

1. $(a+1)(a^2-a+1) = a^3+1$ 을 이용하여 $\frac{1999^3+1}{1998 \times 1999 + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2000

해설

$a = 1999$ 라 하면

$$1998 \times 1999 + 1 = (a-1)a + 1 = a^2 - a + 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1999^3 + 1}{1998 \times 1999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{a^2 - a + 1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 2000\end{aligned}$$

2. 연립부등식 $\begin{cases} 2x + 5 > 4x - 1 \\ 3 - x \leq 2x + 6 \end{cases}$ 의 해 중에서 정수의 개수를 구하여
라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4개

해설

정리하면 $x < 3$, $-1 \leq x$
 $x = -1, 0, 1, 2$ 이므로 4개이다.

3. 연립부등식 $2 \leq \frac{x+1}{2} < 5$ 의 x 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 \leq x < 9$

해설

$$2 \leq \frac{x+1}{2} < 5,$$

$$4 \leq x+1 < 10$$

$$\therefore 3 \leq x < 9$$

4. 원 $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 1 = 0$ 과 같은 중심을 갖고, 점 $(1, 2)$ 를 지나는 원의 반지름을 r 이라 할 때, r^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

준 식에서 $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 14$ 이므로
중심은 $(2, -3)$ 이다.

구하는 원의 반지름을 r 라 하면

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = r^2 \text{ 이고,}$$

이 원이 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

$$(1 - 2)^2 + (2 + 3)^2 = r^2$$

$$\therefore r^2 = 26$$

5. 두 다항식 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$, $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a , b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① -21

② -15

③ -5

④ -1

⑤ 0

해설

$(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^4 항의 계수는 x^3 의 계수와는 관계가 없다.

따라서 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는 같다.

$$\therefore a = b \quad \therefore a - b = 0$$

6. 다항식 $f(x)$ 를 $x - 3$ 으로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 1 이고,
또 $Q(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -2 이다. $f(x)$ 를 $x - 2$ 로
나누었을 때의 나머지를 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = (x - 3)Q(x) + 1$$

$$Q(2) = -2$$

$f(x)$ 를 $x - 2$ 로 나눈 나머지는 $f(2)$ 이다.

$$\begin{aligned} f(2) &= (2 - 3)Q(2) + 1 \\ &= -1 \times (-2) + 1 = 3 \end{aligned}$$

7. 최대공약수가 $x+1$ 이고, 최소공배수가 $x^3 + 2x^2 - x - 2$ 일 때, 이차항의 계수가 1 인 두 다항식의 합을 구하면?

- ① $2x^2 + 3x + 1$ ② $x^2 + 3x + 1$ ③ $2x^2 + 3x + 2$
④ $x^3 + 3x - 2$ ⑤ $x^2 - x + 1$

해설

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x+1)(x-1)(x+2)$$

∴ 두 다항식은 $(x+1)(x-1)$, $(x+1)(x+2)$ 이다.

∴ 두 다항식의 합은 $2x^2 + 3x + 1$

8. 두 다항식 A, B 의 최대공약수 G 를 $A \circ B$, 최소공배수 L 을 $A \star B$ 로 나타내기로 할 때, 다음 계산 과정의 (가), (나), (다) 에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

$$A = aG, B = bG \quad (a, b \text{ 는 서로소})$$

$$A^2 \circ AB = [\text{가}], A^2 \circ B^2 = [\text{나}]$$

$$\therefore (A^2 \circ AB) \star (A^2 \circ B^2) = [\text{다}]$$

① A, G^2, A

② aG^2, G, A

③ A, AB, AG

④ aG^2, G^2, AG

⑤ G, G, AB

해설

$$\begin{aligned} (\text{가}) &= A^2 \circ AB = (G^2a^2 \text{ 과 } G^2ab \text{ 의 최대공약수}) \\ &= aG^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{나}) &= A^2 \circ B^2 = (G^2a^2 \text{ 과 } G^2b^2 \text{ 의 최대공약수}) \\ &= G^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{다}) &= (A^2 \circ AB) \star (A^2 \circ B^2) \\ &= ((\text{가}) \text{ 와 } (\text{나}) \text{ 의 최소공배수}) = aG^2 = AG \end{aligned}$$

9. 연립부등식 $\begin{cases} 5x - 7 < 2x + 2 \\ 2x + a > -x - 4 \end{cases}$ 를 풀었더니 해가 $1 < x < b$ 가 되었다.

이 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : -10

해설

연립부등식을 각각 풀면

$5x - 7 < 2x + 2$ 에서 $x < 3$ 이므로 $b = 3$

$2x + a > -x - 4$ 에서 $x > \frac{-4 - a}{3}$ 이므로

$$\frac{-4 - a}{3} = 1$$

그러므로 $a = -7$ 이다.

$a - b$ 의 값은 $-7 - 3 = -10$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 두 점 A, B 가 수직선 상에 위치해 있다. 선분 AB 를 2 : 3 으로 내분하는 점을 D, 선분 AB 를 2 : 3 으로 외분하는 점을 E, 선분 AB 를 3 : 2 로 내분하는 점을 F, 선분 AB 를 3 : 2 로 외분하는 점을 G 라 하자. 점 D, E, F, G 를 수직선 위에서 왼쪽부터 순서대로 적으시오.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 점 E

▷ 정답 : 점 D

▷ 정답 : 점 F

▷ 정답 : 점 G

해설

다음 그림에서 보듯이, 점의 순서는 E, D, F, G 이다.



11. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x - a^2, y - a)$ 에 의하여 직선 $3x + 2y = 1$ 이 직선 $3x + 2y = 0$ 으로 이동되었다. 이때, 양수 a 의 값은?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{2}{3}$

④ 1

⑤ $\frac{3}{2}$

해설

직선 $3x + 2y = 1$ 의 x, y 에 각각

$x - (-a^2) = x + a^2$, $y - (-a) = y + a$ 를 대입하면

$$3(x + a^2) + 2(y + a) = 1$$

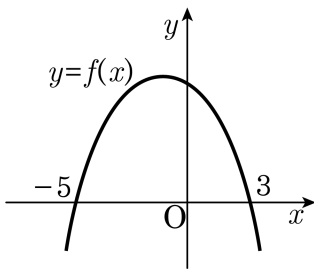
$$3x + 2y = 1 - 2a - 3a^2$$

$$\therefore 1 - 2a - 3a^2 = 0$$

$$(3a - 1)(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{3} \quad (\because a > 0)$$

12. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식 $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 0$ 의 두 근의 합은?



① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$f(x) = a(x+5)(x-3)$ ($a < 0$) 으로 놓으면

$$\begin{aligned} f\left(\frac{x-4}{2}\right) &= a\left(\frac{x-4}{2} + 5\right)\left(\frac{x-4}{2} - 3\right) \\ &= \frac{a}{4}(x+6)(x-10) \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$$\frac{a}{4}(x+6)(x-10) = 0 \text{ 에서}$$

$$x = -6 \text{ 또는 } x = 10$$

따라서 방정식 $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 0$ 의 두 근의 합은 4

13. 1200 명이 들어갈 수 있는 어느 소극장에서 입장권을 6000 원에 팔면 평균 600 명의 관중이 입장한다. 시장조사에 의하면, 입장료를 500 원씩 내리면 100 명씩 더 온다고 조사가 되었다. 이 때, 수입을 최대로 하기 위한 입장권의 가격은?

① 3000 원

② 3500 원

③ 4000 원

④ 4500 원

⑤ 5000 원

해설

수입을 $f(x)$ 라고 하면,

$$\begin{aligned} f(x) &= (6000 - 500x)(600 + 100x) \\ &= -50000x^2 + 300000x + 3600000 \\ &= -50000(x - 3)^2 + 4050000 \end{aligned}$$

$x = 3$ 일 때 최대이다.

즉, (입장권 가격) = $6000 - 500 \times 3 = 4500$ 원.

14. 어느 학교 학생들이 운동장에서 야영을 하기 위해 텐트를 설치하였다. 한 텐트에 3 명씩 자면 12명이 남고, 5 명씩 자면 텐트가 10 개가 남는다고 할 때, 텐트의 수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▶ 답 : 개

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 31 개

▷ 정답 : 32 개

▷ 정답 : 33 개

해설

텐트 수를 x 개, 학생 수를 $(3x + 12)$ 명이라 하면

$$5(x - 11) + 1 \leq 3x + 12 \leq 5(x - 11) + 5$$

$$5(x - 11) + 1 \leq 3x + 12 \text{에서}$$

$$5x - 55 + 1 \leq 3x + 12,$$

$$2x \leq 66$$

$$\therefore x \leq 33$$

$$3x + 12 \leq 5(x - 11) + 5 \text{에서}$$

$$3x + 12 \leq 5x - 55 + 5,$$

$$2x \geq 62$$

$$\therefore x \geq 31$$

$$\therefore 31 \leq x \leq 33$$

15. x 보다 작거나 같은 정수 중에서 최대의 정수를 $[x]$, x 보다 크거나 같은 정수 중에서 최소의 정수를 (x) 로 나타낼 때, 방정식 $[x] + (x) = 7$ 을 만족하는 x 의 값을 모두 구하면?

① $\frac{7}{2}$

② $3 \leq x \leq 4$

③ $3 \leq x < 4$

④ $3 < x \leq 4$

⑤ $3 < x < 4$

해설

$$[x] = \begin{cases} k & (x \text{가 정수 } k \text{일 때}) \\ k & (k < x < k+1 \text{일 때}) \end{cases}$$

$$(x) = \begin{cases} k & (x \text{가 정수 } k \text{일 때}) \\ k+1 & (k < x < k+1 \text{일 때}) \end{cases}$$

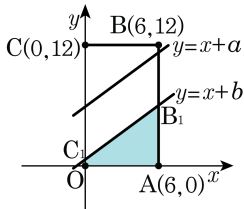
따라서, $[x] + (x) = 7$ 이고

$[x]$, (x) 는 정수이므로

$$[x] = 3, (x) = 4 \quad (\because [x] \leq (x))$$

$$\therefore 3 < x < 4$$

16. 네 점 $O(0,0)$, $A(6,0)$, $B(6,12)$, $C(0,12)$ 를 꼭지점으로 하는 사각형 $OABC$ 가 있다. 그림과 같이 두 직선 $y = x + a$, $y = x + b$ 가 사각형 $OABC$ 의 넓이를 삼등분할 때, ab 의 값은?



① 4

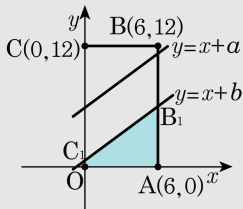
② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설



사각형 $OABC$ 의 넓이가 72이므로
사각형 OAB_1C_1 의 넓이는 24이다.

$$\frac{1}{2}(b + 6 + b) \times 6 = 24 \text{ 이므로 } b = 1$$

같은 방법으로 $a = 5$

$$\therefore ab = 5$$

17. 중심이 직선 $2x + y = 0$ 위에 있고, 두 점 $(3, 0)$, $(0, 1)$ 을 지나는 원의 방정식은 ?

① $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 6 = 0$

② $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 6 = 0$

③ $5x^2 + 5y^2 - 8x + 16y - 21 = 0$

④ $5x^2 + 5y^2 + 8x - 16y - 21 = 0$

⑤ $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 12 = 0$

해설

구하는 원의 중심이 직선 $2x + y = 0$ 위에 있으므로 중심을 $(a, -2a)$ 라 할 수 있다.

$$(x - a)^2 + (y + 2a)^2 = r^2$$

점 $(3, 0)$ 을 지나므로,

$$(3 - a)^2 + (2a)^2 = r^2 \dots \textcircled{1}$$

또, 점 $(0, 1)$ 을 지나므로,

$$a^2 + (1 + 2a)^2 = r^2 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a = \frac{4}{5}, r^2 = \frac{37}{5}$$

$$\therefore \left(x - \frac{4}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{8}{5}\right)^2 = \frac{37}{5}$$

$$\text{정리하면 } 5x^2 + 5y^2 - 8x + 16y - 21 = 0$$

18. 두 원 $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + (y-3)^2 = 4$ 의 공통접선의 방정식이 $y = mx + n$ 일 때, $m^2 + n^2$ 의 값은?(단, $m \neq 0$)

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 19

해설

원 $x^2 + y^2 = 1$ 의 중심 $(0, 0)$ 에서

직선 $y = mx + n$,

즉 $mx - y + n = 0$ 에 이르는 거리가 1 이므로

$$\frac{|n|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = 1$$

$$\therefore m^2 = n^2 - 1 \dots \textcircled{㉠}$$

원 $x^2 + (y-3)^2 = 4$ 의 중심 $(0, 3)$ 에서

직선 $mx - y + n = 0$ 에 이르는 거리가 2 이므로

$$\frac{|-3 + n|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = 2$$

$$\therefore n^2 - 6n + 9 = 4m^2 + 4 \dots \textcircled{㉡}$$

㉠ 을 ㉡ 에 대입하면,

$$n^2 - 6n + 9 = 4(n^2 - 1) + 4, 3n^2 + 6n - 9 = 0$$

$$n^2 + 2n - 3 = 0, (n+3)(n-1) = 0$$

$$\therefore n = -3 \text{ 또는 } n = 1$$

이 때, $n = 1$ 이면 $m = 0$ 이 되므로 $n = -3$

$$n = -3 \text{ 을 } \textcircled{㉠} \text{ 에 대입하면 } m^2 = 8$$

$$\therefore m^2 + n^2 = 8 + 9 = 17$$

19. 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 x 축에 대하여 대칭이동시키는 것을 A , y 축에 대하여 대칭 이동시키는 것을 B , 원점에 대하여 대칭 이동시키는 것을 C , 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭 이동시키는 것을 D 라 하자. 직선 $2x + y + 1 = 0$ 을 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ 의 순서로 대칭 이동시킨 도형의 방정식은? (단, $A \rightarrow B$ 는 A 에 의하여 대칭 이동시킨 후 다시 B 에 의하여 대칭 이동시키는 것을 뜻한다.)

① $2x + y + 1 = 0$ ② $2x + y - 1 = 0$ ③ $x + 2y - 1 = 0$

④ $x + 2y + 1 = 0$ ⑤ $x - 2y - 1 = 0$

해설

$2x + y + 1 = 0$ 을 A (x 축 대칭)하면 $2x - y + 1 = 0$

B (y 축 대칭)하면 $-2x - y + 1 = 0$

C (원점 대칭)하면 $2x + y + 1 = 0$ 이므로

$A \rightarrow B \rightarrow C$, $C \rightarrow B \rightarrow A$ 에 의하여 도형은 자기 자신으로 옮겨진다.

$2x + y + 1 = 0$ 을 D (직선 $y = x$ 대칭)하면 $2y + x + 1 = 0$

$\therefore x + 2y + 1 = 0$

20. x 의 이차방정식 $x^2 + 2(k-1)x + 2(k^2-1) = 0$ 의 두 근 중 적어도 하나가 양이 되기 위한 실수 k 의 최솟값을 구하면?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

두 근을 α, β 라 하면

(i) 두 근이 모두 양수일 때

$$\alpha + \beta = -2(k-1) > 0, \alpha\beta = 2(k^2-1) > 0,$$

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - 2(k^2-1) \geq 0$$

이들의 공통 범위를 구하면

$$-3 \leq k < -1 \dots\dots \textcircled{\Gamma}$$

(ii) 한 근이 양수, 한 근이 음수일 때,

$$\alpha\beta = 2(k^2-1) < 0$$

$$\therefore -1 < k < 1 \dots\dots \textcircled{\Delta}$$

(iii) 한 근이 양수, 한 근이 0일 때

$$\alpha + \beta = -2(k-1) > 0, \alpha\beta = 2(k^2-1) = 0$$

$$\therefore k = -1 \dots\dots \textcircled{\ominus}$$

구하는 k 의 범위는 $\textcircled{\Gamma}$ 또는 $\textcircled{\Delta}$ 또는 $\textcircled{\ominus}$ 이므로

$$-3 \leq k \leq 1$$

$\therefore$ 최솟값 -3

21. 서로 다른 세 실수 a, b, c 가 $a^3 - 6a = b^3 - 6b = c^3 - 6c = -1$ 을 만족시킬 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값은?

① 1

② -1

③ 3

④ -3

⑤ 6

해설

$a^3 - 6a = -1, b^3 - 6b = -1, c^3 - 6c = -1$ 이므로

a, b, c 는 삼차방정식 $x^3 - 6x = -1$

즉, $x^3 - 6x + 1 = 0$ 의 세 근이다.

따라서, 근과 계수와의 관계에서 $a + b + c = 0, ab + bc + ca = 6, abc = -1$

$\therefore a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

에서 $a + b + c = 0$ 이므로 $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc = 3 \cdot (-1) = -3$

22. 자동차 판매회사에 다니는 차세일씨는 기본 연봉 1000 만원에 연간 자동차 판매 금액의 일정 비율을 추가로 지급받기로 하였다. 한 대당 가격이 1000 만원인 자동차를 4 대, 한 대당 가격이 2000 만원인 자동차를 3대 판매할 것으로 예상되고 차세일씨가 연간 받고자 하는 급여의 총액이 1500 만원 이상이라고 할 때 연간 자동차 판매 금액의 최소 몇 % 를 추가로 지급해 달라고 요구해야 하는지 구하여라.(단, 세금은 계산하지 않는다.)

▶ 답 : %

▷ 정답 : 5 %

해설

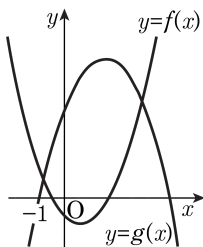
판매 금액의 일정 비율을 $x\%$ 라 하면

$$1000 + (1000 \times 4 + 2000 \times 3) \times \frac{x}{100} \geq 1500$$

$$\therefore x \geq 5$$

따라서 차세일씨는 자동차 판매금액의 최소 5% 를 추가로 지급해 달라고 요구해야 한다.

23. 이차함의 계수가 각각 1, -1 인 두 이차함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프는 다음의 그림과 같다. 부등식 $f(x) - g(x) \leq 0$ 의 해가 $-1 \leq x \leq 3$ 이고 $f(2) = 1$ 일 때, $g(1)$ 의 값은?



- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$y = f(x)$ 의 y 절편이 -1 이므로 $f(x) = x^2 + ax - 1$ 로 놓을 수 있다.

$$f(2) = 2a + 3 = 1 \text{ 에서 } a = -1$$

$$\therefore f(x) = x^2 - x - 1$$

$g(x) = -x^2 + bx + c$ 로 놓으면 $f(x) - g(x) \leq 0$ 의 해가 $-1 \leq x \leq 3$ 이므로

$$f(x) - g(x) = 2x^2 - (1+b)x - 1 - c = 2(x+1)(x-3) = 2x^2 - 4x - 6$$

$$\text{따라서, } 1+b = 4, \quad -1-c = -6 \text{ 에서}$$

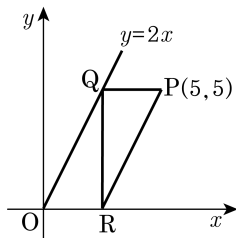
$$b = 3, \quad c = 5$$

$$\therefore g(x) = -x^2 + 3x + 5$$

$$\therefore g(1) = 7$$

24. 다음 그림에서 점 $P(5,5)$ 와 직선 $y = 2x$ 위의 점 Q , x 축 위의 점 R 에 대하여 $\triangle PQR$ 의 둘레의 길이의 최솟값은?

- ① $4\sqrt{10}$ ② $8\sqrt{2}$ ③ $5\sqrt{5}$
 ④ $2\sqrt{29}$ ⑤ 2



해설

$\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RP}$ 의 최솟값은 P 를 $y = 2x$ 에 대해 대칭시킨 P' 와 x 축에 대해 대칭이동시킨 $P''(5, -5)$ 사이 거리와 같다.

$P' = (a, b)$ 라하면 $\overline{PP'}$ 은 $y = 2x$ 에 수직이고
 $\overline{PP'}$ 의 중점은 $y = 2x$ 위에 있다

$$\therefore P' = (1, 7)$$

$$\therefore \overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{PR} \geq \overline{P'P''} = \sqrt{4^2 + 12^2} = 4\sqrt{10}$$

25. 두 원 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$, $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 1$ 은 직선 l 에 대하여 서로 대칭이다. 직선 l 의 방정식은?

① $y = -2x + 3$

② $y = -x + 2$

③ $y = x + 3$

④ $y = -x + 3$

⑤ $y = 2x - 1$

해설

두 원의 중심 $(-2, 1)$, $(2, 5)$ 는 직선 l 에 대하여 대칭이므로 직선 l 은 두 원의 중심을 연결한 선분의 수직이등분선이다.

따라서 직선 l 의 방정식을 $y = ax + b$ 라 하면

i) 두 원의 중심을 지나는 직선의 기울기가

$$\frac{5-1}{2-(-2)} = 1 \text{ 이므로}$$

$$a = -1$$

ii) 두 원의 중심을 연결한 선분의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{-2+2}{2}, \frac{5+1}{2} \right) \text{ 에서 } (0, 3) \text{ 이므로 } b = 3 \text{ 이다.}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = -x + 3$ 이다.

