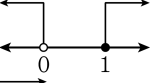
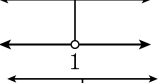
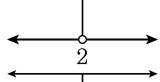


1. 연립부등식 $\begin{cases} 8-3x \leq 2 \\ 3x-3 \leq 3 \end{cases}$ 의 해를 옳게 구하고 수직선상의 그림을

바르게 그린 것은?

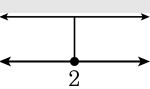
- ① 해가 없다. 
- ② 1, 
- ③ 1, 
- ④ 2, 
- ⑤ 2, 

해설

$$\begin{cases} 8-3x \leq 2 \\ 3x-3 \leq 3 \end{cases} \quad \text{을 정리하면,}$$

$$\begin{cases} -3x \leq -6 \\ 3x \leq 6 \end{cases} \quad \text{이고}$$

$$\text{간단히 하면 } \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 2 \end{cases} \quad \text{이다.}$$

수직선 위에 그리면  이 되고 해는 2 이다.

2. x 에 관한 연립부등식 $-1 \leq -\frac{1}{2}x - a \leq 3$ 의 해가 $-2 \leq x \leq 6$ 일 때, a 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ -3 ⑤ -2

해설

$$(i) -1 \leq -\frac{1}{2}x - a, x \leq -2a + 2$$

$$(ii) -\frac{1}{2}x - a \leq 3, x \geq -2a - 6$$

$-2a - 6 \leq x \leq -2a + 2$ 와 $-2 \leq x \leq 6$ 이 같으므로

$$-2a - 6 = -2, a = -2$$

$$-2a + 2 = 6, a = -2$$

$$\therefore a = -2$$

3. 1 개에 1600 원하는 열쇠 고리와 1 개에 2,000 원 하는 핸드폰 줄을 합쳐서 20 개를 사려고 한다. 전체 가격이 34000 원 보다 크고 35000 원 보다 작게 하려고 할 때, 열쇠 고리는 최대 몇 개를 사야 하는지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 14 개

해설

열쇠 고리의 수를 x 개라고 하면 핸드폰 줄의 수는 $(20 - x)$ 개이다. 따라서 열쇠 고리를 x 개 사고 핸드폰 줄을 $(20 - x)$ 개 샀을 때의 전체 가격은 $1600x + 2000(20 - x)$ 이다. 전체 가격이 34,000 원 보다 크고 35,000 원 보다 작으므로 $34000 < 1600x + 2000(20 - x) < 35000$ 이다. 이를 연립 부등식으로 나타내면,

$$\begin{cases} 1600x + 2000(20 - x) > 34000 \\ 1600x + 2000(20 - x) < 35000 \end{cases} \quad \text{이므로 간단히 하면,}$$

$$\begin{cases} x < 15 \\ x > \frac{50}{4} \end{cases} \quad \text{이다. 따라서 } \frac{25}{2} < x < 15 \text{ 이고, } \frac{25}{2} = 12.5 \text{ 이므로,}$$

열쇠 고리는 13 개 또는 14 개를 사야 한다.

따라서 최대 14 개를 사야 한다.

4. 8% 설탕물 100 g 이 있다. 이 설탕물에서 물을 증발시켜 농도를 15% 이상 20% 이하로 만들려고 한다. 이 때 증발시켜야 하는 물의 양이 아닌 것은?

① 45 g ② 48 g ③ 50 g ④ 55 g ⑤ 60 g

해설

8% 의 소금물 100 g 의 소금의 양은

$$\frac{8}{100} \times 100 = 8(\text{g}) \text{ 이다.}$$

따라서 물 x g 을 증발시켰을 때의 농도를 나타내면 $\frac{8}{100-x} \times 100$ 이다.

이 값이 15% 이상 20% 이하 이므로,

$$15 \leq \frac{8}{100-x} \times 100 \leq 20 \text{ 이고,}$$

이를 연립방정식으로 나타내면

$$\begin{cases} 15 \leq \frac{8}{100-x} \times 100 \\ \frac{8}{100-x} \times 100 \leq 20 \end{cases}$$

이다. 간단히 나타내면

$$\begin{cases} x \geq \frac{140}{3} \\ x \leq 60 \end{cases}$$

이다. 따라서 x 의 범위는 $\frac{140}{3} \leq x \leq 60$ 이다.

5. 부등식 $|x - k| \leq 3$ 을 만족하는 x 의 값 중에서 최댓값과 최솟값의 곱이 9일 때, 양수 k 의 값은?

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $3\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$|x - k| \leq 3$ 에서 $-3 \leq x - k \leq 3$,
 $-3 + k \leq x \leq 3 + k$
따라서 x 의 최댓값은 $3 + k$,
최솟값은 $-3 + k$ 이므로
 $(-3 + k)(3 + k) = 9$
 $k^2 - 9 = 9$
 $k^2 = 18 \quad \therefore k = \pm 3\sqrt{2}$
 k 는 양수이므로 $3\sqrt{2}$

6. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{a}{4} \geq \frac{x}{4} - \frac{1}{8} \\ 3x - 1 \geq 5x - 7 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 가 3개일 때, 상수

a 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{1}{2} < a \leq \frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2} \leq a < \frac{1}{2}$ ③ $0 \leq a < 1$
 ④ $\frac{1}{2} < a \leq \frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2} \leq a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{x}{2} - \frac{a}{4} \geq \frac{x}{4} - \frac{1}{8} \text{ 에서 } x \geq a - \frac{1}{2}$$

$$3x - 1 \geq 5x - 7 \text{ 에서 } x \leq 3$$

$$\therefore a - \frac{1}{2} \leq x \leq 3$$

연립부등식을 만족하는 정수 x 가 3개이려면

$$0 < a - \frac{1}{2} \leq 1$$

$$\therefore \frac{1}{2} < a \leq \frac{3}{2}$$

7. $3x-8 < -(2x+1)$, $\frac{x+3}{4} \leq \frac{x-1}{2}$, $0.6(1-2x) \leq 0.3x+1.2$ 을 만족하는 x 의 개수는?

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$$3x - 8 < -(2x + 1)$$

$$\therefore x < 1.4$$

$$\frac{x+3}{4} \leq \frac{x-1}{2}$$

$$\therefore 5 \leq x$$

$$0.6(1-2x) \leq 0.3x+1.2, \text{ } x \text{는 정수}$$

$$\therefore -0.4 \leq x$$

따라서 모두 만족하는 x 는 없으므로 0개이다.

8. 연립부등식 $x + 2 < 4$ 와 $5x - 8 < 17$ 의 해를 구하면?

- ① $x < 2$ ② $x > 5$ ③ $2 < x \leq 5$
④ $2 \leq x < 5$ ⑤ 해가 없다.

해설

$x + 2 < 4, x < 2$
 $5x - 8 < 17, x < 5$
따라서 $x < 2$

9. $\frac{x+3}{2}$ 의 절대값이 1보다 크고 4보다 작을 때, 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

(1) $1 < \frac{x+3}{2} < 4$ 일 때,
 $2 < x+3 < 8$,
 $-1 < x < 5$
 $\therefore x = 0, 1, 2, 3, 4$
(2) $-4 < \frac{x+3}{2} < -1$ 일 때,
 $-8 < x+3 < -2$,
 $-11 < x < -5$
 $\therefore x = -10, -9, -8, -7, -6$
따라서 만족하는 정수 x 의 개수는 10개이다.

10. 연립부등식 $5x - 3 > a$, $4x + 3 \leq -x - 2a$ 의 해가 존재하도록 상수 a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < -2$

해설

주어진 부등식을

$$\begin{cases} 5x - 3 > a & \cdots \textcircled{A} \\ 4x + 3 \leq -x - 2a & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$$\textcircled{A} \text{에서 } x > \frac{a+3}{5}$$

$$\textcircled{B} \text{에서 } x \leq \frac{-2a-3}{5}$$

$$\text{해가 존재해야 하므로 } \frac{a+3}{5} < \frac{-2a-3}{5}$$

$$\therefore a < -2$$

11. 다음 두 이차방정식

$$\begin{cases} x^2 + 4mx - (2m - 1) = 0 \\ x^2 + mx + (m + 1) = 0 \end{cases}$$

이 단 하나의 공통근을 가질 때, m 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

공통근을 α 라 하면

$$\alpha^2 + 4m\alpha - (2m - 1) = 0 \cdots \textcircled{A}$$

$$\alpha^2 + m\alpha + (m + 1) = 0 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A} - \textcircled{B}$ 하면

$$3m\alpha - 3m = 0$$

$$3m(\alpha - 1) = 0 \quad \therefore m = 0, \alpha = 1$$

$m = 0$ 일 때 두 방정식이 일치하므로

단 하나의 공통근이라는 조건에 부적합

$\alpha = 1$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입

$$1 + m + m + 1 = 0 \quad \therefore m = -1$$

12. 방정식 $2x^2 - 4xy + 5y^2 - 8x - 4y + 20 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 의 값은?

- ① $x = 2, y = 4$ ② $x = 4, y = 2$ ③ $x = -1, y = 2$
④ $x = 2, y = -1$ ⑤ $x = -2, y = 1$

해설

판별식을 이용하기 위해 준식을 x 에 관하여 정리하면,
 $2x^2 - 4(y+2)x + 5y^2 - 4y + 20 = 0 \cdots \textcircled{1}$

①이 실근을 가지므로 $\frac{D}{4} \geq 0$ 에서

$$4(y+2)^2 - 10y^2 + 8y - 40 \geq 0$$

$$6y^2 - 24y + 24 \leq 0$$

$$6(y^2 - 4y + 4) \leq 0$$

$$6(y-2)^2 \leq 0 \quad \therefore y = 2 \quad (\because y \text{ 는 실수})$$

$y = 2$ 를 ①에 대입하면,

$$2x^2 - 16x + 32 = 0, \quad 2(x-4)^2 = 0$$

$$\therefore x = 4$$

13. 방정식 $xy + 4x - 2y - 11 = 0$ 을 만족하는 정수 x, y 에 대하여 xy 의 값이 아닌 것은?

① -15 ② -7 ③ -3 ④ 5 ⑤ 15

해설

$xy + 4x - 2y - 11 = 0$ 에서 $(x - 2)(y + 4) = 3$

x, y 가 정수이므로

$(x - 2, y + 4) = (1, 3), (-1, -3), (3, 1), (-3, -1)$

$\therefore (x, y) = (3, -1), (1, -7), (5, -3), (-1, -5)$

$\therefore xy = -3, -7, -15, 5$

14. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x+y$

값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ 에서

$(x-y)(x-2y) = 0 \quad \therefore x = y$ 또는 $x = 2y$

i) $x = y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$$

$$x = \pm 2, y = \pm 2$$

ii) $x = 2y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$$

$$y = \pm \sqrt{2}, x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x+y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$$

15. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=k \\ x^2+2y^2=4 \end{cases}$ 의 해가 오직 한 쌍이기 위한 실수 k 의 값은 k_1, k_2 의 두 개다. 이 때, k_1k_2 의 값은?

① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

해설

$$\begin{cases} x+y=k & \cdots \textcircled{A} \\ x^2+2y^2=4 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①에서 $y = -x + k$ 를 ②에 대입하면

$$x^2 + 2(-x + k)^2 = 4$$

$$3x^2 - 4kx + 2k^2 - 4 = 0 \quad \cdots \textcircled{C}$$

이차방정식 ③이 중근을 가져야 하므로 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (2k)^2 - 3(2k^2 - 4) = 0$$

$$4k^2 - 6k^2 + 12 = 0, \quad k^2 = 6$$

$$\therefore k = \pm\sqrt{6}$$

$$\therefore k_1k_2 = \sqrt{6} \times (-\sqrt{6}) = -6$$