

1. b, c 는 상수이고, 모든 실수 x 에 대하여 $(x+2)(x+b) = x^2 + cx + 6$ 을 만족하는 c 의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(x+2)(x+b) &= x^2 + cx + 6, \\ x^2 + (2+b)x + 2b &= x^2 + cx + 6, \\ 2+b &= c, \quad 2b = 6 \\ \therefore b &= 3 \\ \text{따라서 } c &= 5\end{aligned}$$

2. 등식 $ax^2 - 5x + c = 2x^2 + bx - 1$ 이 x 에 관한 항등식일 때, 상수 abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

양변의 계수를 비교하면 $a = 2, b = -5, c = -1$
 $\therefore abc = 10$

3. 등식 $3x + 4 = a(x - 1) + b(x + 1) + 3$ 이 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b 의 값을 정하면?

- ① $a = 1, b = 0$ ② $a = -1, b = 2$ ③ $a = 1, b = -2$
④ $a = 0, b = 2$ ⑤ $a = 1, b = 2$

해설

우변을 전개하여 좌변과 계수를 비교하면

$$a + b = 3, \quad -a + b + 3 = 4$$

연립하여 풀면 $a = 1, b = 2$

4. 모든 실수 x 에 대하여 등식 $3x^2 + 2x + 7 = a(x+1)^2 + b(x+1) + c$ 가 성립할 때, 상수 c 의 값은?

- ① -6
- ② -7
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

해설

항등식이므로 우변을 전개하여 동류항끼리 비교한다.

$$3x^2 + 2x + 7 = ax^2 + (2a + b)x + a + b + c$$

$$a = 3, 2a + b = 2, a + b + c = 7$$

$$\therefore \text{연립하면 } a = 3, b = -4, c = 8$$

해설

조립제법 사용

$$\begin{array}{r|rrr} -1 & 3 & 2 & 7 \\ & & -3 & 1 \\ \hline -1 & 3 & -1 & 8 & \Rightarrow c \\ & & -3 & \\ \hline & 3 & -4 & \Rightarrow b \\ & \downarrow & & \\ & a & & \end{array}$$

5. 등식 $2x^2 - 6x - 2 = a(x+1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x+1)$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$x = 0$ 을 대입하면: $a = 1$
 $x = -1$ 을 대입하면: $b = 2$
 $x = 2$ 을 대입하면: $c = -1$
 $\therefore a + b + c = 2$

6. 임의의 실수 x, y 에 대하여, $(x+y)a^2 + (x-y)b = 4x+y$ 가 성립할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① $\frac{13}{4}$

② $\frac{15}{4}$

③ $\frac{17}{4}$

④ $\frac{19}{4}$

⑤ $\frac{21}{4}$

해설

$$(a^2 + b)x + (a^2 - b)y = 4x + y$$

$$a^2 + b = 4 \cdots \textcircled{1}, a^2 - b = 1 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a^2 = \frac{5}{2}, b = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{19}{4}$$

7. $(x+1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ 의 값을 구하면?

① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

해설

양변에 $x = 1$ 을 대입하면,
 $(1+1)^5 = a_0 + a_1 + \cdots + a_5$ 이므로
 $\therefore 2^5 = 32$

8. 다항식 $x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 일차식 $x - 2$ 로 나눌 때의 나머지는?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - 2x^2 + 5x - 6 \\ &= (x - 2)Q(x) + R \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore f(2) &= 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 6 \\ &= 8 - 8 + 10 - 6 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\therefore R = 4$$

9. 다항식 $f(x) = -4x^3 + kx + 1$ 가 일차식 $x - 1$ 로 나누어 떨어 지도록 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$f(x) = -4x^3 + kx + 1 = (x - 1) Q(x)$$

$$f(1) = -4 + k + 1 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

10. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, $a - b + c$ 의 값은?

$$x^2 - 2x + 4 = a(x - 1)(x - 2) + bx(x - 2) + cx(x - 1)$$

- ① 8
- ② 7
- ③ 3
- ④ 0
- ⑤ -3

해설

주어진 등식이 x 에 대한 항등식이므로 x 에 어떤 값을 대입하여도 성립한다.

$x = 0$ 을 대입하면

$$4 = 2a \quad \therefore a = 2$$

$x = 1$ 을 대입하면

$$3 = -b \quad \therefore b = -3$$

$x = 2$ 을 대입하면

$$4 = 2c \quad \therefore c = 2$$

$$\therefore a - b + c = 2 - (-3) + 2 = 7$$

11. 다항식 $6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 을 $3x - 2$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 할 때, $Q(1) + R$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\begin{aligned} 6x^3 - 7x^2 + 17x - 3 &= (3x - 2)Q(x) + R \\ \text{양변에 } x = 1 \text{을 대입하면, } 13 &= Q(1) + R \\ \therefore Q(1) + R &= 13 \end{aligned}$$

해설

$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 를 $3x - 2$ 로 직접 나누거나 조립제법을 이용하여 몫과 나머지를 구할 수 있다.

12. 다항식 $x^3 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로

$x^2 = x - 1$ 을 대입하면

$$ax + (b - 1) = 0$$

이 등식이 x 에 대한 항등식이므로,

$$a = 0, b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 1$$

$$\therefore a + b = 1$$

해설

$$x^3 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 1)Q(x)$$

$$= (x^2 - x + 1)(x + b)$$

$$\therefore b = 1, a = 0$$

13. 다항식 x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 나눌 때, 나머지가 $3x+4$ 가 되도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 직접나눈 나머지는
 $(a-b+16)x+4b-8$
 $(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots㉠$
㉠이 x 에 대한 항등식이므로,
 $a-b+16=3, 4b-8=4$
 $\therefore a=-10, b=3$
 $\therefore a+b=-7$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$ 의 양변의 계수를 비교하여 $a=-10, b=3, p=-4$ 를 구해도 된다.

14. a, b 는 정수이고, $ax^3 + bx^2 + 1$ 이 $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때, b 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1+a)x^2 + (1-a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1+a) = b, 1-a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

15. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 이 $x^2 + 1$ 로 나누어떨어질 때, 상수 a, b 의 값을 정하면?

① $a = -1, b = 3$

② $a = 1, b = 3$

③ $a = 3, b = -1$

④ $a = -3, b = -1$

⑤ $a = 3, b = 1$

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + ax^2 + bx + 3 \\ &= (x^2 + 1)(x + c) \\ &= x^3 + cx^2 + x + c \\ \therefore & a = c, b = 1, c = 3 \\ \text{따라서 } & a = 3, b = 1 \end{aligned}$$

16. x 의 다항식 $x^3 + ax + b$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때, 나머지가 $2x + 1$ 이 되도록 상수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^3 + ax + b$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때,
몫을 $x + q$ 라 하면 (일반적으로 $px + q$ 로 해야겠지만 x^3 의 계수가 1이므로 $x + q$)
 $x^3 + ax + b = (x^2 - 3x + 2)(x + q) + 2x + 1$
 $\therefore x^3 + ax + b = (x - 2)(x - 1)(x + q) + 2x + 1$
이 등식은 x 에 관한 항등식이므로
 $x = 1$ 을 대입하면 $1 + a + b = 2 + 1 \cdots \textcircled{㉠}$
 $x = 2$ 를 대입하면 $8 + 2a + b = 4 + 1 \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에서 $a = -5, b = 7$
 $\therefore a + b = 2$

17. 다항식 $x^3 - 4x^2 + ax + b$ 가 $x^2 + 2$ 로 나누어 떨어질 때, $3a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - 4x^2 + ax + b \\ &= (x^2 + 2)(x - \alpha) \text{라 놓을 수 있다.} \\ x^3 - \alpha x^2 + 2x - 2\alpha &= x^3 - 4x^2 + ax + b \\ \therefore \alpha &= 4, \quad a = 2, \quad b = -8 \\ \therefore 3a + b &= -2 \end{aligned}$$

18. 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 7$ 을 $x + 2$ 로 나누면 나머지가 5이다. 이 때, a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$f(x) = x^4 - 3x^2 + ax + 7$$

$$f(x) = (x + 2)Q(x) + 5$$

$$\therefore f(-2) = 5$$

$$f(-2) = 16 - 12 - 2a + 7 = 5$$

$$\therefore a = 3$$

19. 다항식 $f(x)$ 를 두 일차식 $x-1$, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$

② $-x+3$

③ $x-3$

④ $-x-3$

⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로
 $f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$ 를 대입하면

$$f(1) = a + b = 2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

두 식을 연립하여 구하면 $a = -1, b = 3$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x+3$

20. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$, $x+2$ 로 나누었을 때, 나머지가 각각 5, 3이라 한다. 이 때, 다항식 $f(x)$ 를 x^2-4 로 나눈 나머지를 구하면 $ax+b$ 이다. $4a+b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$f(2) = 5, f(-2) = 3$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 2)(x + 2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

$$f(2) = 2a + b = 5, f(-2) = -2a + b = 3$$

$$a = \frac{1}{2}, b = 4$$

21. 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지가 -3 이고, $x-3$ 으로 나눈 나머지가 5 이다. $f(x)$ 를 $(x+1)(x-3)$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x-1$

해설

$$f(-1) = -3, f(3) = 5$$

$$f(x) = (x+1)(x-3)Q(x) + ax + b$$

$$-a + b = -3, 3a + b = 5$$

$$a = 2, b = -1$$

$$\therefore ax + b = 2x - 1$$

22. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지가 각각 1, 2일 때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눈 나머지를 구하면?

① $x-1$

② $x+1$

③ $-x+1$

④ x

⑤ $-x$

해설

$$f(x) = (x-1)Q_1(x) + 1 \Rightarrow f(1) = 1$$

$$f(x) = (x-2)Q_2(x) + 2 \Rightarrow f(2) = 2$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q_3(x) + ax + b \text{라 하면,}$$

$$f(1) = a + b = 1, \quad f(2) = 2a + b = 2 \text{이다.}$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 0 \text{이므로 나머지는 } x$$

23. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눌 때의 나머지는 3이고, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 1이다. 이 다항식을 $(x-1)(x-2)$ 로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $-2x+1$

② $-2x-1$

③ $-2x+3$

④ $-2x+5$

⑤ $-2x+7$

해설

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \text{ 라 하면,}$$

$$f(1) = 3, f(2) = 1 \text{ 이므로}$$

$$f(1) = a + b = 3, f(2) = 2a + b = 1 \text{ 연립하면}$$

$$a = -2, b = 5$$

$\therefore$ 나머지는 $-2x+5$ 이다.

24. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$, $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 각각 1, -4 이다. $f(x)$ 를 x^2+x-6 으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(5)$ 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$f(2) = 1, f(-3) = -4$$

$$R(x) = ax + b \text{라 하면}$$

$$f(x) = (x+3)(x-2)Q(x) + ax + b$$

$$2a + b = 1, -3a + b = -4$$

$$\therefore a = 1, b = -1$$

$$R(x) = x - 1$$

$$R(5) = 5 - 1 = 4$$

25. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지가 2이고, $x+2$ 로 나눈 나머지가 5이다. 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x+2)$ 로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(2)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

나머지 정리에 의하여,
 $f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$ 라 할 수 있다.
 $f(1) = a + b = 2$
 $f(-2) = -2a + b = 5$
연립하면, $a = -1$ $b = 3$
 $\therefore R(x) = -x + 3$
 $R(2) = 1$

26. 다항식 $ax^3 + bx^2 - 4$ 가 $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어지도록 a, b 를 정할 때, a 와 b 의 곱을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)Q(x)$$
$$= (x - 1)(x + 2)Q(x)$$
양변에 $x = 1, x = -2$ 를 각각 대입하면
$$a + b - 4 = 0, -8a + 4b - 4 = 0$$
두 식을 연립하여 풀면 $a = 1, b = 3$
$$\therefore ab = 3$$

해설

$$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)(ax + 2)$$
우변을 전개하여 계수를 비교하면
$$a = 1, b = 3 \therefore ab = 3$$

27. 등식 $3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$ 이 x 에 관한 항등식일 때, 상수 b 의 값은?

- ① 3
- ② -4
- ③ 2
- ④ 8
- ⑤ 6

해설

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$$
$$= (x - 1) \{ a(x - 1) + b \} + c$$

1		3	2	1	
			3	5	
1		3	5	6	← c
			3		
		3	8		← c
		↑			
		a			

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $c = 6$
 $3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + 6$
 $\rightarrow 3x^2 + 2x - 5 = a(x - 1)^2 + b(x - 1)$
 $\rightarrow (x - 1)(3x + 5) = a(x - 1)^2 + b(x - 1)$
 $\rightarrow$ 양변을 $x - 1$ 로 나누면
 $3x + 5 = a(x - 1) + b = ax - a + b$
 $\therefore a = 3, b = 8$
※ 준식의 우변을 모두 전개해서 계수비교하여 구할 수도 있다.

28. k 의 값에 관계없이 $(3k^2 + 2k)x - (k + 1)y - (k^2 - 1)z$ 의 값이 항상 1 일 때, $x + y + z$ 의 값은?

- ① -3 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 8

해설

주어진 식을 k 에 대하여 정리하면
 $k^2(3x - z) + k(2x - y) - (y - z) = 1$
위 식이 k 의 값에 관계없이 성립하므로 k 에 대한 항등식이다.

$$\begin{cases} 3x - z = 0 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 2x - y = 0 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ z - y = 1 & \sim \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면
 $x = 1, y = 2, z = 3$
 $\therefore x + y + z = 6$

29. 등식 $(2k+1)y - (k+3)x + 10 = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$(\text{준식}) = (y - 3x + 10) + (2y - x)k = 0$$

$$\therefore 2y = x, y - 3x = -10$$

$$\therefore x = 4, y = 2$$

$$\therefore x + y = 6$$

30. $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눌 때 나머지가 3이다. 또, 이때의 몫을 $x+3$ 으로 나눈 나머지가 2이면 $f(x)$ 를 x^2+2x-3 으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x+1$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)Q(x) + 3 \\ &= (x-1)\{(x+3)Q'(x) + 2\} + 3 \\ &= (x-1)(x+3)Q'(x) + 2(x-1) + 3 \\ &= (x^2 + 2x - 3)Q'(x) + 2x + 1 \end{aligned}$$

따라서, 구하는 나머지는 $2x+1$