

1. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 나온 눈의 합이 5의 배수가 되는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 7 가지

해설

눈의 합이 5인 경우 :
순서쌍 (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1) 의 4가지
눈의 합이 10인 경우 :
순서쌍 (4, 6), (5, 5), (6, 4) 의 3가지
∴ $4 + 3 = 7$ (가지)

2. 길호, 동진, 경문이가 가위, 바위, 보를 할 때, 일어날 수 있는 경우의 수는 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

각각 낼 수 있는 가지 수는 가위, 바위, 보 세 가지씩이므로
일어날 수 있는 경우의 수는
 $3 \times 3 \times 3 = 27$ (가지)이다.

3. ${}_9P_r = \frac{9!}{3!}$ 일 때, r 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

${}_9P_6 = \frac{9!}{3!}$ 이므로 $r = 6$

4. n 권의 책이 있다.(단, $n \geq 5$) 이 n 권의 책을 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n!$

해설

n 권에서 n 권을 뽑는 순열의 수이므로 ${}_nP_n = n!$

5. 216 과 360 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

- ① 8 개 ② 9 개 ③ 12 개 ④ 15 개 ⑤ 16 개

해설

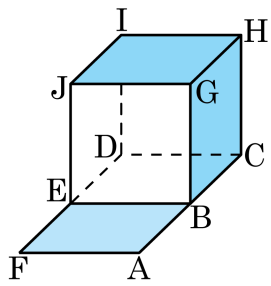
두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로

$$216 = 2^3 \times 3^3,$$

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \text{ 에서 G.C.D.는 } 2^3 \times 3^2$$

$$\text{따라서 공약수의 개수는 } (3 + 1)(2 + 1) = 12$$

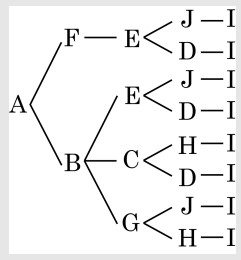
6. 다음그림은 정육면체의 뚜껑이 열려 있는 상태를 나타낸 것이다. A에서 I까지 최단 거리로 모서리를 따라가는 방법의 수는?



- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

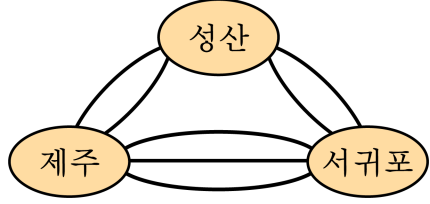
해설

A에서 I까지 최단 거리로 수행도를 그려보면



위의 수행도에서 구하는 방법의 수는 8가지이다.

7. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2 개, 성산과 서귀포를 잇는 길은 2 개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3 개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아올 때, 갈 때는 성산을 거치고, 올 때는 성산을 거치지 않고 오는 방법의 수는?



- ① 6 ② 8 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

$(2 \times 2) \times 3 = 12$
∴ 12 가지

8. 재현이네 학교에서 학생 회장 선거에 n 명의 후보가 출마했다. 이 중 회장, 부회장, 서기를 뽑는 방법의 수가 120가지였을 때, n 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

n 명의 후보 중 회장, 부회장 서기를 뽑는 방법의 수는 ${}_nP_3$

$${}_nP_3 = n(n-1)(n-2) = 120$$

$$120 = 6 \times 5 \times 4 \text{ 이므로 } n = 6$$

9. 남학생 4 명, 여학생 3 명이 한 줄로 서서 등산을 할 때, 특정인 2 명이 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

① 7!

② $7! \times 2!$

③ $6! \times 2!$

④ 6!

⑤ $5! \times 2!$

해설

특정인 2 명을 한 묶음으로 생각하여 6 명을 일렬로 세우는 방법의 수가 6!,
묶음 안에서 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2!이므로, 구하는 경우의 수는 $6! \times 2!$ (가지)

10. 크기가 서로 다른 오렌지 10 개 중에서 3 개를 선택할 때, 크기가 가장 큰 오렌지 1 개가 반드시 포함되는 경우의 수는?

① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

해설

오렌지 9개 중 2 개를 뽑는 경우의 수와 같다.

$$\therefore {}_9C_2 = 36$$

11. 0, 1, 2, 3, 4, 5의 6개의 숫자 중에서 서로 다른 4개를 택하여 만들 수 있는 네 자리의 정수의 개수는?

① 120 ② 240 ③ 300 ④ 360 ⑤ 400

해설

0 이 포함되는 것과 안 되는 것을 구별하여 구한다.

1) 0 이 포함되는 것 : ${}_5C_3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 1 = 180$

2) 0 이 포함되지 않는 것 : ${}_5P_4 = 120$

$\therefore 180 + 120 = 300$

12. IMPORT의 6개의 문자를 일렬로 배열할 때, I와 T가 양 끝에 오는 경우의 수는?

① 36

② 42

③ 48

④ 54

⑤ 60

해설

I와 T를 양 끝에 오게 하는 경우의 수 : 2

나머지 문자를 배열하는 경우의 수 : 4!

$4! \times 2 = 48$

13. 5 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4 에서 서로 다른 4 개의 숫자를 택하여 양 끝이 홀수인 네 자리의 정수는 몇 개인가?

- ① 12 ② 24 ③ 36 ④ 72 ⑤ 120

해설

1000 자리의 숫자는 홀수 1,3 중 하나를 택하므로
그 방법은 ${}_2P_1$ (가지)
또, 그 각각에 대하여 1 자리의 숫자는 1000 자리에 사용된 숫자
를 제외한 나머지 숫자를 택하므로 그 방법은 ${}_1P_1$ (가지)
또, 100 자리와 10 자리의 숫자는 나머지 3 개의 숫자에서 2 개를
택하여 나열하면 되므로 그 방법은 ${}_3P_2$ (가지)
따라서, 양 끝이 홀수인 네 자리의 정수는 곱의 법칙에 의하여
 ${}_2P_1 \times {}_3P_2 \times {}_1P_1 = 2 \times (3 \times 2) \times 1 = 12$ (개)

14. ‘korea’의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 적어도 한 쪽 끝이 자음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 84 개

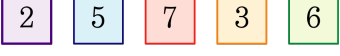
▷ 정답 : 84 개

해설

전체 경우의 수에서 양 쪽 끝이 모두 모음인 경우를 제외한다.

$$5! - {}_3P_2 \times 3! = 84$$

15. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 이 적혀 있는 7 개의 카드 중에서 서로 다른 5 개의 카드를 뽑아 나열한다. 이 때, 위의 그림의 예와 같이 첫 번째 카드와 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자의 합이 8 이 면서 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자가 3 이상이 되도록 나열하는 방법의 수는?

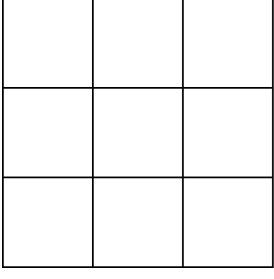


- ① 120 ② 180 ③ 240 ④ 300 ⑤ 360

해설

첫 번째 카드와 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자의 합이 8 이면서 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자가 3 이상인 경우는 $1-7, 2-6, 3-5, 5-3$ 의 4가지이다.
이 4가지 경우에 대하여 각각 중앙에 남은 세 자리에 5개의 수 중에서 3개를 택하여 나열하는 방법의수는 ${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$ (가지)
따라서 구하는 방법의 수는 $4 \times 60 = 240$ (가지)

16. 다음 그림과 같이 가로선과 세로선이 같은 간격을 이루며 수직으로 만난다. 이들로 이루어지는 정사각형이 아닌 직사각형은 몇 개인가?



- ① 16 개 ② 20 개 ③ 22 개 ④ 28 개 ⑤ 32 개

해설

만들 수 있는 사각형 전체에서 정사각형의 개수를 뺀다.

$${}_4C_2 \times {}_4C_2 - (9 + 4 + 1) = 22$$

17. ${}_2C_2 + {}_3C_2 + {}_4C_2 + {}_5C_2 + \cdots + {}_{10}C_2$ 의 값과 같은 것은?

- ① ${}_{11}C_6$ ② ${}_{11}C_7$ ③ ${}_{11}C_8$ ④ ${}_{11}C_9$ ⑤ ${}_{11}C_{10}$

해설

$$\begin{aligned} &{}_nC_{r-1} + {}_nC_r = {}_{n+1}C_r, \quad {}_2C_2 = {}_3C_3 \text{ 이므로} \\ &{}_2C_2 + {}_3C_2 + {}_4C_2 + {}_5C_2 + \cdots + {}_{10}C_2 \\ &= {}_4C_3 + {}_5C_3 + {}_6C_3 + \cdots + {}_{10}C_3 \\ &= {}_{11}C_3 = {}_{11}C_8 \end{aligned}$$

18. 32명이 참가한 종합격투기 UFC대회 에서 8 명씩 4 개조로 나누어 리그전으로 예선전을 치른 후 각 조의 1, 2 위인 8명이 토너먼트전으로 경기를 하여 최종강자를 가리려 한다. 이 UFC 대회에서 우승자를 가릴 때까지 치르게 되는 총 경기의 수를 구하여라.

▶ 답 : 경기

▷ 정답 : 119경기

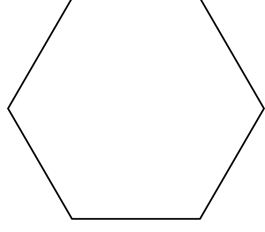
해설

한 조의 여덟명이 리그전을 가질 때의 경기 수는

$${}_8C_2 = \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 28 \text{ (경기)}$$

따라서, 4 개의 조에서 치르는 리그전의 경기 수는 $28 \cdot 4 = 112$ (경기) 이어 8 개 팀이 토너먼트전으로 치르는 경기의 수는 7 경기이다. 따라서 우승자를 가릴 때까지 치르게 되는 총 경기의 수는 $112 + 7 = 119$ (경기) 이다.

19. 다음 그림과 같은 정육각형의 꼭짓점 중에서 3 개를 택해 만들 수 있는 삼각형 중에서 정삼각형이 아닌 것의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 18 개

해설

정육각형의 6 개의 꼭짓점 중 어느 3 개도
일직선 위에 있지 않으므로 3 개의 점을 택하면
삼각형이 하나 결정된다.

$$\therefore {}^6C_3 = \frac{{}^6P_3}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

이 중 정삼각형은 2 개이므로 정삼각형이 아닌
것의 개수는 $20 - 2 = 18$ (개)

20. 아시아 4 개국과 아프리카 4 개국이 있다. 8 개국을 2 개국씩 짝지어 4 개의 그룹으로 나누려고 한다. 적어도 한 개의 그룹이 아시아 국가만으로 이루어지도록 4 개의 그룹으로 나누는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답 : 81 가지

해설

적어도 한 그룹이 아시아 국가만으로 이루어지는
사건의 여사건은 아시아 국가만으로 이루어진
그룹이 하나라도 있으면 안 되므로, 아시아 1개
국과 아프리카 1개국으로 모든 그룹이 이루어진다.

$$\begin{aligned} & \therefore {}_8C_2 \times {}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{4!} \\ & - \left\{ ({}_4C_1 \times {}_4C_1) \times ({}_3C_1 \times {}_3C_1) \times ({}_2C_1 \times {}_2C_1) \right. \\ & \times \left. ({}_1C_1 \times {}_1C_1) \times \frac{1}{4!} \right\} \\ & = \frac{28 \times 15 \times 6}{4 \times 3 \times 2} - \frac{16 \times 9 \times 4}{4 \times 3 \times 2} = 105 - 24 = 81 \end{aligned}$$