1. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$

2. $\frac{2006^3 - 1}{2006 \times 2007 + 1}$ 의 값을 구하면?

- ① 2005 ② 2006 ③ 2007 ④ 2008 ⑤ 2009

해설

$a = 2006$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{a^3 - 1}{a(a + 1) + 1} = \frac{(a - 1)(a^2 + a + 1)}{a^2 + a + 1} \\ &= a - 1 = 2005 \end{aligned}$$

3. x 에 대한 이차식 $A = x^2 + ax + b$, $B = x^2 + bx + a$ 의 최대공약수 G 가 x 에 대한 일차식이고 $A + B = G(px + q)$ 일 때, 상수 $a + b + p + q$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

G 는 $A + B, A - B$ 의 인수가 된다.

$$A - B = (a - b)x - (a - b) = (a - b)(x - 1)$$

$$\therefore G = x - 1$$

A 에 $x = 1$ 대입,

$$1 + a + b = 0, a + b = -1$$

$$A + B = 2x^2 + (a + b)x + a + b$$

$$= 2x^2 - x - 1$$

$$= (x - 1)(2x + 1)$$

$$p = 2, q = 1$$

$$a + b + p + q = -1 + 2 + 1 = 2$$

4. 삼각형의 세변의 길이를 x, y, z 라 할 때, 이들 사이에 다음의 관계가 성립한다면 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

$$x^2yz + x^3z - xy^2z + xz^3 - y^3z + yz^3 = 0$$

- ① x 가 빗변인 직각삼각형
- ② y 가 빗변인 직각삼각형
- ③ z 가 빗변인 직각삼각형
- ④ $x = y$ 인 이등변삼각형
- ⑤ $x = y, z$ 가 빗변인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & (x^2y + x^3 - xy^2 + xz^2 - y^3 + yz^2)z \\ &= \{x^2(x+y) + (x+y)z^2 - (x+y)y^2\}z \\ &= (x+y)(x^2 + z^2 - y^2)z \\ &\therefore (x+y)(x^2 + z^2 - y^2)z = 0 \\ &x^2 + z^2 - y^2 = 0 \quad (\because x, y, z \text{는 모두 양수}) \\ &\therefore x^2 + z^2 = y^2 \Rightarrow y \text{가 빗변인 직각삼각형} \end{aligned}$$

5. 세 개의 실수 a, b, c 에 대하여 $[a, b, c] = (a - b)(a - c)$ 라 할 때, $[a, b, c] + [b, c, a] + [c, a, b] = 0$ 이면 $[a, b, c]$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(a - b)(a - c) + (b - c)(b - a) + (c - a)(c - b) = 0$$

전개하여 정리하면 $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$

$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

$$\therefore [a, b, c] = (a - b)(a - c) = 0$$