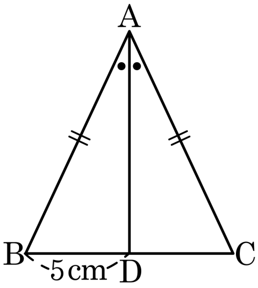
1. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAD = \angle CAD$ 이다. $\overline{CD}$ 의 길이와 $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▶ 답 : ______ °

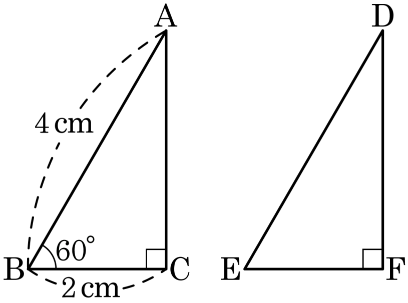
▷ 정답 : $\overline{CD} = 5$ cm

▷ 정답 : $\angle ADC = 90$ °

해설

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.
$\therefore\ \overline{CD} = \overline{BD} = 5(\text{cm}), \angle ADC = 90°$

2. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 가 합동일 때, $\overline{DE}$ 의 길이와 $\angle D$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▶ 답 : ______ °

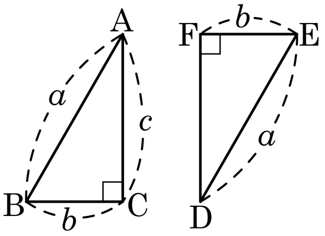
▷ 정답 : $\overline{DE} = 4$ cm

▷ 정답 : $\angle D = 30$ °

해설

대응하는 변의 길이와 대응하는 각의 크기는 각각 같다.
$\therefore\ \overline{DE} = \overline{AB} = 4(\text{cm}), \angle D = 30°$

3. 다음 그림과 같은 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 합동임을 증명하는 과정이다. (1) ~ (5) 안에 알맞은 것을 보기에서 찾아라.



증명)
$\triangle$ABC 와 $\triangle$DEF 에서
$\angle C = \boxed{(1)} = \boxed{(2)}$, $\overline{AB} = \boxed{(3)}$, $\overline{BC} = \boxed{(4)}$
$\therefore$ $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ ($\boxed{(5)}$ 합동)

보기

㉠ $\angle F$	㉡ $\overline{DE}$	㉢ $\overline{DF}$
㉣ $\overline{EF}$	㉤ SAS	㉥ RHS
㉦ RHA	㉧ 90°	㉨ 45°

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉧

▷ 정답 : ㉡

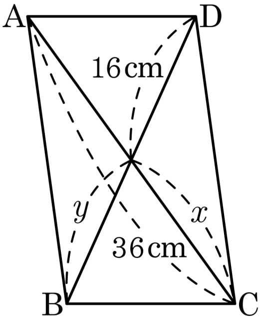
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉥

해설

증명)
$\triangle$ABC 와 $\triangle$DEF 에서
$\angle C = \angle F = 90^{\circ}$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$
$\therefore$ $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ (RHS 합동)

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 x, y 의 값을 차례로 구한 것은?



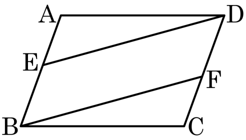
① 36cm, 16cm ② 18cm, 16cm ③ 16cm, 36cm

④ 36cm, 32cm ⑤ 16cm, 18cm

해설

$x = 36 \div 2 = 18(\text{cm})$

5. 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AB}$ 의 중점을 E , $\overline{CD}$ 의 중점을 F 라 하고 그림과 같이 $\overline{ED}$, $\overline{BF}$ 를 그었을 때, $\angle BED$ 와 크기가 같은 각을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle$ BFD

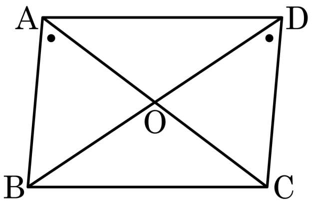
해설

$\triangle EAD$, $\triangle FCB$ 에서 $\overline{AE} = \overline{FC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\angle EAD = \angle BCF$ 이므로 SAS 합동이다.

그러므로 $\overline{EB} = \overline{DF}$, $\overline{ED} = \overline{BF}$ 이고, □EBFD는 평행사변형이다.

따라서 $\angle BED = \angle BFD$ 이다.

6. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAC = \angle BDC$ 일 때, 이 사각형은 어떤 사각형인가?



① 사다리꼴 ② 마름모 ③ 직사각형

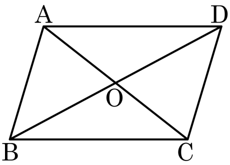
④ 정사각형 ⑤ 등변사다리꼴

해설

$\angle BAC = \angle DCA$ (엇각) 이고 $\overline{OC} = \overline{OD}$ 이므로 대각선의 길이가 같다.

따라서 직사각형이다.

7. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 가 마름모가 될 조건을 골라라.



㉠ $\overline{AB} = \overline{AD}$	㉡ $\overline{AO} = \overline{AD}$	㉢ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
㉣ $\overline{BO} = \overline{OC}$	㉤ $\angle A = 90°$	

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

평행사변형이 마름모가 되려면 이웃하는 두 변의 길이가 같고, 두 대각선이 서로 수직으로 만나야 한다.

8. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 모든 직사각형은 평행사변형이고, 모든 평행사변형은 사다리꼴이다.

② 모든 마름모는 평행사변형이고, 모든 평행사변형은 사다리꼴이다.

③ 모든 정사각형은 직사각형이고, 모든 직사각형은 평행사변형이다.

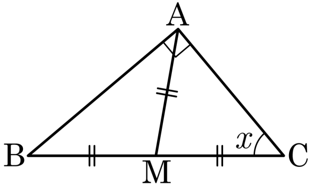
④ 모든 정사각형은 마름모이고, 모든 마름모는 평행사변형이다.

⑤ 모든 정사각형은 마름모이고, 모든 마름모는 직사각형이다.

해설

마름모의 일부는 직사각형이 아니고, 직사각형의 일부는 마름모가 아니다.

9. 다음 그림에서 점 M 은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 30°   ② 40°   ③ 50°   ④ 60°   ⑤ 70°

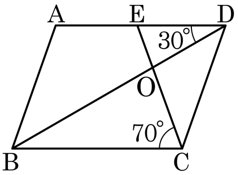
해설

$\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 이므로 $\angle AMB = 100°$, $\angle AMC = 80°$

$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형, $\angle MAC = \angle MCA$ 이다.

$\angle AMC = 80°$ 이므로 $\angle MAC = (180° - 80°) \div 2 = 50°$ 이다.

10. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle \mathrm{BCO} = 70°$, $\angle \mathrm{EDO} = 30°$ 일 때, $\angle \mathrm{DOC}$ 의 크기는?



① 80° ② 85° ③ 90° ④ 95° ⑤ 100°

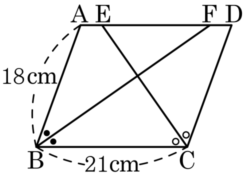
해설

$\angle \mathrm{BCO} = \angle \mathrm{DEO}$ (엇각)

$\triangle \mathrm{DEO}$ 에서 $\angle \mathrm{DOC}$ 는 한 외각이므로

$\angle \mathrm{DOC} = \angle \mathrm{DEO} + \angle \mathrm{EDO} = 70° + 30° = 100°$

11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BF}$, $\overline{CE}$ 는 각각 $\angle B$, $\angle C$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 18\text{cm}$, $\overline{BC} = 21\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?



① 15cm ② 18cm ③ 20cm

④ 21cm ⑤ 23cm

해설

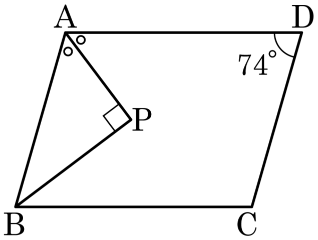
$\overline{AF} = \overline{AB} = 18\ (\text{cm})$

$\overline{CD} = \overline{DE} = 18\ (\text{cm})$

$\overline{AF} + \overline{ED} - \overline{EF} = 21\ (\text{cm})$ 이므로

$\overline{EF} = 18 + 18 - 21 = 15\ (\text{cm})$

12. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle PAB = \angle PAD, \angle APB = 90°, \angle D = 74°$ 일 때, $\angle PBC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 37°

해설

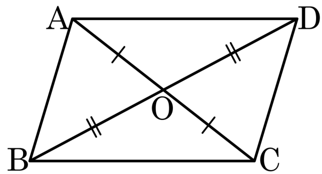
$\angle A + \angle B = 180°$

$\angle BAP = (180° - 74°) \div 2 = 53°$

$\angle ABP = 90° - 53° = 37°$

$\therefore \angle PBC = 74° - 37° = 37°$

13. 다음은 '두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. ㄱ, ㄴ안에 들어갈 알맞은 것은?



$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$ 인 □ABCD 에서
△OAB 와 △OCD 에서
$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$ (가정)
$\angle AOB=\angle COD$ ($\boxed{ㄱ}$)
따라서, △OAB ≡ △OCD (SAS 합동)
$\angle OAB=$ $\boxed{ㄴ}$ 이므로
$\therefore\ \overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}\cdots$ ㉠
마찬가지로 △OAD ≡ △OCB 에서
$\angle OAD=\angle OCB$ 이므로
$\therefore\ \overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □ABCD 는 평행사변형이다.

① ㄱ : 엇각, ㄴ : ∠OAB

② ㄱ : 엇각, ㄴ : ∠OAD

③ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : ∠ODA

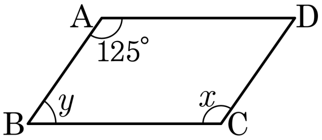
④ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : ∠OCD

⑤ ㄱ : 동위각, ㄴ : ∠OAD

해설

ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : ∠OCD

14. 다음 그림과 같이 $\angle A = 125°$인 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 $\angle x$, $\angle y$의 크기를 구하여라.



▶ 답: ____°

▶ 답: ____°

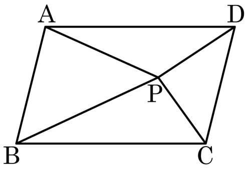
▷ 정답: $\angle x = 125°$

▷ 정답: $\angle y = 55°$

해설

$\angle x = 125°$, $\angle y = 180° - 125° = 55°$

15. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, $\triangle ABP = 40cm^2$, $\triangle BCP = 32cm^2$, $\triangle ADP = 28cm^2$ 이다. $\triangle CDP$ 의 넓이는?



① $20cm^2$ ② $22cm^2$ ③ $24cm^2$

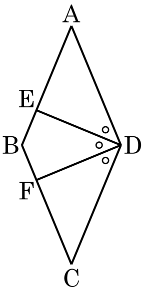
④ $26cm^2$ ⑤ $28cm^2$

해설

점 P 를 지나고 $\overline{AD}$ 와 $\overline{AB}$ 에 평행한 선분을 그으면 $\triangle ABP + \triangle CDP = \triangle APD + \triangle BCP$ 이므로

$\triangle CDP = 28 + 32 - 40 = 20\ (cm^2)$

16. 마름모 ABCD 에서 $\angle D$ 를 삼등분하는 선이 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, $\angle A : \angle B = 1 : 3$ 일 때, $\angle BED$ 의 크기는?



① 85° ② 87° ③ 90°

④ 95° ⑤ 97°

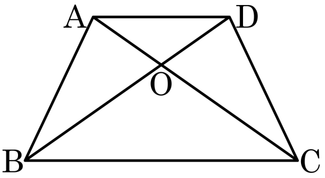
해설

$\angle A = 180° \times \frac{1}{4} = 45°$ 이고

$\angle B = 180° - 45° = 135°$ 이므로

$\angle BED = \angle A + \frac{1}{3}\angle D = 45° + \frac{1}{3} \times 135° = 90°$

17. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\triangle ABO = 20cm^2$, $2\overline{DO} = \overline{BO}$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이는?



① $40cm^2$　② $50cm^2$　③ $60cm^2$　④ $70cm^2$　⑤ $80cm^2$

해설

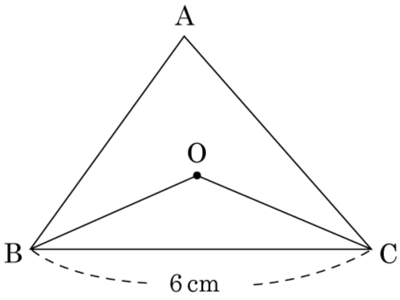
$\triangle AOB = \triangle COD = 20cm^2$

또, $2\overline{DO} = \overline{BO}$ 이므로

$\therefore \triangle BOC = 40cm^2$

따라서 $\triangle DBC = \triangle COD + \triangle BOC = 20 + 40 = 60(cm^2)$

18. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\overline{BC} = 6\,\text{cm}$, $\triangle OBC$의 둘레의 길이가 $14\,\text{cm}$일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 16π

해설

$\triangle OBC$의 둘레의 길이가 $14\,\text{cm}$이고

$\triangle OBC$는 $\overline{OB} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{OB} = \overline{OC} = 4\,\text{cm}$

따라서 외접원의 반지름의 길이는 $4\,\text{cm}$이므로

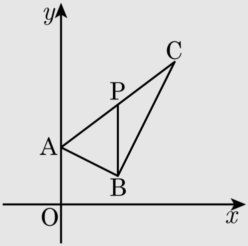
넓이는 $\pi r^2 = \pi \times 4^2 = 16\pi$이다.

19. 좌표평면 위의 세 점 $A(0,\ 2)$, $B(2,\ 1)$, $C(4,\ 5)$ 에 대하여 삼각형 ABC 의 내부에 있는 점 중 A, B, C 까지의 거리가 모두 같은 점을 $P(a,\ b)$ 라 할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설



위의 그림과 같이 세 점 $A(0,\ 2)$, $B(2,\ 1)$, $C(4,\ 5)$ 를 좌표평면 위에 나타내면

$$(\text{AB의 기울기}) = \frac{1-2}{2-0} = -\frac{1}{2}$$

$$(\text{BC의 기울기}) = \frac{5-1}{4-2} = 2$$

즉 두 직선의 기울기의 곱이 -1 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90$ 인 직각삼각형이다.

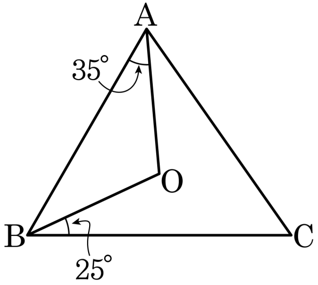
이때, 직각삼각형의 외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 같으므로

점 P 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로

$$P\left(\frac{0+4}{2},\ \frac{2+5}{2}\right) = P\left(2,\ \frac{7}{2}\right) = P(a,\ b)$$

따라서 $a = 2,\ b = \frac{7}{2}$ 이므로 $ab = 7$ 이다.

20. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 O는 외심이다. $\angle OAB = 35°$, $\angle OBC = 25°$일 때, $\angle C$의 크기는?



① $40°$ ② $45°$ ③ $50°$ ④ $55°$ ⑤ $60°$

해설

$\angle C = \angle x$라 할 때, $\triangle OBC$가 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = \angle OCB$

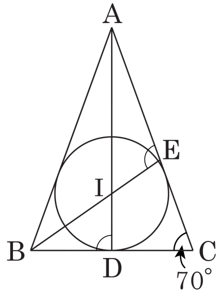
따라서 $\angle x = 25° + \angle OCA$,

$\angle OAC + 35° + 25° = 90°$

$\angle OAC = \angle OCA = 30°$

$\therefore \angle x = 55°$

21. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이고 $\angle C = 70°$이다. $\overline{AI}$, $\overline{BI}$의 연장선이 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$와 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, $\angle IDB + \angle IEA$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $195°$

해설

점 I가 내심이므로

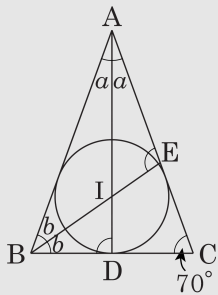
$\angle IAB = \angle IAC = \angle a$,

$\angle IBA = \angle IBC = \angle b$라고 하면

$2\angle a + 2\angle b + 70° = 180°$

$2(\angle a + \angle b) = 110°$

$\therefore \ \angle a + \angle b = 55°$

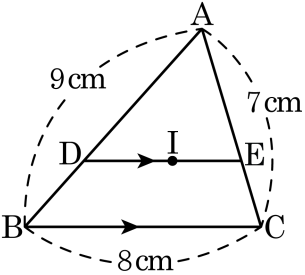


삼각형의 두 내각의 합은 한 외각의 크기와 같으므로

$\angle IDB = \angle a + 70°$, $\angle IEA = \angle b + 70°$

$$\begin{aligned} \therefore \ \angle IDB + \angle IEA &= \angle a + 70° + \angle b + 70° \\ &= (\angle a + \angle b) + 140° \\ &= 55° + 140° \\ &= 195° \end{aligned}$$

22. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 9cm$, $\overline{BC} = 8cm$, $\overline{AC} = 7cm$ 이고 $\overline{DE}$ $//\overline{BC}$ 이다. 점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?



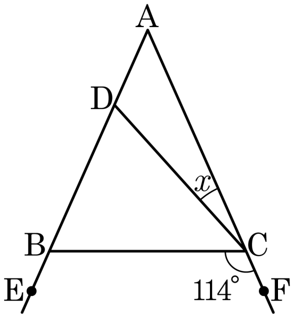
① 14cm ② 15cm ③ 16cm ④ 18cm ⑤ 21cm

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이 $=$ $\overline{AB} + \overline{AC}$

따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이 $= \overline{AB} + \overline{AC} = 9 + 7 = 16(cm)$ 이다.

23. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CD}$, $\angle BCF = 114°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① 18°　② 24°　③ 30°　④ 36°　⑤ 42°

해설

$\triangle ABC$에서

$\angle ABC = \angle BCA = 180° - 114° = 66°$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD = 180° - (2 \times 66°) = 48°$

따라서 $\angle x = 66° - 48° = 18°$이다.

24. 다음 중 내심과 외심이 일치하는 삼각형은?

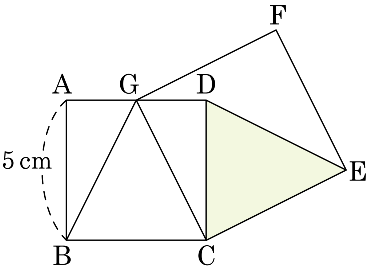
① 정삼각형 ② 직각삼각형 ③ 예각삼각형

④ 둔각삼각형 ⑤ 이등변삼각형

해설

정삼각형은 내심과 외심 그리고 무게 중심이 일치한다.

25. 다음 그림에서 □ABCD 와 □CEFG가 정사각형이고, $\overline{AB} = 5\,cm$일 때 △DCE의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : $\frac{25}{2}$ cm^2

해설

△BCG와 △DCE에서

$\overline{BC} = \overline{DC}$ (□ABCD가 정사각형)

$\overline{CG} = \overline{CE}$ (□CEFG가 정사각형)

$\angle BCG = 90° - \angle GCD = \angle DCE$

$\therefore$ △BCG ≡ △DCE (SAS 합동)

△DCE의 넓이가 △BCG의 넓이가 같으므로

$\triangle DCE = \triangle BCG = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = \frac{25}{2}(cm^2)$