

1. a, b 는 정수이고 $a \neq 0$ 일 때, 다음 중에서 $\frac{b}{a}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 것은 몇 개인가?

㉠ $\frac{7}{2^2 \times 7^2}$

㉡ π

㉢ $\frac{5}{2^2 \times 3^2}$

㉣ $0.89898989\ldots$

㉤ $0.159272\ldots$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

유리수는 분수로 나타낼 수 있는 수이며 유한소수, 순환소수, 정수가 포함된다.

㉡, ㉤처럼 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

2. 다음은 분수 $\frac{15}{20}$ 를 소수로 나타내는 과정이다. (가)~(매)에 들어갈 수로 옳지 않은 것은?

$$\frac{15}{20} = \frac{3}{4} = \frac{3}{2^{(가)}} = \frac{3 \times (\text{다})}{2^2 \times 5^{(나)}} = \frac{75}{(\text{라})} = (\text{매})$$

① (가) 2

② (나) 2

③ (다) 5

④ (라) 100

⑤ (매) 0.75

해설

$$\frac{15}{20} = \frac{3}{4} = \frac{3}{2^2} = \frac{3 \times 5^2}{2^2 \times 5^2} = \frac{75}{100} = 0.75$$

③ (다)에 알맞은 수는 5^2 이다.

3. 다음 분수를 소수로 고칠 때, 무한소수는?

① $\frac{7}{35}$

② $\frac{21}{45}$

③ $\frac{45}{30}$

④ $\frac{29}{50}$

⑤ $\frac{3}{120}$

해설

유한소수는 기약분수의 분모의 소인수가 2, 5뿐이다. 그 외의 수는 무한소수이다.

$$\textcircled{2} \quad \frac{21}{45} = \frac{3 \times 7}{3^2 \times 5} = \frac{7}{3 \times 5}$$

4. A 가 유한소수일 때, 다음 중 A 에 해당하는 것은?

① $3.141592\dots$

② $\frac{51}{180}$

③ $\frac{27}{2^2 \times 3^2}$

④ $0.512512512\dots$

⑤ $\frac{3}{56}$

해설

유한소수는 기약분수의 분모의 소인수가 2, 5뿐이다.

③ $\frac{27}{2^2 \times 3^2} = \frac{3}{2^2}$ (유한소수)

5. $x = \frac{b}{a}$ (a, b 는 정수, $a \neq 0$)이고 x 는 무한소수가 아니다. 다음 중 x 의 값이 될 수 있는 것을 모두 고르면?

① $1.\dot{2}0\dot{4}$

② $\frac{7}{30}$

③ $\frac{7}{8}$

④ $\frac{4}{99}$

⑤ $0.6\dot{3}$

해설

x 는 분수로 나타낼 수 있는 수이므로 유리수이고, 무한소수가 아니므로 구하는 x 의 값은 유한소수이다.

6. $\frac{5}{360}$ 에 가장 작은 자연수를 곱하여 유한소수로 나타내려고 한다. 이때, 가장 작은 자연수를 구하여라.

① 3

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 9

해설

$\frac{5}{360} = \frac{5}{2^3 \times 3^2 \times 5} = \frac{1}{2^3 \times 3^2}$ 이므로 가장 작은 자연수를 곱하여 유한소수로 나타내려면 9를 곱하면 된다.

7. 분수 $\frac{\square}{2 \times 5^2 \times 3 \times 7}$ 가 유한소수로 나타내어질 때, $\square$ 안에 알맞은 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

유한소수가 되기 위해서는 기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5 뿐이므로 $\square$ 는 3과 7의 공배수이고 최소공배수는 21이다.

8. 다음 중 순환마디를 바르게 표현한 것은?

① $0.1232323\cdots$, 123

② $1.351351\cdots$, 135

③ $2.573573\cdots$, 57

④ $3.461461\cdots$, 4614

⑤ $10.462462\cdots$, 462

해설

① 23

② 351

③ 573

④ 461

⑤ 462

9. 분수 $\frac{11}{6}$ 을 소수로 바르게 나타낸 것은?

① $1.\dot{8}$

② $1.0\dot{8}$

③ $1.8\dot{3}$

④ $1.8\dot{3}$

⑤ $1.80\dot{3}$

해설

$$11 \div 6 = 1.83333 \dots = 1.8\dot{3}$$

10. $0.\dot{3}20\dot{5} = \square \times 3205$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 0.0001

② $0.\dot{0}0\dot{1}$

③ $0.000\dot{1}$

④ $0.\dot{0}00\dot{1}$

⑤ $0.100\dot{1}$

해설

$$0.\dot{3}20\dot{5} = \frac{1}{9999} \times 3205$$

$$\frac{1}{9999} = 0.\dot{0}00\dot{1}$$

11. 다음 수를 작은 수부터 차례대로 기호를 써라.

㉠ 3.142 $\dot{1}$

㉡ 3.14 $\dot{1}$

㉢ 3.14 $\dot{1}\dot{2}$

㉣ 3.13 $\dot{9}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ 3.14212121...

㉡ 3.14111111...

㉢ 3.141212...

㉣ 3.139999...

$3.13\dot{9} < 3.14\dot{1} < 3.14\dot{1}\dot{2} < 3.14\dot{2}\dot{1}$

12. $A + \frac{1}{2} = 0.5$ 일 때, A 의 값은?

① $\frac{1}{18}$

② $\frac{1}{9}$

③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ 9

해설

$$A = \frac{5}{9} - \frac{1}{2}$$

$$A = \frac{10 - 9}{18} = \frac{1}{18}$$

13. $0.\dot{7}$ 에 어떤 수 a 를 곱하여 $3.\dot{1}$ 이 되었다. 이 때 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

주어진 순환소수를 분수로 나타내면

$$0.\dot{7} = \frac{7}{9} \text{ 이고 } 3.\dot{1} = \frac{31 - 3}{9} = \frac{28}{9} \text{ 이므로}$$

$$\frac{7}{9}a = \frac{28}{9} \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = 4$$

14. 다음 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ㉡ 모든 유리수는 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ㉢ 순환소수는 모두 유리수이다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉡ 유리수는 유한소수와 순환소수로 나누어진다.

15. 다음 안에 알맞은 말이나, 수를 써넣어라.

소수 중에서 , 는 유리수에 속하고, 순환마디가 하나뿐인 모든 순환소수는 정수 또는 유한소수로 나타낼 수 있다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 유한소수

▷ 정답: 순환소수

▷ 정답: 9

해설

유한소수, 순환소수, 9

16. $\frac{21}{2 \times 5 \times a}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다. a 가 10 이하의 자연수일 때, 이를 만족시키는 모든 a 의 값들의 합은?

① 40

② 46

③ 48

④ 50

⑤ 55

해설

$\frac{21}{2 \times 5 \times a}$ 가 유한소수가 되기 위해서는 기약분수로 나타내었을 때, 분모에 소인수가 2나 5뿐이어야 하므로 a 가 될 수 있는 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10이 되어야 한다.
따라서 합은 46이다.

17. 유리수 $\frac{15a}{84}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. 이때, a 가 될 수 있는 수 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\frac{15a}{84} = \frac{3 \times 5 \times a}{2^2 \times 3 \times 7}$$

a 가 7 의 배수이면 유한소수가 된다.

$$\therefore a = 7$$

18. 분수를 순환소수로 나타낸 것 중 옳은 것을 모두 구하여라.

$$\textcircled{\text{㉠}} \frac{2}{3} = 0.6\dot{6}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \frac{5}{6} = 0.838\dot{3}$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \frac{5}{11} = 0.4\dot{5}$$

$$\textcircled{\text{㉣}} \frac{3}{11} = 0.2\dot{7}$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \frac{11}{13} = 0.84615\dot{4}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $\textcircled{\text{㉢}}$

▶ 정답 : $\textcircled{\text{㉣}}$

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} 0.\dot{6} \quad \textcircled{\text{㉡}} 0.8\dot{3} \quad \textcircled{\text{㉣}} 0.84615\dot{3}$$

19. 자연수 a 에 대하여 $\frac{16}{11a}$ 이 기약분수이고, $x = (99.\dot{9} - 0.\dot{9}) \times \frac{16}{11a}$ 의 값이 자연수일 때, x 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$(99.\dot{9} - 0.\dot{9}) = 100 - 1 = 99$$

$x = 99 \times \frac{16}{11a}$ 에서 x 가 자연수이므로 a 가 최대일 때, x 는 최소가 된다.

x 가 최솟값을 가지려면 $a = 9$ 일 때, $x = 16$

20. 어떤 기약분수를 소수로 나타내는데 A 는 분모를 잘못 보아 $2.\dot{3}$ 으로 나타내고, B 는 분자를 잘못 보아 $0.5\dot{9}$ 로 나타내었다. 처음의 분수를 소수로 나타내면?

① 0.6

② 0.8

③ 1.2

④ 1.4

⑤ 1.6

해설

$$2.\dot{3} = \frac{23 - 2}{9} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3} \therefore \text{분자} : 7$$

$$0.5\dot{9} = \frac{59 - 5}{90} = \frac{54}{90} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \therefore \text{분모} : 5$$

따라서 처음 분수를 소수로 나타내면 $\frac{7}{5} = 1.4$ 이다.

21. 기약분수 $\frac{x}{12}$ 를 소수로 나타내면 $0.41666\cdots$ 일 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$0.41666\cdots = 0.41\dot{6} = \frac{375}{900}$$

$$\frac{375}{900} = \frac{x}{12}$$

$$\therefore x = 5$$

22. 다음 순환소수 중 0.8 과 같은 것은?

① $0.7\dot{9}$

② $0.\dot{8}$

③ $0.8\dot{9}$

④ $0.\dot{7}\dot{9}$

⑤ $0.\dot{8}\dot{0}$

해설

$$\textcircled{1} \ 0.7\dot{9} = \frac{79 - 7}{90} = \frac{72}{90} = \frac{4}{5} = 0.8$$

23. 순환소수 $0.7\dot{1}5\dot{2}$ 의 소수점 아래 46번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$0.7\dot{1}5\dot{2}$ 이므로 순환마디의 숫자 3개

$46 - 1 = 3 \times 15$ 이므로 소수점 아래 46번째 자리의 숫자는 2이다.

24. $\frac{3}{14}$ 을 소수로 나타낼 때, 50 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{3}{14} = 0.2\dot{1}4285\dot{7}$$

$(50 - 1) \div 6 = 8 \cdots 1$ 이므로 소수 50 번째 자리의 숫자는 1이다.

25. $x = 0.\dot{5}8\dot{3}$ 일 때, $x \times (10^3 - 1)$ 은 몇 자리 정수인가?

① 한 자리 정수

② 두 자리 정수

③ 세 자리 정수

④ 네 자리 정수

⑤ 다섯 자리 정수

해설

$$x = 0.\dot{5}8\dot{3} = \frac{583}{999}$$

$$x \times (10^3 - 1) = \frac{583}{999} \times 999 = 583$$

26. 다음 순환소수 $x = 1.05252\cdots$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① x 는 유리수이다.

② 순환마디는 25 이다.

③ $1000x - 100x$ 는 정수이다.

④ $x = 1.0\dot{5}2$ 이다.

⑤ 분수로 나타내면 $\frac{521}{495}$ 이다.

해설

① x 는 유리수이다.

② 순환마디는 52 이다.

③ $1000x - 10x$ 는 정수이다.

④ $x = 1.0\dot{5}2$ 이다.

⑤ 분수로 나타내면 $\frac{521}{495}$ 이다.

27. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $0.1\dot{3} > 0.1\dot{3}$

② $0.\dot{2}0\dot{2} < 0.\dot{2}\dot{0}$

③ $0.5 > 0.4\dot{9}$

④ $\frac{23}{99} < 0.\dot{2}\dot{3}$

⑤ $0.\dot{2}\dot{3} < \frac{23}{90}$

해설

① $0.1313\cdots < 0.1333\cdots$

② $0.202202\cdots > 0.2020\cdots$

③ $0.4\dot{9} = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$

④ $0.\dot{2}\dot{3} = \frac{23}{99}$

⑤ $\frac{23}{99} < \frac{23}{90}$

28. 다음 수 중에서 $\frac{1}{4}$ 보다 크고 $\frac{1}{2}$ 보다 작은 수는 모두 몇 개인가?

$0.\dot{1}$, $0.\dot{2}$, $0.\dot{3}$, $0.\dot{4}$, $0.\dot{5}$

- ① 없다 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$$\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2}$$

$$0.25 < x < 0.5$$

$$\therefore x = 0.\dot{3}, 0.\dot{4}$$

29. 방정식 $x + 1.\dot{0}\dot{7} = 2.\dot{1}$ 을 풀면?

- ① 1 ② $\frac{91}{90}$ ③ $\frac{46}{45}$ ④ $\frac{31}{30}$ ⑤ $\frac{47}{45}$

해설

$$\begin{aligned}x &= 2.\dot{1} - 1.\dot{0}\dot{7} \\&= \frac{21 - 2}{9} - \frac{107 - 10}{90} = \frac{190 - 97}{90} \\&= \frac{93}{90} = \frac{31}{30}\end{aligned}$$

30. $0.\dot{3}4 = a \times 0.\dot{0}1$, $0.2\dot{9}1 = b \times 0.0\dot{0}1$, $0.63\dot{1} = c \times 0.00\dot{1}$ 일 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 313

해설

$$0.\dot{3}4 = a \times 0.\dot{0}1 \quad \frac{34}{99} = a \times \frac{1}{99}$$

$$0.2\dot{9}1 = b \times 0.0\dot{0}1 \quad \frac{289}{990} = b \times \frac{1}{990}$$

$$0.63\dot{1} = c \times 0.00\dot{1} \quad \frac{568}{900} = c \times \frac{1}{900}$$

$$a = 34, b = 289, c = 568$$

$$a - b + c = 313$$

31. 어떤 수에 $4.\dot{2}$ 를 곱해야 할 것을 잘못 보고 4.2를 곱하였더니 계산 결과가 정답보다 0.6 이 작게 나왔다. 바른 답은?

① 108

② 112

③ 114

④ 118

⑤ 123

해설

어떤 수 : x

$$4.\dot{2}x - 4.2x = 0.6$$

$$\frac{2}{90}x = \frac{54}{90} \quad \therefore x = 27$$

$$\text{바른 계산 : } 4.\dot{2} \times 27 = 114$$

32. $\frac{5}{36}, \frac{13}{36}$ 을 각각 소수로 나타내면 $x - 0.\dot{3}, y + 0.\dot{3}$ 이다. $\frac{x}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$\frac{5}{36} = x - \frac{3}{9}$$

$$\therefore x = \frac{5}{36} + \frac{3}{9} = \frac{17}{36}$$

$$\frac{13}{36} = y + \frac{3}{9}$$

$$\therefore y = \frac{13}{36} - \frac{3}{9} = \frac{1}{36}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{\frac{17}{36}}{\frac{1}{36}} = 17$$

33. $0.\dot{5}\dot{6} = a \times 0.\dot{0}\dot{1}$, $0.3\dot{2} = b \times 0.\dot{0}\dot{1}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 15

② 17

③ 21

④ 25

⑤ 27

해설

$$\frac{56}{99} = a \times \frac{1}{99}$$

$$\therefore a = 56$$

$$\frac{29}{90} = b \times \frac{1}{90}$$

$$\therefore b = 29$$

$$\therefore a - b = 56 - 29 = 27$$

34. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 모든 순환소수는 유리수이다.
- ㉡ 모든 유리수는 순환소수로만 나타낼 수 있다.
- ㉢ 기약분수를 소수로 고치면 모두 유한소수가 된다.
- ㉣ 모든 유한소수는 유리수이다.
- ㉤ 모든 정수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉣

⑤ ㉣, ㉤

해설

- ㉡ 유리수는 유한소수와 순환소수로 나누어진다.
- ㉢ 기약분수를 소수로 고치면 유한소수이거나 순환소수가 된다.
- ㉤ 0은 제외한다.

35. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ㉠ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ㉡ 두 개의 무한소수의 합은 항상 무한소수로만 나타내어진다.
- ㉢ 모든 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.
- ㉣ 분모의 소인수가 소수로만 되어있는 분수는 항상 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ㉤ 모든 0 이 아닌 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

해설

- ㉡ $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$ 과 같이 유한소수인 경우도 있다.
- ㉢ 순환소수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ㉣ 분모의 소인수가 2 와 5 뿐인 분수만 유한소수로 나타낼 수 있다.

36. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌
유리수의 개수는?

① 4개

② 18개

③ 22개

④ 62개

⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

37. 미영이는 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것을 모두 골라라.

㉠ $3 \div 25$

㉡ $3 \div 11$

㉢ $13 \div 50$

㉤ $5 \div 4$

㉦ $1 \div 3$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉦

해설

㉡ $\frac{3}{11} = 0.2\dot{7}$ 이므로 순환마디가 2,7인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

㉦ $\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$ 이므로 순환마디가 3인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

38. $\frac{173}{300}$ 을 소수로 나타내면 $0.ab\dot{c}$ 이다. $a + b + c$ 의 값은?

- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

해설

$$\frac{173}{300} = \frac{519}{900} = 0.57\dot{6} \text{ 이므로}$$

$a = 5, b = 7, c = 6$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 18$$

39. 분수 $\frac{6}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수 n 번째 자리의 숫자를 x_n 이라고 한다. x_{103} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\frac{6}{7} = 0.\dot{8}5714\dot{2} \text{ 이다.}$$

$$103 = 6 \times 17 + 1 \text{ 이므로 } x_{103} = 8$$

40. $x = \frac{5}{13}$ 일 때, $10^6x - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 384615

해설

$$x = \frac{5}{13} = 0.384615384615\cdots \text{이고}$$

$$10^6x = 384615.384615\cdots \text{이므로}$$

$$10^6x - x = 384615 \text{이다.}$$

41. $x = 1.37\bar{5}$ 일 때, $10^3x - 10^2x$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1238

해설

$$\begin{array}{r} 1000x = 1375.555\cdots \\ -) 100x = 137.555\cdots \\ \hline 900x = 1238 \end{array}$$

따라서

$$10^3x - 10^2x = 1000x - 100x = 900x = 1238$$

42. $\frac{1}{4} \leq 0.\dot{a} < \frac{4}{5}$ 를 만족하는 자연수 a 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$\frac{1}{4} \leq \frac{a}{9} < \frac{4}{5}$$

$$\frac{9}{4} \leq a < \frac{36}{5}$$

$$2.25 \leq a < 7.2$$

자연수 a 는 3, 4, 5, 6, 7

$$\therefore 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 25$$

43. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 영철이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{3}\dot{7}$ 이 되었고, 영은이는 분모를 잘못 보아서 답이 $1.3\dot{5}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{61}{99}$

해설

$$\text{영철 : } 0.\dot{3}\dot{7} = \frac{37}{99},$$

$$\text{영은 : } 1.3\dot{5} = \frac{135 - 13}{90} = \frac{61}{45}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{영은이가 본 분자})}{(\text{영철이가 본 분모})} = \frac{61}{99} = A \text{ 이다.}$$

44. $\frac{11}{111} = x$ 라 할 때, $x \times (999.\dot{9} - 1)$ 의 값은 몇 자리의 자연수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리

▷ 정답 : 2자리

해설

$$(\text{준식}) = \frac{11}{111} \times (1000 - 1) = \frac{11}{111} \times 999 = 99$$

45. 다음 중 유리수 아닌 것을 모두 고르면?

① $0, 1, 2, 3, \dots$

② $2.\dot{5}, -\frac{5}{9}$

③ 유한소수

④ 무한소수

⑤ $-1.\dot{5}, -\frac{1}{3}, 0, 2.\dot{4}, \pi$

해설

④ 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

⑤ π 는 순환하지 않는 무한소수이다.

46. 자연수 n 에 대하여 $30^n = x$ 일 때, $(2^n + 2^{n+1}) \times (3^n + 3^{n+2}) \times 5^n$ 을 x 에 관한 가장 간단한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $30x$

해설

$$\begin{aligned} & (2^n + 2^{n+1}) \times (3^n + 3^{n+2}) \times 5^n \\ &= (2^n 3^n + 2^n 2^1 3^n + 2^n 3^n 3^2 + 2^n 2^1 3^n 3^2) \times 5^n \\ &= (2^n 3^n 5^n) + 2 \times (2^n 3^n 5^n) + 9 \times (2^n 3^n 5^n) \\ &\quad + 18 \times (2^n 3^n 5^n) \end{aligned}$$

$$2^n 3^n 5^n = 30^n = x \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \therefore (2^n + 2^{n+1}) \times (3^n + 3^{n+2}) \times 5^n \\ = x + 2x + 9x + 18x = 30x \end{aligned}$$

47. $x = \frac{n}{150}$ (n 은 100 이하의 자연수) 일 때, x 가 무한소수가 되도록 하는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

$$150 = 2 \times 3 \times 5^2$$

n 이 3 의 배수이면 $\frac{n}{150}$ 은 유한소수

$$100 \div 3 = 33 \cdots 1$$

$$\therefore 100 - 33 = 67$$

48. 세 자리 자연수 x 에 대하여 $\frac{x}{315}$ 는 유한소수이고, $\frac{4x}{63}$ 는 어떤 자연수의 제곱이다. 이것을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 252

▷ 정답 : 567

해설

$\frac{x}{315} = \frac{x}{3^2 \times 5 \times 7}$ 가 유한소수가 되려면 x 는 63 의 배수이어야 한다.

즉, $x = 63k$ 의 꼴로 나타낼 수 있다.

$$\frac{4x}{63} = \frac{4 \times 63k}{63} = 2^2 \times k \text{ 가 어떤 자연수의 제곱이므로}$$

$$\therefore k = 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, \dots$$

이때, x 가 세 자리 자연수이므로

$$k = 4 \text{ 일 때, } x = 63 \times 4 = 252$$

$$k = 9 \text{ 일 때, } x = 63 \times 9 = 567$$

$$\therefore x = 252, 567$$

49. $y < x$ 인 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{y}{x}$ 는 기약분수이고, $\frac{1000y}{x}$ 는 자연수일 때, x 의 최댓값과 최솟값을 각각 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

▷ 정답 : 2

해설

$\frac{y}{x}$ 는 기약분수이므로 x, y 는 서로소이고,

$\frac{1000y}{x}$ 는 자연수이므로 x 는 10^3 의 약수이다.

따라서 x 를 소인수분해하면 $2^a \times 5^b$ (a, b 는 음이 아닌 정수)의 꼴이다.

$y < x$ 이면서, 1000 의 약수인 x 최댓값은 $2^3 \times 5^3 = 1000$

1000 의 약수인 x 의 최솟값은 $2^1 = 2$

50. $x \odot y = \begin{cases} x \neq y \text{이면 } -2 \\ x = y \text{이면 } 2 \end{cases}$ 라 할 때,

$a = \frac{1}{90}$, $b = 0.1$, $c = \frac{1}{10}$, $d = 0.0\dot{9}$ 에 대하여 $(a \odot b) \odot (c \odot d)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$a = \frac{1}{90}, b = \frac{1}{10}, c = \frac{1}{10}, d = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$$

$$a \neq b, c = d, (a \odot b) \odot (c \odot d) = -2 \odot 2 = -2$$