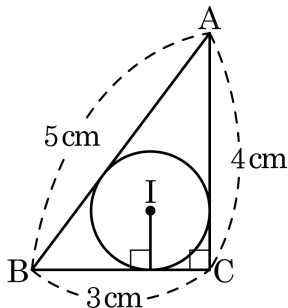


1. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\text{cm}$ 이고, $\angle C = 90^\circ$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는?



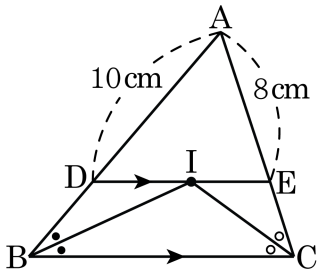
- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (3 + 4 + 5) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ 이다. 따라서 $r = 1\text{cm}$ 이다.

2. $\angle ECI = \angle BCI$, $\angle DBI = \angle CBI$, $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이고, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이가 27cm, $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{AE} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD} + \overline{CE} = (\quad)\text{cm}$ 이다. $(\quad)$ 안에 알맞은 수를 써 넣어라.



▶ 답 :

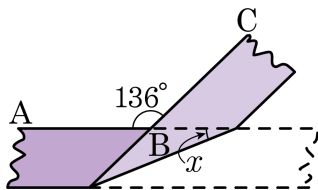
▷ 정답 : 9

해설

점 I가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레가 27cm 이므로

$\overline{DB} + \overline{CE} = \overline{DE} = 27 - (10 + 8) = 9(\text{cm})$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ABC = 136^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 20°

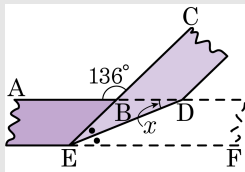
② 22°

③ 24°

④ 26°

⑤ 28°

해설



$$\angle ABE = 180^\circ - 136^\circ = 44^\circ$$

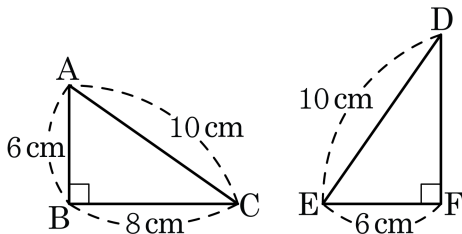
$$\angle ABE = \angle BEF = 44^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\angle BED = \angle DEF = \frac{1}{2} \times 44^\circ = 22^\circ \text{ (종이 접은 각)}$$

$$\angle BDE = \angle DEF = 22^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\therefore \angle x = 22^\circ$$

4. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



① 6 cm

② 7 cm

③ 8 cm

④ 9 cm

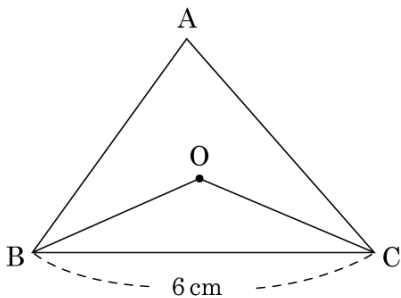
⑤ 10 cm

해설

$\triangle CAB, \triangle DEF$ 는 RHS 합동

$\therefore \overline{DF} = \overline{CB} = 8\text{ cm}$

5. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\overline{BC} = 6\text{ cm}$, $\triangle OBC$ 의 둘레의 길이가 14 cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 16π

해설

$\triangle OBC$ 의 둘레의 길이가 14 cm 이고

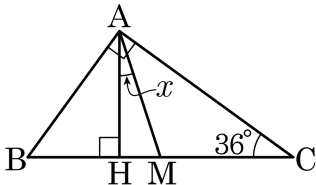
$\triangle OBC$ 는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{OB} = \overline{OC} = 4\text{ cm}$$

따라서 외접원의 반지름의 길이는 4 cm 이므로

넓이는 $\pi r^2 = \pi \times 4^2 = 16\pi$ 이다.

6. 다음 그림에서 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이고 $\angle C = 36^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 15°

② 18°

③ 20°

④ 22°

⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$
 $\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.

따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36^\circ \dots \textcircled{㉠}$

또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

$\angle ABC = 180^\circ - 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$ 이다.

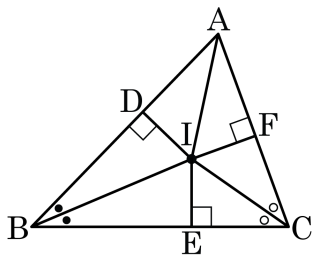
$\angle BAH = 180^\circ - \angle ABC - 90^\circ = 180^\circ - 54^\circ - 90^\circ = 36^\circ \dots \textcircled{㉡}$

$\angle A = 90^\circ$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에 의해서 $\angle HAM = 90^\circ - 36^\circ - 36^\circ = 18^\circ$

따라서 $x = 18^\circ$ 이다.

7. 다음은 '삼각형 ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다'를 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤ 중 잘못된 것은?



$\angle B, \angle C$ 의 이등분선의 교점을 I라 하면

i) $\overline{BI}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로

$\triangle BDI \equiv \triangle BEI \therefore \overline{ID} = (\text{㉠})$

ii) $\overline{CI}$ 는 $\angle C$ 의 이등분선이므로 $\triangle CEI \equiv \triangle CFI \therefore \overline{IE} = (\text{㉡})$

iii) $\overline{ID} = (\text{㉠}) = (\text{㉡})$

iv) $\overline{ID} = \overline{IF}$ 이므로 $\triangle ADI \equiv (\text{㉢})$

$\therefore \angle DAI = (\text{㉣})$

따라서 $\overline{AI}$ 는 $\angle A$ 의 (㉤)이다.

따라서 $\triangle ABC$ 의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① ㉠ : $\overline{IE}$

② ㉡ : $\overline{IF}$

③ ㉢ : $\triangle BDI$

④ ㉣ : $\angle FAI$

⑤ ㉤ : 이등분선

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$ (RHA 합동)이므로 $\overline{ID}$ 와 대응변인 $\overline{IE}$ 의 길이가 같고,

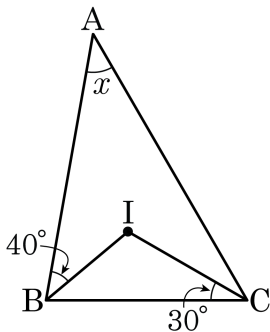
$\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동)이므로 $\overline{IE}$ 와 대응변인 $\overline{IF}$ 의 길이가 같다.

그러므로, $\overline{IE} = \overline{IF}$ 이므로 $\triangle ADI$ 와 $\triangle AFI$ 에서

$\angle ADI = \angle AFI = 90^\circ$, $\overline{AI}$ 는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$

이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$ (RHS 합동)

8. $\triangle ABC$ 에서 점 I가 내심일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 20°

② 25°

③ 30°

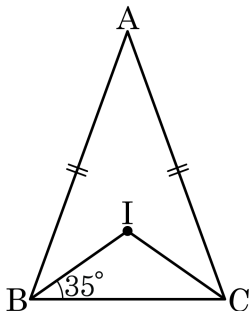
④ 40°

⑤ 50°

해설

$$\angle x = 180^\circ - (40^\circ + 30^\circ) \times 2 = 40^\circ$$

9. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 점 I는 내심이고, $\angle IBC = 35^\circ$ 일 때, $\angle BIC$ 의 크기는?



① 108°

② 109°

③ 110°

④ 111°

⑤ 112°

해설

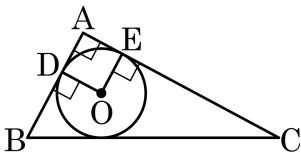
점 I가 삼각형 세 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 35^\circ$ 이고, $\angle ABC = 70^\circ$ 이다.

$\triangle ABC$ 가 이등변 삼각형이므로 $\angle ABC = \angle ACB = 70^\circ$ 이다.
 $\angle A = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ$ 이다.

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 이므로

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 40^\circ = 110^\circ$$

10. $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 내심이고 $\overline{AE}$ 의 길이가 3이다. $\triangle ABC = 48$ 일 때, 세 변의 길이의 합은?



① 16

② 24

③ 28

④ 32

⑤ 36

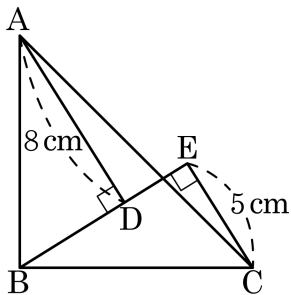
해설

세 변의 길이를 각각 a, b, c 라 하면

$\overline{AE}$ 는 내접원의 반지름의 길이와 같으므로 $\triangle ABC = \frac{1}{2}r(a+b+c)$ 에서

$$a+b+c = 48 \times \frac{2}{3} = 32$$

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형이다.
 $\angle ADB = \angle BEC = 90^\circ$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle BCE$ 에서

$$\angle ADB = \angle BEC = 90^\circ$$

$$\overline{AB} = \overline{BC}$$

$$\angle ABD = \angle BCE$$

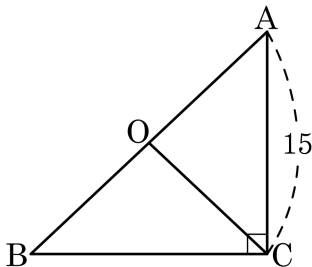
$$\triangle ABD \equiv \triangle BCE \text{ (RHA합동)}$$

$$\overline{BD} = \overline{CE} = 5\text{cm}$$

$$\overline{BE} = \overline{AD} = 8\text{cm}$$

$$\therefore \overline{DE} = \overline{BE} - \overline{BD} = 8 - 5 = 3(\text{cm})$$

12. 다음 그림에서 점 O 는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형의 외심이다. $\triangle AOC$ 의 넓이가 60일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

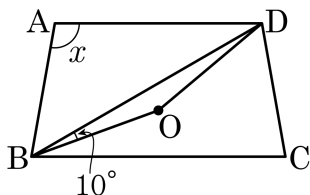
변 $\overline{OC}$ 는 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하므로
 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $60 \times 2 = 120$ 이다.

높이가 15이고, 삼각형의 넓이가 120이므로

$$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 15 = 120$$

$$\therefore x = 16$$

13. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABD$ 와 $\triangle BDC$ 의 외심이다. $\angle OBD = 10^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

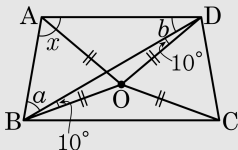
▷ 정답 : 100°

해설

점 O는 $\triangle BDC$ 의 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OD}$

$\triangle ODB$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OBD = 10^\circ$

$$\therefore \angle DOB = 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$$



점 O는 $\triangle ABD$ 의 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OD}$ 이고 $\angle ABD = a$, $\angle ADB = b$ 라 하면

$\triangle ABO$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OAB = a + 10^\circ$

$\triangle ADO$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OAD = b + 10^\circ$

따라서 사각형 OBAD의 합은 360° 이므로

$$\angle OBA + \angle BAD + \angle ADO + \angle DOB$$

$$= (a + 10^\circ) + (a + 10^\circ + b + 10^\circ) + (b + 10^\circ) + 160^\circ$$

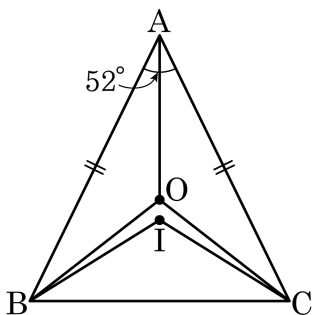
$$= 2a + 2b + 200^\circ$$

$$= 360^\circ$$

$$\therefore a + b = 80^\circ$$

$$\therefore \angle A = a + b + 20^\circ = 80^\circ + 20^\circ = 100^\circ$$

14. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 O 는 외심이고, 점 I 는 내심이다. $\angle A = 52^\circ$ 일 때, $\angle OCI$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°

▷ 정답 : 6°

해설

외심의 성질에 의해

$$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 52^\circ = 104^\circ \text{ 이고,}$$

내심의 성질에 의해

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 52^\circ = 116^\circ$$

$$\text{또한, } \angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle A) = \frac{1}{2}(180^\circ - 52^\circ) = 64^\circ$$

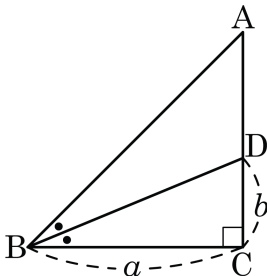
또 점 O, I 는 꼭지각의 이등분선 위의 점이므로 $\triangle OBC$, $\triangle IBC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\angle OCB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 104^\circ) = 38^\circ \dots \textcircled{7}$$

$$\angle ICB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 116^\circ) = 32^\circ \dots \textcircled{8}$$

따라서 $\angle OCI = \angle OCB - \angle ICB = 38^\circ - 32^\circ = 6^\circ$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이다. $\overline{BC} = a, \overline{CD} = b$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b$

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$\triangle BCD \cong \triangle BHD$ (RHA 합동)

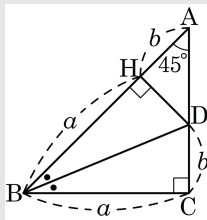
$\overline{DH} = \overline{DC} = b$

$\overline{BH} = \overline{BC} = a$

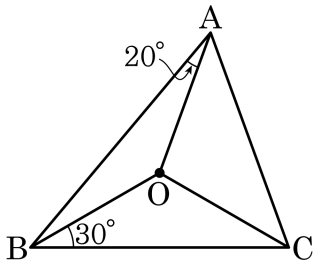
$\triangle HDA$ 는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{AH} = \overline{DH} = b$

$\therefore \overline{AB} = a + b$



16. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O는 외심이다. $\angle BAO = 20^\circ$, $\angle OBC = 30^\circ$ 일 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하면?



① 60°

② 80°

③ 100°

④ 120°

⑤ 140°

해설

외심의 성질에 의하여 $\angle BAO = \angle ABO = 20^\circ$

$\angle AOC = 2 \times \angle ABC$

$\therefore \angle AOC = 50^\circ \times 2 = 100^\circ$