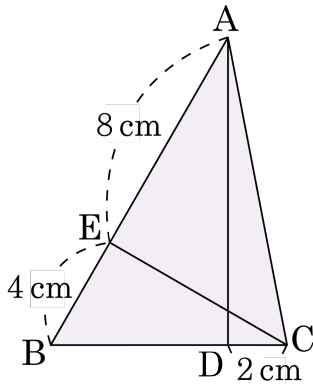
$\triangle ACP$ 에서 $\angle CAB = 65^\circ - 25^\circ = 40^\circ$

$5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 의 원주각이 40° 이므로 중심각은 80° 이다.

$80^\circ : 360^\circ = 7 : (\text{원주})$

$\therefore (\text{원주}) = \frac{360^\circ \times 7}{80^\circ} = 31.5 \text{ (cm)}$

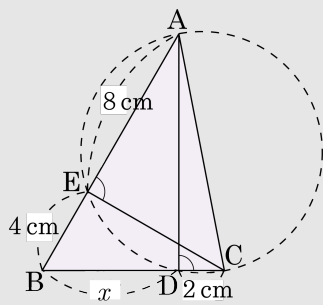
22. 다음 그림에서 $\angle AEC = \angle ADC$ 이고 $\overline{BE} = 4\text{ cm}$, $\overline{EA} = 8\text{ cm}$, $\overline{DC} = 2\text{ cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

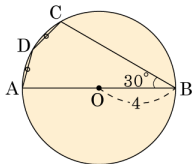
▷ 정답 : 6 cm

해설



$\angle AEC = \angle ADC$ 이므로 네 점 A, E, D, C 는 한 원 위에 있다.
 $\overline{BD} = x$ 라 하면
 $\overline{BE} \times \overline{BA} = \overline{BD} \times \overline{BC}$ 이므로
 $4 \times 12 = x \times (x + 2)$
 $x^2 + 2x - 48 = (x + 8)(x - 6) = 0$
 $\therefore x = 6$ ($\because x > 0$)
 $\therefore \overline{BD} = 6(\text{cm})$

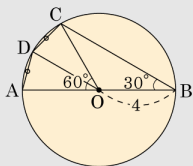
23. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4 인 원 O 에 내접하는 사각형 ABCD 에서 $\angle B = 30^\circ$, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?



- ① 8 ② $6 + 2\sqrt{3}$ ③ $8 + 2\sqrt{3}$
 ④ $8 + 4\sqrt{3}$ ⑤ $9 + 3\sqrt{3}$

해설

중심 O 에서 점 C 와 D 에 보조선을 그으면



$$\overline{OA} = \overline{OD} = \overline{OC}, \overline{AD} = \overline{CD} \Rightarrow \triangle AOD \cong \triangle COD (\text{SSS 합동})$$

$$\angle AOC = 60^\circ \text{ 이므로 } \angle AOD = \angle COD = 30^\circ$$

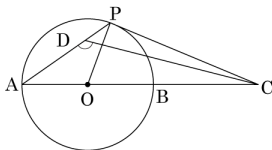
$$\square ABCD \text{ 의 넓이} = \triangle AOD + \triangle COD + \triangle BOC$$

$$\triangle AOD = \triangle COD = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 30^\circ = 4, \triangle BOC = \frac{1}{2} \times 4 \times$$

$$4 \times \sin(180^\circ - 120^\circ) = 4\sqrt{3}$$

$$\text{따라서 } \square ABCD \text{ 의 넓이} = 4 + 4 + 4\sqrt{3} = 8 + 4\sqrt{3} \text{ 이다.}$$

24. 다음 그림과 같이 원의 지름 AB의 연장선 위에 있는 점 C에서 원에 접선을 그었을 때 원과 접하는 점을 P라 하고 $\angle ACP$ 의 삼등분선이 $\overline{AP}$ 와 만나는 점 중 점 P에 가까운 점을 D라 한다. $\overline{OC} = 2\overline{OP}$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

▷ 정답 : 130°

해설

$\angle DAO = a$, $\angle PCD = b$ 라 하면 $\angle BCD = 2b$

$\angle OPC = 90^\circ$ 이고 $\overline{OC} = 2\overline{OP}$ 이므로

$\triangle OCP$ 는 $\angle POC = 60^\circ$ 인 직각삼각형이다.

$\triangle OAP$ 는 $\overline{OA} = \overline{OP}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle DAO = \angle DPO = a$

$\angle ADC = x$ 로 놓으면 $\triangle ADC$ 에서

$\angle DAO + \angle BCD + \angle ADC = 180^\circ$ 이므로

$a + 2b + x = 180^\circ \cdots \textcircled{1}$

또한 $\angle ADC$ 는 $\triangle DCP$ 의 외각이므로

$\angle ADC = \angle DPC + \angle PCD$

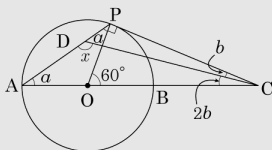
$\therefore x = a + 90^\circ + b \cdots \textcircled{2}$

$\angle POC = 60^\circ$ 이므로 $\triangle AOP$ 에서 $2a = 60^\circ$

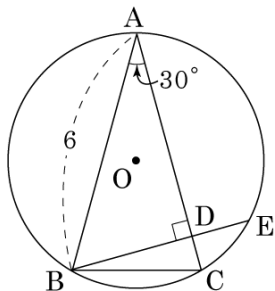
$\therefore a = 30^\circ$

이를 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 식에 대입하여 풀면 $x = 130^\circ$

$\therefore \angle ADC = 130^\circ$



25. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 6$, $\angle BAC = 30^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 의 외접원 O 가 있다. 점 B 에서 변 AC 에 수선을 그어 원 O 와의 교점을 E 라 할 때, $\overline{ED}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $6\sqrt{3} - 9$

해설

$$\triangle ABD \text{ 에서 } \overline{BD} = 3, \overline{AD} = 3\sqrt{3}$$

$$\overline{AB} = \overline{AC} = 6 \text{ 이므로 } \overline{DC} = 6 - 3\sqrt{3}$$

$$\overline{AD} \times \overline{DC} = \overline{BD} \times \overline{DE} \text{ 이므로}$$

$$3\sqrt{3}(6 - 3\sqrt{3}) = 3\overline{DE}$$

$$\therefore \overline{DE} = 6\sqrt{3} - 9$$