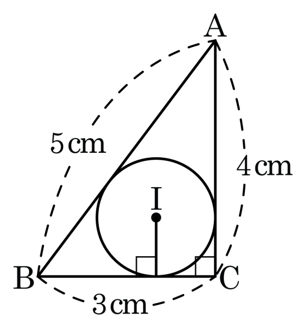
1. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\text{cm}$ 이고, $\angle C = 90°$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는?



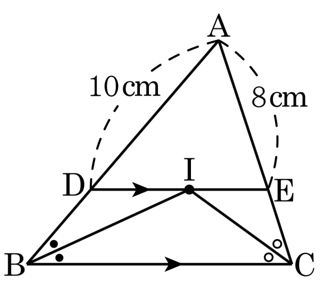
① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (3+4+5) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ 이다. 따라서 $r = 1\text{cm}$ 이다.

2. $\angle ECI = \angle BCI$, $\angle DBI = \angle CBI$, $\overline{BC} // \overline{DE}$ 이고, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이가 27cm, $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{AE} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD} + \overline{CE} = (\quad)\text{cm}$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 써 넣어라.



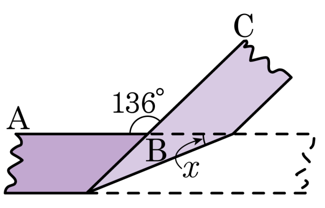
▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

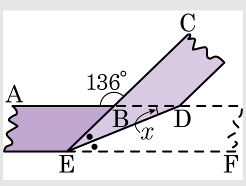
점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레가 27cm 이므로
$\overline{DB} + \overline{CE} = \overline{DE} = 27 - (10 + 8) = 9(\text{cm})$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ABC = 136°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



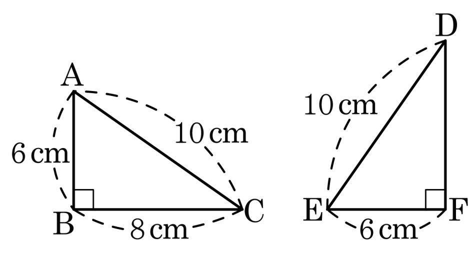
① $20°$　② $22°$　③ $24°$　④ $26°$　⑤ $28°$

해설



$\angle ABE = 180° - 136° = 44°$
$\angle ABE = \angle BEF = 44°$ (엇각)
$\angle BED = \angle DEF = \frac{1}{2} \times 44° = 22°$ (종이 접은 각)
$\angle BDE = \angle DEF = 22°$ (엇각)
$\therefore \angle x = 22°$

4. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



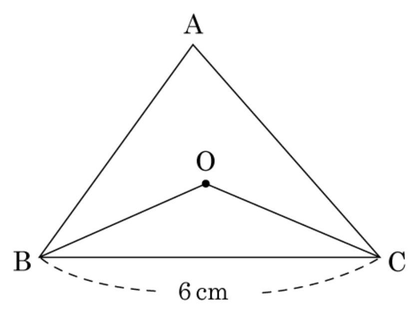
① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 10cm

해설

$\triangle CAB, \triangle DEF$ 는 RHS 합동

$\therefore \overline{DF} = \overline{CB} = 8cm$

5. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\overline{BC} = 6\,cm$, $\triangle OBC$의 둘레의 길이가 $14\,cm$일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



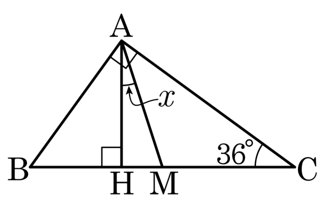
▶ 답 :

▷ 정답 : 16π

해설

$\triangle OBC$의 둘레의 길이가 $14\,cm$이고
$\triangle OBC$는 $\overline{OB} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{OB} = \overline{OC} = 4\,cm$
따라서 외접원의 반지름의 길이는 $4\,cm$이므로
넓이는 $\pi r^2 = \pi \times 4^2 = 16\pi$이다.

6. 다음 그림에서 점 M 은 직각삼각형 ABC 의 외심이고 $\angle C = 36°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

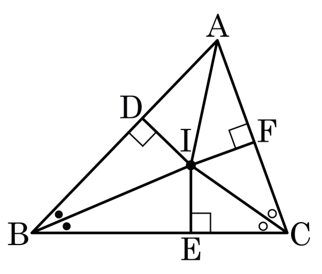


① 15°　② 18°　③ 20°　④ 22°　⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$
$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36° \cdots$ ㉠
또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로
$\angle ABC = 180° - 90° - 36° = 54°$ 이다.
$\angle BAH = 180° - \angle ABC - 90° = 180° - 54° - 90° = 36° \cdots$ ㉡
$\angle A = 90°$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로
㉠, ㉡에 의해서 $\angle HAM = 90° - 36° - 36° = 18°$
따라서 $x = 18°$ 이다.

7. 다음은 '삼각형 ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다' 를 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤ 중 잘못된 것은?



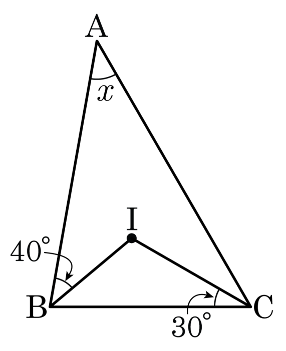
$\angle$B, $\angle$C의 이등분선의 교점을 I라 하면
i) $\overline{BI}$는 $\angle$B의 이등분선이므로
$\triangle BDI \equiv \triangle BEI$ $\therefore$ $\overline{ID} =$ (㉠)
ii) $\overline{CI}$는 $\angle$C의 이등분선이므로 $\triangle CEI \equiv \triangle CFI$ $\therefore$ $\overline{IE} =$ (㉡)
iii) $\overline{ID} =$(㉠) $=$ (㉡)
iv) $\overline{ID} = \overline{IF}$이므로 $\triangle ADI \equiv$ (㉢)
$\therefore \angle DAI =$ (㉣)
따라서 $\overline{AI}$는 $\angle$A의 (㉤)이다.
따라서 $\triangle ABC$의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① ㉠ : $\overline{IE}$
② ㉡ : $\overline{IF}$
③ ㉢ : $\triangle BDI$
④ ㉣ : $\angle FAI$
⑤ ㉤ : 이등분선

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$(RHA 합동)이므로 $\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고,
$\triangle ICE \equiv \triangle ICF$(RHA 합동)이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
그러므로, $\overline{IE} = \overline{IF}$이므로 $\triangle ADI$와 $\triangle AFI$에서
$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)

8. $\triangle$ABC 에서 점 I 가 내심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

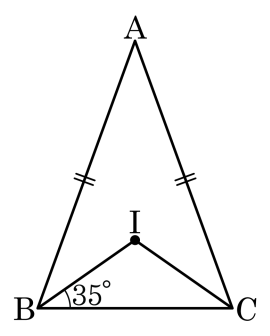


① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $40°$ ⑤ $50°$

해설

$\angle x = 180° - (40° + 30°) \times 2 = 40°$

9. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이고, $\angle IBC = 35°$일 때, $\angle BIC$의 크기는?

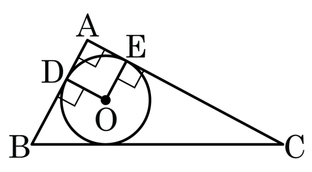


① $108°$　② $109°$　③ $110°$　④ $111°$　⑤ $112°$

해설

점 I가 삼각형 세 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 35°$이고, $\angle ABC = 70°$이다.
$\triangle ABC$가 이등변 삼각형이므로 $\angle ABC = \angle ACB = 70°$이다.
$\angle A = 180° - 70° - 70° = 40°$이다.
점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이므로
$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 40° = 110°$

10. $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 내심이고 $\overline{AE}$ 의 길이가 3이다. $\triangle ABC = 48$ 일 때, 세 변의 길이의 합은?

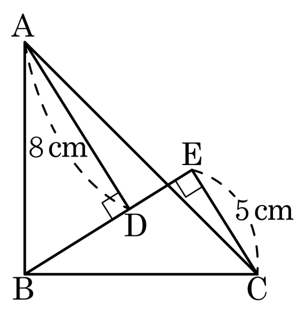


① 16 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36

해설

세 변의 길이를 각각 a, b, c 라 하면
$\overline{AE}$ 는 내접원의 반지름의 길이와 같으므로 $\triangle ABC = \frac{1}{2}r(a+b+c)$ 에서
$a+b+c = 48 \times \frac{2}{3} = 32$

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각이등변삼각형이다. $\angle ADB = \angle BEC = 90°$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



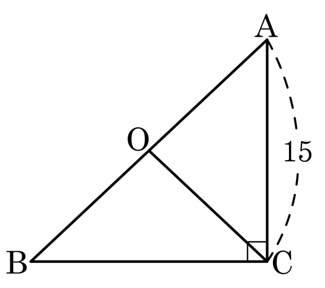
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle BCE$ 에서
$\angle ADB = \angle BEC = 90°$
$\overline{AB} = \overline{BC}$
$\angle ABD = \angle BCE$
$\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ (RHA합동)
$\overline{BD} = \overline{CE} = 5\text{cm}$
$\overline{BE} = \overline{AD} = 8\text{cm}$
$\therefore \overline{DE} = \overline{BE} - \overline{BD} = 8 - 5 = 3(\text{cm})$

12. 다음 그림에서 점 O는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형의 외심이다. $\triangle AOC$의 넓이가 60일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



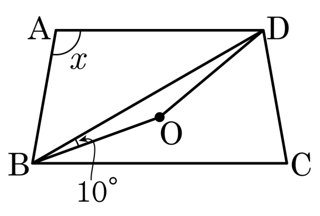
▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

변 $\overline{OC}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하므로
$\triangle ABC$의 넓이는 $60 \times 2 = 120$이다.
높이가 15이고, 삼각형의 넓이가 120이므로
$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 15 = 120$
$\therefore x = 16$

13. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABD 와 $\triangle$BDC 의 외심이다. $\angle$OBD $= 10\,°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}\,°$

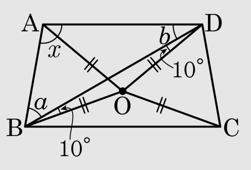
▷ 정답 : $100\,\underline{°}$

해설

점 O 는 $\triangle$BDC 의 외심이므로 $\overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OD}}$

$\triangle$ODB 는 이등변삼각형이므로 $\angle$OBD $= 10\,°$

$\therefore$ $\angle$DOB $= 180\,° - 20\,° = 160\,°$



점 O 는 $\triangle$ABD 의 외심이므로 $\overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OD}}$ 이고 $\angle$ABD $=$ a, $\angle$ADB $= b$ 라 하면

$\triangle$ABO 는 이등변삼각형이므로 $\angle$OAB $= a + 10\,°$

$\triangle$ADO 도 이등변삼각형이므로 $\angle$OAD $= b + 10\,°$

따라서 사각형 OBAD 의 합은 $360\,°$ 이므로

$\angle$OBA $+$ $\angle$BAD $+$ $\angle$ADO $+$ $\angle$DOB

$= (a + 10\,°) + (a + 10\,° + b + 10\,°) + (b + 10\,°) + 160\,°$

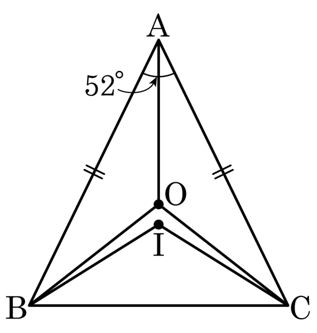
$= 2a + 2b + 200\,°$

$= 360\,°$

$\therefore$ $a + b = 80\,°$

$\therefore$ $\angle$A $= a + b + 20\,° = 80\,° + 20\,° = 100\,°$

14. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 O 는 외심이고, 점 I 는 내심이다. $\angle A = 52°$ 일 때, $\angle OCI$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답: 6°

해설

외심의 성질에 의해

$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 52° = 104°$ 이고,

내심의 성질에 의해

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 52° = 116°$

또한, $\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180° - \angle A) = \frac{1}{2}(180° - 52°) = 64°$

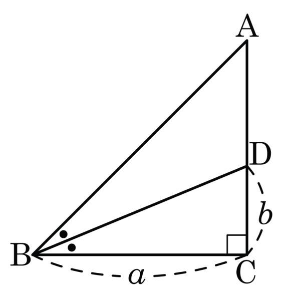
또 점 O, I 는 꼭지각의 이등분선 위의 점이므로 $\triangle OBC$, $\triangle IBC$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle OCB = \frac{1}{2} \times (180° - 104°) = 38° \cdots$ ㉠

$\angle ICB = \frac{1}{2} \times (180° - 116°) = 32° \cdots$ ㉡

따라서 $\angle OCI = \angle OCB - \angle ICB = 38° - 32° = 6°$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이다. $\overline{BC} = a, \overline{CD} = b$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

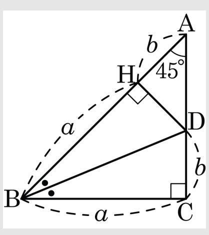


▶ 답 :

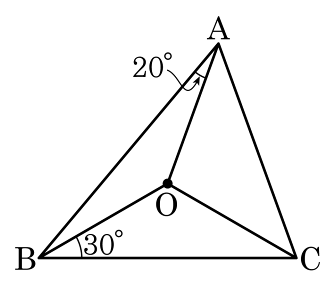
▷ 정답 : $a + b$

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면
$\triangle BCD \equiv \triangle BHD$ (RHA 합동)
$\overline{DH} = \overline{DC} = b$
$\overline{BH} = \overline{BC} = a$
$\triangle HDA$ 는 직각이등변삼각형이므로
$\overline{AH} = \overline{DH} = b$
$\therefore \overline{AB} = a + b$



16. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 O는 외심이다. $\angle BAO = 20°$, $\angle OBC = 30°$일 때, $\angle AOC$의 크기를 구하면?



① $60°$ ② $80°$ ③ $100°$ ④ $120°$ ⑤ $140°$

해설

외심의 성질에 의하여 $\angle BAO = \angle ABO = 20°$

$\angle AOC = 2 \times \angle ABC$

$\therefore \angle AOC = 50° \times 2 = 100°$