1. 다항식 $2xy^2+x^2y-3x+x^3-1$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① x 에 대한 삼차식이다.

② y 에 대한 이차식이다.

③ x^2 의 계수는 y 이다.

④ x 의 계수는 $2y^2-3$ 이다.

⑤ y 에 대한 상수항은 -1 이다.

해설

⑤ y 에 대한 상수항 : x^3-3x-1

2. 다음 x, y의 다항식 P, Q에 대해 $\mathrm{P}+\mathrm{Q}$를 계산하면, 항의 개수는 (㉠)개이고, 계수의 총합은 (㉡)이다. ㉠, ㉡에 알맞은 수를 차례로 써라.

$$\mathrm{P} = 5x^2y + 2y^2 + 2x^3$$
$$\mathrm{Q} = x^3 - 3y^2 + 2xy^2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ 4

▷ 정답 : ㉡ 9

해설

동류항끼리 정리하면

$\mathrm{P}+\mathrm{Q} = 3x^3 + 5x^2y + 2xy^2 - y^2$

항의 개수는 4개이고 계수의 총합은 9이다.

3. x 에 대한 다항식 $3x^3y+5y-xz+9xy-4$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

> ㉠ 내림차순으로 정리하면
> $3yx^3+(9y-z)x+5y-4$ 이다.
> ㉡ 오름차순으로 정리하면
> $5y-4+(9y-z)x+3yx^3$ 이다.
> ㉢ 주어진 다항식은 x 에 대한 3 차식이다.
> ㉣ x^3 의 계수는 3이다.
> ㉤ 상수항은 -4 이다.

① ㉠, ㉢　　② ㉠, ㉡, ㉢
③ ㉠, ㉡　　④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤
⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉣ x^3 의 계수는 $3y$ 이다.
㉤ 상수항은 $5y-4$ 이다.

4. 두 다항식 A, B에 대하여 연산 $A \ominus B$와 $A \otimes B$을 다음과 같이 정의하기로 한다.

$A \ominus B = A - 3B,\ A \otimes B = (A + B)B$

$P = 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3,\ Q = x^3 + x^2y + xy^2$이라 할 때,

$(P \ominus Q) \otimes Q$를 x, y에 관한 다항식으로 나타내면?

① $x^4y^2 + xy^5$　② $x^4y^2 - xy^5$　③ $x^3y^2 - xy^4$

④ $x^3y^2 + xy^4$　⑤ $2x^3y^2 - xy^4$

해설

정의에 따라 $(P \ominus Q) \otimes Q$를 변형하면

$$\begin{aligned}(P \ominus Q) \otimes Q &= (P - 3Q) \otimes Q \\ &= (P - 3Q + Q)Q \\ &= (P - 2Q)Q \quad \cdots ①\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&P - 2Q \\ &= 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3 - 2(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= xy^2 - y^3\end{aligned}$$

이므로 ①식은

$$\begin{aligned}(P \ominus Q) \otimes Q &= (xy^2 - y^3)(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 - x^3y^3 \\ &\quad - x^2y^4 - xy^5 \\ &= x^4y^2 - xy^5\end{aligned}$$

5. $(4x^4-5x^3+3x^2-4x+1)\div(x^2-x+1)$ 을 계산 하였을 때, 몫과 나머지의 합을 구하면?

① $4x^2-6x+1$ ② $4x^2-7x+3$ ③ $4x^2-4x+5$
④ $4x^2-8x+2$ ⑤ $4x^2-6x+7$

해설

직접 나누어서 구한다.
몫 : $4x^2-x-2$, 나머지 : $-5x+3$
$\therefore$ 몫과 나머지의 합은 $4x^2-6x+1$

6. 다항식 x^3-3x-3을 다항식 x^2-2x-1로 나누었을 때의 몫이 $ax+b$이고, 나머지가 $cx+d$이었다. 이 때, $a+b+c+d$의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$x^3-3x-3=(x^2-2x-1)(ax+b)+cx+d$
에서 계수를 비교하면
$a=1,\ -b+d=-3,\ -a-2b+c=-3,\ b-2a=0$
에서 $a=1,\ b=2,\ d=-1,\ c=2$
$\therefore\ a+b+c+d=1+2+(-1)+2=4$

7. x 에 대한 다항식 $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x + 1$ 이고, 나머지가 $-6x + 2$ 이다. 이 때, 다항식 B 를 구하면?

① $x^2 + 2x + 2$ ② $x^2 + x + 2$ ③ $x^2 - x + 2$
④ $x^2 - 2x + 2$ ⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

$A = B(2x + 1) - 6x + 2$ 에서
$B(2x + 1) = 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2$
$\therefore B = (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x + 1)$
$= x^2 + 2x + 2$

8. 다항식 $f(x)$를 $2x^2+3x+2$로 나누었더니 몫이 $3x-4$이고, 나머지가 $2x+5$이었다. 이 때, $f(1)$의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$f(x)=(2x^2+3x+2)(3x-4)+(2x+5)$
$=6x^3+9x^2+6x-8x^2-12x-8+2x+5$
$=6x^3+x^2-4x-3$
$\therefore\ f(1)=6+1-4-3=0$

해설

$f(x)=(2x^2+3x+2)(3x-4)+(2x+5)$
$f(1)=(2+3+2)(3-4)+(2+5)=-7+7=0$

9. 두 다항식 $A,\ B$ 에 대하여 $A+B=-x^3-2x^2+4x+5$, $2A-B=4x^3-x^2-x+1$ 일 때, 두 다항식 A, B 를 구하면?

① $A=x^3+x^2+x+2,\ B=-2x^3-3x^2+3x+3$

② $A=x^3-x^2+x+2,\ B=-2x^3-x^2+3x+3$

③ $A=x^3-x^2+x-2,\ B=-2x^3-x^2+3x+7$

④ $A=x^3-x^2-x+2,\ B=-2x^3-x^2+5x+3$

⑤ $A=3x^3-3x^2+3x+6,\ B=-4x^3+x^2+x-1$

해설

$A+B=-x^3-2x^2+4x+5\cdots$ ㉠

$2A-B=4x^3-x^2-x+1\cdots$ ㉡

(㉠ + ㉡) $\div 3$: $A=x^3-x^2+x+2$

(2㉠ − ㉡) $\div 3$: $B=-2x^3-x^2+3x+3$

10. 두 다항식 A, B에 대하여 연산 $\triangle$, $\blacktriangledown$를 $A \triangle B = 2A + B$, $A \blacktriangledown B = A - 3B$로 정의한다.
$A = 2 + 3x^2 - x^3$, $B = x^2 + 3x + 1$일 때 $A \blacktriangledown (B \triangle A)$를 구하면?

① $2x^3 - 18x - 10$　② $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$
③ $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$　④ $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$
⑤ $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$\begin{aligned} A \blacktriangledown (B \triangle A) &= A \blacktriangledown (2B + A) \\ &= A - 3(2B + A) = -2A - 6B \end{aligned}$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후 A, B에 대입하여 정리한다.

11. 세 다항식 $A = x^2 + 3x - 2,\ B = 3x^2 - 2x + 1, C = 4x^2 + 2x - 3$ 에 대하여
$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$를 간단히 하면?

① $3x^2 + 12x - 13$
② $-3x^2 + 24x + 21$
③ $3x^2 - 12x + 21$
④ $-3x^2 - 24x + 21$
⑤ $x^2 + 12x + 11$

해설

$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$
$= -2A + 5B - 4C$
$= -2(x^2 + 3x - 2) + 5(3x^2 - 2x + 1) - 4(4x^2 + 2x - 3)$
$= -3x^2 - 24x + 21$

12. 다항식 $x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$ 의 차수는?

① 2차 ② 3차 ③ 6차 ④ 7차 ⑤ 8차

해설

$x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$

$=x^2(x^2+1)(x^2+2x+3)$

$\therefore$ 6차 다항식

13. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$일 때, $2A + B$를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$2A + B = 2(a + 2b) + (2a + 3b)$
$= (2a + 4b) + (2a + 3b)$ ㉠ 분배법칙
$= 2a + (4b + 2a) + 3b$ ㉡ 결합법칙
$= 2a + (2a + 4b) + 3b$ ㉢ 교환법칙
$= (2a + 2a) + (4b + 3b)$ ㉣ 교환법칙
$= (2 + 2)a + (4 + 3)b$ ㉤ 분배법칙
$= 4a + 7b$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$: 결합법칙

14. 다음은 연산법칙을 이용하여 $(x+3)(x+2)$를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x+(x+3)\times 2\\ &= (x^2+3x)+(2x+6)\\ &= x^2+(3x+2x)+6\\ &= x^2+5x+6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

① 교환법칙, 결합법칙

② 교환법칙, 분배법칙

③ 분배법칙, 결합법칙

④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙

⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x+(x+3)\times 2 \text{ (분배)}\\ &= (x^2+3x)+(2x+6) \text{ (분배)}\\ &= x^2+(3x+2x)+6 \text{ (결합)}\\ &= x^2+5x+6\end{aligned}$$

15. 다음 $\boxed{}$ 안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3+4x^2+3x-2)\div(\boxed{}x^2+\boxed{}x+\boxed{})=x+2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$\boxed{}x^2+\boxed{}x+\boxed{}=A$ 라 하면

$(x^3+4x^2+3x-2)\div A=x+2$

$\therefore\ A=(x^3+4x^2+3x-2)\div(x+2)$

$\therefore\ A=x^2+2x-1$ 이므로

$\boxed{}$ 안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, -1 이다.

16. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 $a,\ b$ 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$

$A = (x + p)$

$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$

$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$

우변을 정리하면

$\therefore\ a = -2, b = 3$

$\therefore ab = -6$

17. $x^2+x-1=0$ 일 때, x^5-5x 의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -3

해설

x^5-5x 를 x^2+x-1 로 나누면
즉, $x^5-5x=(x^2+x-1)\times$ 몫-3
$x^2+x-1=0$
$\therefore\ x^5-5x=-3$

해설

다음과 같이 식의 차수를 낮춰 나갈 수 있다.
$x^2=-x+1$
$$\begin{aligned} x^5-5x &= (x^2)^2\times x-5x \\ &= x(-x+1)^2-5x \\ &= x^3-2x^2-4x \\ &= x(-x+1)-2(-x+1)-4x \\ &= -x^2-x-2 \\ &= -(x^2+x)-2 \\ &= -1-2=-3 \end{aligned}$$

18. $\dfrac{10^{85}}{10^{15}+10^{5}} = k \times 10^{n}$ (단, $0 < k < 10$, n은 자연수)로 나타낼 때, n의 값을 구하면?

① 72　② 71　③ 70　④ 69　⑤ 68

해설

$\dfrac{10^{85}}{10^{15}+10^{5}} = N$이라고 하면

$\dfrac{10^{85}}{10^{15}+10^{15}} < N < \dfrac{10^{85}}{10^{15}}$

$\dfrac{10 \times 10^{84}}{2 \times 10^{15}} < N < \dfrac{10 \times 10^{84}}{10^{15}}$

$5 \times 10^{69} < N < 10 \times 10^{69}$

따라서 $N = k \times 10^{69} (5 < k < 10)$

$\therefore\ n = 69$

19. A를 B로 나눈 몫을 Q, 나머지를 R라 하고, Q를 B'으로 나눈 몫은 Q', 나머지는 R'이라 한다. A를 BB'으로 나눈 나머지는? (단, 모든 문자는 자연수이다.)

① $R+R'B$　　② $R'+RB$　　③ RR'

④ R　　⑤ R'

해설

주어진 조건을 식으로 나타내면

$A = BQ + R$ ······㉠

$Q = B'Q' + R'$ ······㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$A = B(B'Q' + R') + R$

$= (BB')Q' + (R + R'B)$

$R + R'B$가 A를 BB'로 나눈 나머지가 되기 위해서는 $R + R'B < BB'$이어야 한다.

그런데 $R \le B-1$, $R' \le B'-1$이므로

$R + R'B \le (B-1) + (B'-1)B$

$\qquad = BB' - 1 < BB'$

따라서 A를 BB'으로 나눈 나머지는 $R + R'B$이다.