

1. $(3x + 2y) - \{x - (4x - 2y)\}$ 를 간단히 하면?

① $3x + y$

② $6x$

③ $6x - 4y$

④ $3x - 4y$

⑤ $4y$

해설

$$\begin{aligned} & (3x + 2y) - \{x - (4x - 2y)\} \\ &= 3x + 2y - (x - 4x + 2y) \\ &= 3x + 2y - x + 4x - 2y \\ &= 6x \end{aligned}$$

2. 어떤 다항식에서 $3x+4y$ 를 빼어야 할 것을 잘못하여 더했더니 $7x+5y$ 가 되었다. 이 때, 바르게 계산한 답은?

① $-x + 3y$

② $-3x + 5y$

③ $-2x + 7y$

④ $5x - 2y$

⑤ $x - 3y$

해설

어떤 식을 A 라 하면

$$A + (3x + 4y) = 7x + 5y$$

$$A = (7x + 5y) - (3x + 4y) = 4x + y$$

따라서 바르게 계산하면 $(4x + y) - (3x + 4y) = x - 3y$ 이다.

3. $3x(x - 5) + 4x(1 - 3x) = ax^2 + bx + c$ 일 때, abc 의 값은?

① 0

② -11

③ -20

④ 99

⑤ -99

해설

$$a = -9, b = -11, c = 0$$

$$\therefore abc = (-9) \times (-11) \times 0 = 0$$

4. 세 수의 곱이 모두 2^{24} 이 되도록 하는 서로 다른 2^x (단, x 는 자연수)의 형태의 수를 찾으려 한다. 학생들의 대화 중 틀린 말을 한 사람을 골라라.

재석 : 그럼 식을 $2^a \times 2^b \times 2^c = 2^{24}$ 의 형태로 만들면 되겠네.

유석 : 그럼 $a = 3, b = 5, c = 16$ 으로 놓으면 $2^3 \times 2^5 \times 2^{16} = 2^{24}$

하나가 나오겠네.

동성 : $2^2 \times 2^3 \times 2^4 = 2^{2 \times 3 \times 4} = 2^{24}$ 도 되겠구나.

성일 : 문제는 $2^{a+b+c} = 2^{24}$ 이니까 $a + b + c = 24$ 인 a, b, c 를 찾으려면 돼.

수근 : 그럼 많이 나올 수 있겠네. 그 중 $a = 7, b = 8, c = 9$ 인 경우도 되는 거구나.

▶ 답 :

▷ 정답 : 동성

해설

재석 : 그럼 식을 $2^a \times 2^b \times 2^c = 2^{24}$ 의 형태로 만들면 되겠네.

(○)

유석 : 그럼 $a = 3, b = 5, c = 16$ 로 놓으면 $2^3 \times 2^5 \times 2^{16} = 2^{24}$

하나가 나오겠네.(○)

동성 : $2^2 \times 2^3 \times 2^4 = 2^{2+3+4} = 2^9$ (×)

성일 : 문제는 $2^{a+b+c} = 2^{24}$ 이니까 $a + b + c = 24$ 인 a, b, c 를 찾으려면 돼.(○)

수근 : 그럼 많이 나올 수 있겠네. 그 중 $a = 7, b = 8, c = 9$ 인 경우도 되는 거구나.(○)

5. $16^5 = (2^x)^5 = 2^y$ 일 때, $y - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$16^5 = (2^4)^5 = 2^{20}$ 이므로 $x = 4$, $y = 20$ 이다.

따라서 $y - x = 20 - 4 = 16$ 이다.

6. $(x^2)^a \div (-x)^2 = x^4$, $y^3 \div (y^b)^2 = \frac{1}{y}$, $(z^2)^5 \div z^2 \div (-z^c)^3 = -\frac{1}{z^4}$ 을

만족할 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 3

② 6

③ 9

④ 12

⑤ 15

해설

$$(x^2)^a \div (-x)^2 = x^{2a} \div x^2 = x^4$$

$$2a - 2 = 4$$

$$\therefore a = 3$$

$$y^3 \div (y^b)^2 = y^3 \div y^{2b} = \frac{1}{y} = y^{-1}, \quad 3 - 2b = -1$$

$$\therefore b = 2$$

$$(z^2)^5 \div z^2 \div (-z^c)^3 = z^{10} \div z^2 \div (-z^{3c}) = -\frac{1}{z^4} = -z^{-4}$$

$$10 - 2 - 3c = -4$$

$$\therefore c = 4$$

$$a = 3, b = 2, c = 4$$

$$\therefore a + b + c = 9$$

7. $\frac{(a^3b^2)^3}{(ab^2)^m} = \frac{a^n}{b^4}$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$\frac{(a^3b^2)^3}{(ab^2)^m} = \frac{a^9b^6}{a^m b^{2m}} \text{ 이므로 } 2m - 6 = 4$$

$$\therefore m = 5$$

$$9 - m = n \text{ 이므로 } n = 4$$

$$\therefore m + n = 9$$

8. $a = 5^{x+1}, b = 2^{x-2}$ 일 때, 10^x 을 a, b 를 이용하여 나타내면?

① $\frac{2ab}{5}$

② $\frac{4ab}{5}$

③ ab

④ $\frac{5ab}{4}$

⑤ $\frac{5ab}{2}$

해설

$$a = 5 \times 5^x, b = 2^x \div 2^2 \text{ 이므로}$$

$$5^x = \frac{a}{5}, 2^x = 4b$$

$$\therefore 10^x = (2 \times 5)^x = 2^x \times 5^x = 4b \times \frac{a}{5} = \frac{4ab}{5}$$

9. $(3ab^2c)^2 \div \left(-\frac{1}{2}abc\right)^2 \times (-3abc)$ 를 간단히 하면?

① $-108ab^3c$

② $-54ab^2c$

③ $54ab^2c$

④ $54a^2bc^2$

⑤ $108ab^2c$

해설

$$(3ab^2c)^2 \div \left(-\frac{1}{2}abc\right)^2 \times (-3abc)$$

$$= 9a^2b^4c^2 \div \frac{1}{4}a^2b^2c^2 \times (-3abc)$$

$$= -108ab^3c$$

10. 다음 \square 안에 알맞은 식은?

$$\left(-\frac{5b^2}{2a^3}\right)^2 \times \square^3 \div \frac{5}{3}a^2b^7 = -\frac{10}{9}a$$

① $-\frac{4}{3}a^3b$

② $-\frac{2}{3}ab^3$

③ $-\frac{2}{3}a^3b$

④ $-\frac{4}{3}a^2b^3$

⑤ $\frac{4}{3}a^2b^3$

해설

$$\frac{25b^4}{4a^6} \times \square^3 \times \frac{3}{5a^2b^7} = -\frac{10}{9}a \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}\square^3 &= -\frac{10}{9}a \times \frac{4a^6}{25b^4} \times \frac{5a^2b^7}{3} \therefore \square = -\frac{2}{3}a^3b \\ &= -\frac{8}{27}a^9b^3 \\ &= \left(-\frac{2}{3}a^3b\right)^3\end{aligned}$$

11. $3^{2x+1} + 9^x = 324$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$3^{2x+1} + 3^{2x} = 3 \cdot 3^{2x} + 3^{2x} = 4 \cdot 3^{2x} = 324$$

$$3^{2x} = 81 = 3^4$$

$$\therefore x = 2$$

12. $\frac{3^5 + 3^5 + 3^5}{4^3 + 4^3 + 4^3 + 4^3} \times \frac{2^5 + 2^5}{9^2 + 9^2 + 9^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{4}$

해설

$$3^5 + 3^5 + 3^5 = 3 \times 3^5 = 3^6$$

$$4^3 + 4^3 + 4^3 + 4^3 = 4 \times 4^3 = 4^4 = 2^8$$

$$2^5 + 2^5 = 2 \times 2^5 = 2^6$$

$$9^2 + 9^2 + 9^2 = 3 \times 3^4 = 3^5$$

$$\therefore \frac{3^6}{2^8} \times \frac{2^6}{3^5} = \frac{3}{4}$$

13. $\frac{9^{2x-3}}{3^{x+2}} = 81$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\frac{9^{2x-3}}{3^{x+2}} = \frac{3^{4x-6}}{3^{x+2}} = 3^{3x-8} = 81 = 3^4$$

$$\therefore 3x - 8 = 4, \quad x = 4$$

14. $2^5 \times 3^3 \times 2^3 \times 3^5$ 을 간단히 하면?

① 6^8

② 6^5

③ 6^{15}

④ 23^{15}

⑤ 23^8

해설

$$2^5 \times 3^3 \times 2^3 \times 3^5 = 2^8 \times 3^8 = 6^8$$

15. $\frac{7}{3}x^4 \div \left(\frac{7}{12}x^3y\right) \div \left(-\frac{1}{4}xy^2\right)$ 을 간단히 하면?

① $-16x^8y^3$

② $-\frac{16x^6}{y}$

③ $-\frac{16}{y^3}$

④ $-\frac{1}{16y^3}$

⑤ $-\frac{16x^8}{y^3}$

해설

$$\frac{7x^4}{3} \times \frac{12}{7x^3y} \times \left(-\frac{4}{xy^2}\right) = -\frac{16}{y^3}$$

16. $-3x^2y \div (2xy^a)^2 \times \left(\frac{xy}{3}\right)^b = -\frac{x^2}{12y}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= -3x^2y \div 4x^2y^{2a} \times \frac{x^b y^b}{3^b} \\ &= -3^{1-b} \cdot 4^{-1} x^{2-2a+b} \cdot y^{1-2a+b} \\ &= -\frac{x^2}{12y} \\ &= -4^{-1} \cdot 3^{-1} x^2 y^{-1}\end{aligned}$$

$$\therefore 1 - b = -1$$

$$b = 2$$

$$1 - 2a + b = 1 - 2a + 2 = -1$$

$$a = 2$$

$$\therefore a + b = 4$$

17. $-3x^2y \div (2xy^a)^2 \times \left(\frac{xy}{3}\right)^b = -\frac{x^2}{12y}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$-3x^2y \times \frac{1}{4x^2y^{2a}} \times \frac{x^by^b}{3^b} = -\frac{x^2}{12y}$$

$$-\frac{x^b}{4 \times 3^{b-1}y^{2a-1-b}} = -\frac{x^2}{12y}$$

$$b = 2, 2a - 1 - b = 1 \quad \therefore a = 2$$

$$\therefore a + b = 4$$

18. $(-ab^3)^2 \times \left(\frac{a^3}{b}\right)^2 \div \{-(a^2b)^2\}$ 을 간단히 하면?

① a^3b^2

② $-a^4b^2$

③ $-a^2b^3$

④ $ab^{\frac{3}{2}}$

⑤ $-ab^{\frac{3}{2}}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2b^6 \times \frac{a^6}{b^2} \times \left(-\frac{1}{a^4b^2}\right) \\ &= -a^4b^2\end{aligned}$$

19. $3^2 \times 3^5 \div 3^x = \frac{1}{27}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$3^2 \times 3^5 \div 3^x = 3^{2+5-x} = 3^{-3}$$

$$2 + 5 - x = -3$$

$$\therefore x = 10$$

20. $3a^6b^9 \div \square^3 = \frac{\square}{27a^2b^3}$ 에서 \square 안에 공통으로 들어갈 식으로 옳은 것은?

① $\pm a^2b^3$

② $\pm 2a^3b^3$

③ $\pm 3a^2b^3$

④ $\pm 3a^3b^3$

⑤ $\pm 4a^3b^4$

해설

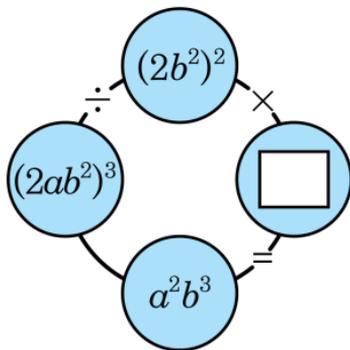
$$3a^6b^9 \div \square^3 = \frac{\square}{27a^2b^3} \text{ 는 } \frac{3a^6b^9}{\square^3} = \frac{\square}{27a^2b^3} \text{ 로 나타낼 수 있다.}$$

이 식을 다시 정리하면,

$$(3a^6b^9) \times (27a^2b^3) = \square^4 \text{ 이고 이는,}$$

$$(3a^6b^9) \times (27a^2b^3) = (81a^8b^{12}) = \square^4 \text{ 이므로 } \square = \pm 3a^2b^3 \text{ 이다.}$$

21. 다음 안에 알맞은 식을 써넣어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{b}{2a}$

해설

그림은 원으로 둘러 싸인 식을 정리하면

$$(2ab^2)^3 \div (2b^2)^2 \times \square = a^2b^3 \text{ 이다.}$$

$(2ab^2)^3 \div (2b^2)^2 \times \square = a^2b^3$ 을 정리하면

$$\square = a^2b^3 \times (2b^2)^2 \div (2ab^2)^3 \text{ 이다.}$$

$$a^2b^3 \times 4b^4 \div 8a^3b^6 = 4a^2b^7 \div 8a^3b^6 = \frac{b}{2a} \text{ 이므로 } \square \text{ 는 } \frac{b}{2a} \text{ 이다.}$$

22. $x = 2y$ 일 때, $\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}$ 의 값을 구하면? (단, $x \neq 0, y \neq 0$)

① $\frac{2}{3}$

② $\frac{5}{3}$

③ $\frac{2}{5}$

④ $\frac{3}{5}$

⑤ $\frac{4}{3}$

해설

$\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}$ 에 $x = 2y$ 를 대입하면

$$\frac{2y}{2y+y} + \frac{y}{2y-y} = \frac{2y}{3y} + \frac{y}{y} = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$$

23. 식 $(3x - 4y - 3) - (x - 2y - 3)$ 을 간단히 하면?

① $2x - 3y + 6$

② $2x - 2y$

③ $2x - 2y + 6$

④ $2x - 2y - 6$

⑤ $2x - 6y$

해설

$$(3x - 4y - 3) - (x - 2y - 3)$$

$$= 3x - 4y - 3 - x + 2y + 3 = 2x - 2y$$

24. 식 $(4a + b - 1) - (-a + 3b - 4)$ 를 간단히 하면?

① $3a + 4b - 5$

② $3a + 2b - 3$

③ $5a - 2b - 3$

④ $5a + 2b + 3$

⑤ $5a - 2b + 3$

해설

$$(4a + b - 1) - (-a + 3b - 4)$$

$$= 4a + b - 1 + a - 3b + 4$$

$$= 5a - 2b + 3$$

25. 다음 식을 전개하였을 때, 그 결과가 이차식인 것을 모두 고르면?

① $\left(-\frac{2}{x} + 3\right) + \left(5 + \frac{2}{x}\right)$

② $(4 + 3x + 2x^2) - (-4 + 3x - 2x^2)$

③ $(3 - 3x - 6x^2) - 3(2x^2 + 2x - 3)$

④ $\left(-\frac{2}{3}x^2 + 3x - 4\right) - \left(-5 - 6x - \frac{2}{3}x^2\right)$

⑤ $-2x^2(1 - x)$

해설

① 8

② $8 + 4x^2$ (이차식)

③ $12 - 9x - 12x^2$ (이차식)

④ $9x + 1$ (일차식)

⑤ $-2x^2 + 2x^3$ (삼차식)

26. $2x^2 + \frac{3}{2} - 4 \left[\frac{1}{2}x^2 - \left\{ \frac{5}{2}x - (3x^2 - 1) \right\} \right] = ax^2 + bx + c$ 에서 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + 2c$ 의 값은?

① 0

② 3

③ 5

④ 9

⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + \frac{3}{2} - 4 \left[\frac{1}{2}x^2 - \left\{ \frac{5}{2}x - (3x^2 - 1) \right\} \right] \\ &= 2x^2 + \frac{3}{2} - 4 \left\{ \frac{1}{2}x^2 - \left(\frac{5}{2}x - 3x^2 + 1 \right) \right\} \\ &= 2x^2 + \frac{3}{2} - 4 \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 3x^2 - 1 \right) \\ &= 2x^2 + \frac{3}{2} - 2x^2 + 10x - 12x^2 + 4 \\ &= -12x^2 + 10x + \frac{11}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore a + b + 2c = -12 + 10 + 11 = 9$$

27. $a = \frac{1}{7}$, $b = -\frac{1}{5}$ 일 때, $3(a + b) - (4ab^2 - 6a^2b) \div (-2ab)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$(\text{준식}) = 3a + 3b + 2b - 3a = 5b = -1$$

28. $3x(x-y) + (4x^3y - 8x^2y^2) \div (-2xy)$ 를 간단히 했을 때, x^2 항의 계수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(\text{준식}) = 3x^2 - 3xy - 2x^2 + 4xy = x^2 + xy$$

따라서 x^2 항의 계수는 1 이다.

29. $(15xy - 2x^3y - 5xy^2) \div \frac{1}{4}xy$ 를 간단히 할 때, 상수항을 포함한 모든 계수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$\begin{aligned} & (15xy - 2x^3y - 5xy^2) \div \frac{1}{4}xy \\ &= (15xy - 2x^3y - 5xy^2) \div \frac{xy}{4} \\ &= (15xy - 2x^3y - 5xy^2) \times \frac{4}{xy} \\ &= 60 - 8x^2 - 20y \end{aligned}$$

x^2 의 계수 -8 , y 의 계수 -20 , 상수항 60

이들의 합을 구하면 $-8 - 20 + 60 = 32$ 이다.

30. 두 식 a, b 에 대하여 $\#, *$ 을 $a\#b = a + b - ab$, $a*b = a(a + b)$ 로 정의하자. $a = -x$, $b = x - 4y$ 일 때, $(a\#b) + (a*b)$ 를 x, y 에 관한 식으로 나타내면?

① $x^2 - y$

② $x^2 - 4$

③ $2x^2 - y$

④ $2x^2 - 2y$

⑤ $x^2 - 4y$

해설

$$(-x)\#(x - 4y)$$

$$= -x + x - 4y + x(x - 4y) = x^2 - 4xy - 4y \quad \cdots \textcircled{\Gamma}$$

$$(-x) * (x - 4y) = -x(-x + x - 4y) = 4xy \quad \cdots \textcircled{\text{L}}$$

$\textcircled{\Gamma} + \textcircled{\text{L}}$ 하면 $x^2 - 4y$ 이다.

31. 다음 식을 간단히 하여라.

$$(12a^3b - 18a^3b^2) \div 6ab - 2a(6ab - 4a)$$

① $-15ab + 10a$

② $-15a^2b + 10a$

③ $-15ab + 10a^2$

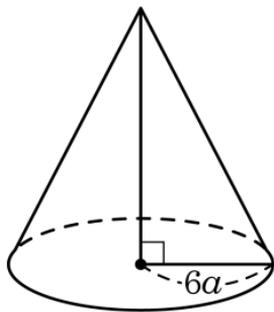
④ $-15ab^2 + 10a^2$

⑤ $-15a^2b + 10a^2$

해설

$$\begin{aligned} & (12a^3b - 18a^3b^2) \div 6ab - 2a(6ab - 4a) \\ &= 2a^2 - 3a^2b - 12a^2b + 8a^2 \\ &= -15a^2b + 10a^2 \end{aligned}$$

32. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $6a$ 인 원뿔의 부피가 $36\pi a^2 b^3 - 24\pi a^2 b^2$ 일 때, 원뿔의 높이는?



① $3b^2 - 2b$

② $3b^3 - 2b^2$

③ $6b^3 - 4b^2$

④ $6ab^3 - 4ab^2$

⑤ $12b^3 - 8b^2$

해설

원뿔의 부피 : $\frac{1}{3} \times (\text{밑넓이}) \times (\text{높이})$

높이를 h 라 하자.

$$\frac{1}{3} \times 36\pi a^2 \times h = 36\pi a^2 b^3 - 24\pi a^2 b^2$$

$$12a^2 h = 12a^2(3b^3 - 2b^2)$$

$$\therefore h = 3b^3 - 2b^2$$

33. n 이 자연수일 때, $(-1)^{2n+1} \times (-1)^{2n} \times (-1)^{2n-1}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$2n + 1, 2n - 1$ 은 홀수, $2n$ 은 짝수 이다.

$$\begin{aligned}\therefore (\text{준식}) &= (-1)^{2n+1+2n+2n-1} \\ &= (-1)^{6n} = 1 (\because n \text{은 자연수})\end{aligned}$$

34. 다음 대화에서 선생님의 질문에 답하여라.

선생님 : 제가 여러분에게 카드를 4 장 나눠드리고 제가 한 장은 가지고 있겠습니다. 5 장 카드의 곱은 $2^9 \times 3^8$ 입니다. 제가 가지고 있는 카드의 값을 맞춰보세요.

영수 : 내 카드에는 2^2 이 적혀 있어.

인호 : 내 카드에는 $(3^2)^2$ 이 적혀 있네.

민수 : 내 것은 $(2^3)^2$ 이 적혀 있어.

익수 : 내 것은 3^3 이네.

이제 한번 풀어보자.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

영수 2^2 , 인호 $(3^2)^2 = 3^4$, 민수 $(2^3)^2 = 2^6$, 익수 3^3 , 선생님 x

$$2^2 \times 3^4 \times 2^6 \times 3^3 \times x = 2^9 \times 3^8$$

$$2^{2+6} \times 3^{4+3} \times x = 2^8 \times 3^7 \times x = 2^9 \times 3^8$$

$$x = 2 \times 3 = 6$$

선생님이 가지고 있는 카드의 값은 6 이다.

35. 메모리 용량 1MB 의 2^{10} 배를 1GB 라고 한다. 기영이가 가지고 있는 MP3 가 1GB 의 용량을 넣을 수 있다고 하면, 기영이는 4MB 의 노래를 몇 개 넣을 수 있는지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 256 개

해설

1GB 는 1MB 의 2^{10} 배 이므로 2^{10} MB 이다. 4MB 는 2^2 MB 이므로 $2^2 \times x = 2^{10}$,
 $x = 2^8 = 256$

36. $(x^a \times y^b \times z^c)^m = x^{10} \times y^8 \times z^6$ 일 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b, c, m 은 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$(x^a \times y^b \times z^c)^m = x^{10} \times y^8 \times z^6$$

$$x^{am} \times y^{bm} \times z^{cm} = x^{10} \times y^8 \times z^6$$

$$am = 10, \quad bm = 8, \quad cm = 6$$

모두 자연수의 곱이므로 10, 8, 6 의 공약수가 곱해질 수 있다.

m 의 최댓값은 2 이다.

37. $\left(\frac{-5x^a}{y}\right)^b = \frac{-125x^9}{y^{3c}}$ 일 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\left(\frac{-5x^a}{y}\right)^b = \frac{(-1)^b 5^b x^{ab}}{y^b} = \frac{-125x^9}{y^{3c}}$$

$$5^b = 125, b = 3$$

$$x^{3a} = x^9, a = 3$$

$$b = 3c = 3, c = 1$$

$$\therefore a + b - c = 3 + 3 - 1 = 5$$

38. $2^{10} \cong 1000$ 이라 할 때, 5^{10} 의 값은?

① 10^2

② 10^4

③ 10^5

④ 10^7

⑤ 10^8

해설

$$2^{10} \cong 10^3 = 2^3 \times 5^3 \text{ 이므로}$$

$$5^3 \cong 2^{10} \div 2^3 = 2^7$$

$$\text{따라서 } 5^{10} = 5^3 \times 5^7 \cong 2^7 \times 5^7 = 10^7$$

39. $\frac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 자리의 수를 구하여라.

▶ **답:** 자리의 수

▷ **정답:** 11자리의 수

해설

$$4^x = 64 \times 16^{-x+y} = 4^{3-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3}$$

$$\therefore x = -2x + 2y + 3$$

$$25^{x+y} = 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3}$$

$$\therefore 2x + 2y = 3y + 3$$

두 식을 연립하면

$$x = 3, y = 3$$

$$32^x \times 125^y = (2^5)^3 \times (5^3)^3$$

$$= 2^{15} \times 5^9$$

$$= (10)^9 \times 2^6$$

$$= 64 \times 10^9$$

따라서 11 자리의 수이다.

40. $7^{2x-1} + (7^2)^x + 7^{2x-1} = 63$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$7^{2x-1} + (7^2)^x + 7^{2x-1} = 63 \text{ 에서}$$

$$7^{2x-1} + 7^{2x} + 7^{2x-1} = 63$$

$$7^{2x} \times \frac{1}{7} + 7^{2x} + 7^{2x} \times \frac{1}{7} = 63$$

$$7^{2x} \left(\frac{1}{7} + 1 + \frac{1}{7} \right) = 63$$

$$\frac{9}{7} \times 7^{2x} = 63$$

$$7^{2x} = 63 \times \frac{7}{9} = 7^2$$

$$\therefore x = 1$$

41. $x_1 = 97$, $x_2 = \frac{2}{x_1}$, $x_3 = \frac{3}{x_2}$, $x_4 = \frac{4}{x_3}$, \dots , $x_{10} = \frac{10}{x_9}$ 이라 할 때,
 $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3840

해설

$x_1 = 97$ 이고, $x_1 \times x_2 = 2$ 이고, $x_3 \times x_4 = 4$ 이다. 따라서
 $x_9 \times x_{10} = 10$ 이 된다.

$$\begin{aligned} & x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{10} \\ &= (x_1 \cdot x_2) \times (x_3 \cdot x_4) \times \cdots \times (x_9 \cdot x_{10}) \\ &= 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 = 3840 \end{aligned}$$

42. $2^{4n+3a} \div 4^{2n} = 512$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$2^{4n+3a} \div 4^{2n} = 512$$

$$2^{4n+3a} \div 2^{4n} = 2^9$$

$$4n + 3a - 4n = 9 \quad \therefore a = 3$$

43. 밑면의 반지름의 길이가 a cm, 높이가 b cm인 원뿔 V_1 과 밑면의 반지름의 길이가 b cm, 높이가 a cm인 원뿔 V_2 가 있다. V_1 의 부피는 V_2 의 부피의 몇 배인가?

- ① a 배 ② b 배 ③ ab 배 ④ $\frac{a^2}{b}$ 배 ⑤ $\frac{a}{b}$ 배

해설

$$V_1 = \frac{1}{3}\pi a^2 b, V_2 = \frac{1}{3}\pi b^2 a \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \frac{V_1}{V_2} &= \frac{1}{3}\pi a^2 b \div \frac{1}{3}\pi b^2 a \\ &= \frac{1}{3}\pi a^2 b \times \frac{3}{\pi b^2 a} \\ &= \frac{a}{b} \end{aligned}$$

따라서 V_1 의 부피는 V_2 의 부피의 $\frac{a}{b}$ 배이다.

44. 두 순서쌍 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 에 대하여 $(x_1, y_1) \times (x_2, y_2) = x_1x_2 + x_1y_2 + y_1x_2 + y_1y_2$ 로 정의 한다. 이 때, $(2x, y) \times (-y, 3x)$ 를 간단히 하면?

① $-6x^2 + 2xy - y^2$

② $-6x^2 + xy + 3y^2$

③ $2x^2 - xy - y^2$

④ $6x^2 + xy - y^2$

⑤ $6x^2 - xy + 3y^2$

해설

$$\begin{aligned} & 2x \times (-y) + 2x \times 3x + y \times (-y) + y \times 3x \\ &= -2xy + 6x^2 - y^2 + 3xy \\ &= 6x^2 + xy - y^2 \end{aligned}$$

45. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A * B = A - 2B$ 라 정의 하자. $A = x^2 - 4x + 2$, $B = x^2 + 3x - 5$ 에 대하여 $(A * B) * B$ 를 간단히 하면?

① $-3x^2 - 16x - 22$

② $-3x^2 - 16x + 22$

③ $2x^2 - 14x + 21$

④ $2x^2 - 15x + 22$

⑤ $3x^2 + 14x + 22$

해설

$$(A * B) * B = (A - 2B) - 2B = A - 4B \text{ 이므로}$$

$$(x^2 - 4x + 2) - 4(x^2 + 3x - 5)$$

$$= x^2 - 4x + 2 - 4x^2 - 12x + 20$$

$$= -3x^2 - 16x + 22$$

46. 어떤 다항식을 $2x^2$ 으로 나누었더니, 몫은 $2x^2 - 4x + 3$ 이고, 나머지가 $2x - 5$ 이었다. 이 다항식의 x^2 항의 계수를 구하면?

① -5

② -3

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

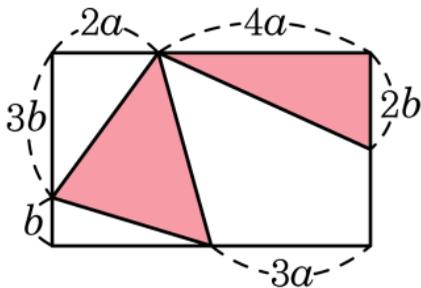
어떤 다항식을 A 라 하면

$$A = 2x^2 \times (2x^2 - 4x + 3) + 2x - 5$$

$$= 4x^4 - 8x^3 + 6x^2 + 2x - 5$$

$\therefore x^2$ 의 계수는 6

47. 다음 그림의 직사각형에서 어두운 부분의 넓이를 a, b 에 관한 식으로 나타내면?



- ① $6ab$ ② $8ab$ ③ $\frac{17}{2}ab$ ④ $\frac{19}{2}ab$ ⑤ $\frac{25}{2}ab$

해설

$$\frac{(2a + 3a) \times 4b}{2} - \left(3ab + \frac{3ab}{2} \right) = \frac{11}{2}ab,$$

$$\frac{4a \times 2b}{2} = 4ab \text{ 이므로 } \frac{11}{2}ab + 4ab = \frac{19}{2}ab \text{ 이다.}$$

48. $3^{2x-3} \div 3^{x+1} = 243$ 에서 x 의 값은?

① 3

② 4

③ 6

④ 7

⑤ 9

해설

$$3^{2x-3-(x+1)} = 3^{x-4} = 3^5$$

$$\therefore x - 4 = 5 \quad \therefore x = 9$$

49. 자연수 n 에 대하여 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$ 으로 정의한다. 이 때, $n \times 9! \times 6! \times 3!$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 가장 작은 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$$n \times 9! \times 6! \times 3!$$

$$\begin{aligned} &= n \times (9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \\ &\quad \times (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1) \\ &= n \times 3^2 \times 2^3 \times 7 \times (2 \times 3) \times 5 \times 2^2 \times 3 \times 2 \times 1 \\ &\quad \times (2 \times 3) \times 5 \times 2^2 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 \\ &= n \times 2^{12} \times 3^7 \times 5^2 \times 7 \end{aligned}$$

따라서 주어진 식이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서는 소인수들의 지수가 짝수가 되어야 하므로 가장 작은 자연수 n 은 $3 \times 7 = 21$ 이다.

$$\therefore n = 21$$

50. $a = 8^2$, $b = 9^4$ 이라 할 때, $(a^{-1}b^2)^3 \div \left\{ \left(\frac{1}{ab} \right)^3 \right\}^2 \times a^4b^{-5} = 2^n \times 3^m$ 이 성립한다. 이때, $m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$$\begin{aligned} & (a^{-1}b^2)^3 \div \left\{ \left(\frac{1}{ab} \right)^3 \right\}^2 \times a^4b^{-5} \\ &= 2^n \times 3^m \\ &= a^{-3}b^6 \times a^6b^6 \times a^4b^{-5} \\ &= \frac{b^6}{a^3} \times a^6b^6 \times \frac{a^4}{b^5} = (ab)^7 \end{aligned}$$

따라서 $a = 8^2 = (2^3)^2 = 2^6$, $b = 9^4 = (3^2)^4 = 3^8$ 을 주어진 식에 대입하면

$$(ab)^7 = (2^6 \times 3^8)^7 = 2^{42} \times 3^{56}$$

따라서 $n = 42$, $m = 56$ 이므로 $m - n = 14$ 이다.