

1. 다음 보기의 수를 $a\sqrt{b}$ 로 나타냈을 때, a 가 다른 하나를 골라라.

보기

㉠ $3\sqrt{7}$

㉡ $\sqrt{18}$

㉢ $\sqrt{45}$

㉣ $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{7}}$

▶ 답:

▶ 정답: ㉣

해설

㉡ $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

㉢ $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

㉣ $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{7}} = \sqrt{3}$

따라서 a 가 다른 하나는 ㉣이다.

2. $\sqrt{8} - \frac{1}{\sqrt{18}} + \frac{1}{\sqrt{32}} = k\sqrt{2}$ 일 때, k 의 값은?

① 2

② $\frac{23}{12}$

③ $\frac{47}{24}$

④ 3

⑤ $\frac{57}{24}$

해설

$$\begin{aligned} 2\sqrt{2} - \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{2}} &= 2\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{2}}{8} \\ &= \frac{48\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2}}{24} \\ &= \frac{47\sqrt{2}}{24} \end{aligned}$$

3. 두 이차방정식 $x^2 + 9x + a = 0$, $x^2 + bx + 10 = 0$ 의 공통인 근이 -2 일 때, $\frac{a}{b}$ 를 구하면?

- ① 1 ② -2 ③ 2 ④ -3 ⑤ 3

해설

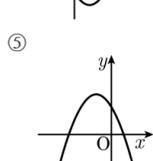
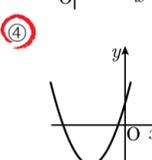
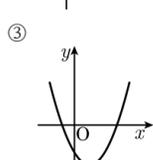
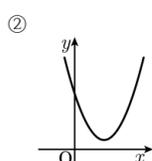
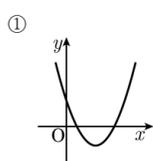
두 이차방정식의 공통인 근이 -2 이므로 각각의 방정식에 $x = -2$ 를 대입하면

$$4 - 18 + a = 0, 4 - 2b + 10 = 0$$

$$\therefore a = 14, b = 7$$

$$\therefore \frac{a}{b} = 2$$

4. 다음 중 $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ 일 때, 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 될 수 있는 것은?



해설

$a > 0$ 이므로 아래로 볼록한 포물선,
 $ab > 0$ 이므로 대칭축이 y 축의 왼쪽에 있고, $c > 0$ 이므로 y 절편이 양수인 그래프

5. $3a^2b - ab$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① 1 ② a ③ b ④ ab ⑤ a^2b

해설

$3a^2b - ab = ab(3a - 1)$ 이므로 $3a^2b - ab$ 의 인수에 a^2b 는 없다.

6. $x^2 - y^2 + 8y - 16 = (A)(B)$ 일 때, $A + B = x^2$ 의 해를 구하면?(단, $x \neq 0$)

- ① $x = 1$ ② $x = 2$ ③ $x = 3$ ④ $x = 4$ ⑤ $x = 5$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 + 8y - 16 &= x^2 - (y^2 - 8y + 16) \\ &= x^2 - (y - 4)^2 \\ &= (x + y - 4)(x - y + 4)\end{aligned}$$

$$A + B = (x + y - 4) + (x - y + 4) = x^2 \text{ 에서}$$

$$x^2 = 2x \text{ 에서 } x = 0 \text{ 또는 } x = 2,$$

조건에서 $x \neq 0$ 이므로, $x = 2$ 이다.

7. $x = 1 + \sqrt{2}$, $y = 3\sqrt{2} - 4$ 일 때, $3x^2 - 4xy + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $35 - 14\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & 3x^2 - 4xy + y^2 \\ &= (3x - y)(x - y) \\ &= \{3(1 + \sqrt{2}) - (3\sqrt{2} - 4)\} \\ &\quad \times \{(1 + \sqrt{2}) - (3\sqrt{2} - 4)\} \\ &= (3 + 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 4)(1 + \sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 4) \\ &= 7(5 - 2\sqrt{2}) \\ &= 35 - 14\sqrt{2} \end{aligned}$$

8. $ax - by = 2\sqrt{3} + 3$, $bx - ay = 2\sqrt{3} - 3$ 일 때, $(a^2 - b^2)(x^2 - y^2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $24\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & (a^2 - b^2)(x^2 - y^2) \\ &= a^2x^2 - a^2y^2 - b^2x^2 + b^2y^2 \\ &= (a^2x^2 - 2abxy + b^2y^2) - (a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2) \\ &= (ax - by)^2 - (ay - bx)^2 \\ &= (2\sqrt{3} + 3)^2 - (-2\sqrt{3} + 3)^2 \\ &= 24\sqrt{3} \end{aligned}$$

9. 이차방정식 $4x^2 - 8x + a = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 4$

해설

$$\begin{aligned}4x^2 - 8x + a &= 0 \\4(x^2 - 2x) &= -a \\4(x^2 - 2x + 1) &= -a + 4 \\4(x - 1)^2 &= -a + 4 \\-a + 4 &= 0 \\ \therefore a &= 4\end{aligned}$$

10. 다음 중 y 가 x 에 관한 이차함수인 것은?

- ① 반지름의 길이가 x 인 원의 둘레의 길이 y
- ② 밑변의 길이가 4, 높이가 x 인 삼각형의 넓이 y
- ③ 가로가 x , 세로가 10 인 직사각형의 넓이 y
- ④ 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 넓이 y
- ⑤ 시간이 x , 속력이 40 일 때의 거리 y

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.

① $y = 2\pi x$ (일차함수)

② $y = \frac{1}{2} \times 4 \times x = 2x$ (일차함수)

③ $y = 10x$ (일차함수)

④ $y = x^2$ (이차함수)

⑤ $y = 40x$ (일차함수)

11. 이차함수 $y = 4x^2 + kx + 2$ 의 그래프의 꼭짓점이 $y = x - 1$ 의 그래프 위에 있고 $x > a$ 이면 y 의 값이 증가하고, $x < a$ 이면 y 의 값은 감소한다. 이 때 꼭짓점의 좌표를 구하여라. (단, $a < 0$)

- ① $(-1, -1)$ ② $(-1, -2)$ ③ $(1, 1)$
④ $(1, 2)$ ⑤ $(1, 3)$

해설

축의 방정식이 $x = a$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표가 a 이다.
따라서 $(a, a-1)$ 을 지나므로 $y = 4(x-a)^2 + a - 1 = 4x^2 - 8ax + 4a^2 + a - 1$ 이고 $4a^2 + a - 1 = 2$ 이다.
따라서 $(4a-3)(a+1) = 0$ 이므로 $a = -1(a < 0)$ 이므로 꼭짓점은 $(-1, -2)$ 이다.

12. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\frac{5}{6}$ 이다.
- ② 음이 아닌 수의 제곱근은 양수와 음수 2개가 있다.
- ③ 제곱근 $\frac{9}{16}$ 는 $\frac{3}{4}$ 이다.
- ④ 제곱근 7은 $\sqrt{7}$ 이다.
- ⑤ 3.9의 제곱근은 1개이다.

해설

- ① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{5}{6}$ 이다.
- ② 0의 제곱근은 0이다.
- ③ 3.9의 제곱근은 2개이다.

13. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 것은?

- ① a ② a^3 ③ \sqrt{a} ④ $\frac{1}{a^3}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$a = \frac{1}{2}$ 라고 하면

- ① $\frac{1}{2}$
② $\frac{1}{8}$
③ $\sqrt{\frac{1}{2}}$
④ 8
⑤ $\sqrt{2}$

14. 한 변의 길이가 a 이고 높이가 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ 인 정삼각형과 그 둘레의 길이가 같은 정사각형이 있다면, 이 정사각형의 넓이는 정삼각형 넓이의 몇 배인가?

- ① 1 배 ② 2 배 ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 배
④ $3\sqrt{3}$ 배 ⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ 배

해설

$$\text{정삼각형의 넓이는 } \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2,$$

정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{3}{4}a$ 이므로 정사각형의 넓이는 $\frac{9}{16}a^2$

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \times \square = \frac{9}{16}a^2$$

$$\therefore \square = \frac{3\sqrt{3}}{4} \text{ (배)}$$

15. 다음은 인수분해 과정을 나타낸 것이다. 안에 들어갈 말을 차례대로 나열한 것은?

$$\textcircled{㉠} 2x^3 - 8x^2 - 10x = 2x(x^2 - 4x - 5)$$

$$= 2x(x - 5)(\text{})$$

$$\textcircled{㉡} (x + y)^2 + 3(x + y) + 2 \text{ 에서 } \text{} \text{를 A 로 치환한다.}$$

① $x - 1, x - y$

② $x - 1, x + y$

③ $x + 1, x - y$

④ $x + 1, x + y$

⑤ $x, x + y$

해설

$$\textcircled{㉠} 2x^3 - 8x^2 - 10x = 2x(x^2 - 4x - 5)$$

$$= 2x(x - 5)(x + 1)$$

16. 이차방정식 $-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? (단, $\alpha < \beta$)

- ① $\frac{10}{3}$ ② $-\frac{8}{3}$ ③ -1 ④ 3 ⑤ $-\frac{13}{8}$

해설

$$-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3),$$

$$-x + \frac{2}{5}(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$$

양변에 15를 곱하여 정리하면

$$-15x + 6(x^2 + 1) = -5(x-1)(2x+3)$$

$$16x^2 - 10x - 9 = 0$$

근의 공식을 이용하여 근을 구하면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{16} = \frac{5 \pm 13}{16}$$

$$\therefore x = \frac{9}{8} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha < \beta \text{ 이므로 } \alpha = -\frac{1}{2}, \beta = \frac{9}{8}$$

$$\therefore \alpha - \beta = -\frac{13}{8}$$

17. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{3}{2} < a < 2$ ② $-\frac{3}{2} < a < -2$ ③ $\frac{3}{2} < a < 2$
④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$ ⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$\frac{3}{2} < |a| < 2$
 $\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$
이다.

18. 이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이 되도록 평행 이동하면 점 (k, 6) 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : -1

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{2}{3}(x-2)^2$ 이다. 점 (k, 6) 을 지나므로 대입하면 $6 = \frac{2}{3}(k-2)^2$, $9 = (k-2)^2$, $k-2 = \pm 3$ 따라서 $k = 5, -1$ 이다.

19. 이차함수 $y = -x^2 - 2kx + 4k$ 의 최댓값이 M 일 때, M 의 최솟값을 구하면?

- ① 1 ② -2 ③ 3 ④ -4 ⑤ 5

해설

$$y = -x^2 - 2kx + 4k = -(x+k)^2 + k^2 + 4k$$

$$M = k^2 + 4k \text{ 이므로}$$

$$M = (k+2)^2 - 4 \text{ 이다.}$$

따라서 M 의 최솟값은 -4 이다.

20. $\sqrt{56 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1022

해설

$$\sqrt{56 \times a} = \sqrt{2^2 \times 14 \times a}$$

$$\therefore a = 14 \times x^2$$

$$100 \leq 14 \times x^2 < 1000$$

$$x^2 = 9, 16, 25, 36, 49, 64$$

$$a = 126, 224, 350, 504, 686, 896$$

가장 작은 세 자리의 수 : 126

가장 큰 세 자리의 수 : 896

$$126 + 896 = 1022$$

21. $ab - 6a + 5b - 48 = 0$ 을 만족하는 정수 a, b 의 순서쌍의 개수는? (단, $a > 0, b > 0$)

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$$ab - 6a + 5b - 48 = 0$$

$$b(a + 5) - 6a - 48 = 0$$

$$b(a + 5) - 6(a + 5) - 18 = 0$$

$$(a + 5)(b - 6) = 18$$

$$a > 0, b > 0 \text{ 이므로 } a + 5 > 5$$

$$(i) a + 5 = 18, b - 6 = 1$$

$$a = 13, b = 7$$

$$(ii) a + 5 = 9, b - 6 = 2$$

$$a = 4, b = 8$$

$$(iii) a + 5 = 6, b - 6 = 3$$

$$a = 1, b = 9$$

\therefore 순서쌍 a, b 의 개수는 3개

22. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대한 다음 식을 간단히 하여라.

$$\frac{x^2}{(x-y)(z-x)} - \frac{y^2}{(y-z)(y-x)} + \frac{z^2}{(x-z)(z-y)}$$

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x^2}{(x-y)(z-x)} - \frac{y^2}{(y-z)(y-x)} + \frac{z^2}{(x-z)(z-y)} \\ &= \frac{x^2(y-z) + y^2(z-x) + z^2(x-y)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= \frac{(y-z)x^2 - (y^2 - z^2)x + y^2z - yz^2}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= \frac{(y-z)\{x^2 - (y+z)x + yz\}}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= \frac{-(x-y)(y-z)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= -1 \end{aligned}$$

23. 어떤 정사각형의 모든 변의 길이를 4cm 씩 늘렸더니, 그 넓이가 처음의 4배가 되었다. 처음 정사각형의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답: 16 cm

해설

처음 정사각형의 변의 길이를 x cm 라 하면

$$4x^2 = (x + 4)^2$$

$$3x^2 - 8x - 16 = 0$$

$$(3x + 4)(x - 4) = 0$$

$$x = -\frac{4}{3} \text{ 또는 } x = 4 \text{ 이다.}$$

$x > 0$ 이므로 $x = 4$ 이다.

따라서 둘레의 길이는 $4 \times 4 = 16$ (cm) 이다.

24. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = 16$ 사이에 둘러싸인 도형 내부의 좌표 중, x, y 좌표의 값이 모두 정수인 점의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 163 개

해설

$y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = 16$ 이 만나는 두 점은 각각 $(-8, 16), (8, 16)$
둘러싸인 부분의 x 좌표의 범위는 $-8 \leq x \leq 8$ 이므로 이 범위 안의 정수는 $-8, -7, \dots, 7, 8$ 의 17개가 있다. 따라서
 x 좌표가 -8 일 때: 1 개
 x 좌표가 -7 일 때:
 y 좌표는 13부터 16까지이므로 4 개
 x 좌표가 -6 일 때:
 y 좌표는 9부터 16까지이므로 8 개
 x 좌표가 -5 일 때:
 y 좌표는 7부터 16까지이므로 10 개
 x 좌표가 -4 일 때:
 y 좌표는 4부터 16까지이므로 13 개
 x 좌표가 -3 일 때:
 y 좌표는 3부터 16까지이므로 14 개
 x 좌표가 -2 일 때:
 y 좌표는 1부터 16까지이므로 16 개
 x 좌표가 -1 일 때:
 y 좌표는 1부터 16까지이므로 16 개
 x 좌표가 0일 때: 1 개
 $\therefore 2 \times (4 + 8 + 10 + 13 + 14 + 16 + 16) + 1 = 163$ (개)

25. $2x+y=a+1$, $x+2y=5(a-2)$ 를 만족하는 x, y 에 대하여 x^2+y^2 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{5}{2}$

해설

$$2x+y=a+1 \cdots \textcircled{A}$$

$$x+2y=5(a-2) \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A} \times 2 - \textcircled{B}$ 을 하면

$$3x = -3a + 12, \quad x = -a + 4$$

$x = -a + 4$ 를 \textcircled{A} 에 대입하면

$$y = 3a - 7$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (-a+4)^2 + (3a-7)^2 \\ &= a^2 - 8a + 16 + 9a^2 - 42a + 49 \\ &= 10a^2 - 50a + 65 \\ &= 10\left(a - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{5}{2} \end{aligned}$$

\therefore 최솟값 $\frac{5}{2}$