

1. 이차함수 $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ 에 대하여 $f(0) - f(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$f(0) = 2 \times 0^2 - 3 \times 0 + 1 = 1$$

$$f(1) = 2 \times 1^2 - 3 \times 1 + 1 = 0$$

$$\therefore 1 - 0 = 1$$

2. 이차함수 $y = 4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시키면 점 $(m, 4)$ 을 지난다고 한다. m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

▷ 정답 : -3

해설

$y = 4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 함수의 식은 $y = 4(x + 2)^2$ 이고, 점 $(m, 4)$ 를 지나므로

$$4 = 4(m + 2)^2$$

$$\therefore m = -1 \text{ 또는 } m = -3$$

3. $y = -3(x - 2)^2 + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -5 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 식의 x^2 의 계수는?

① 3

② -3

③ 6

④ -6

⑤ -18

해설

그래프를 평행이동했을 때 이차항의 계수는 변하지 않는다.

4. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 이차함수는?

① $y = -2x^2$

② $y = -\frac{1}{2}x^2$

③ $y = 2x^2$

④ $y = \frac{1}{2}x^2$

⑤ $y = \frac{1}{3}x^2$

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 y 대신에 $-y$ 를 대입하면

$y = \frac{1}{2}x^2$ 이다.

5. $y = -2x^2 + 4x - 5$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $y = -2x^2$ 의 그래프와 모양이 같다.

② 제3 사분면을 지나지 않는다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -3)$ 이다.

④ y 축과의 교점은 $(0, -5)$ 이다.

⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

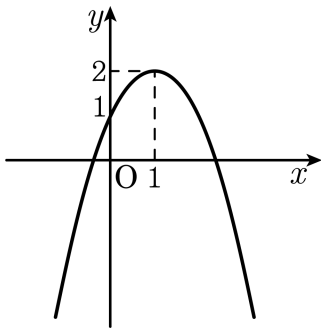
해설

$$\begin{aligned}y &= -2x^2 + 4x - 5 \\&= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5 \\&= -2(x - 1)^2 - 3\end{aligned}$$

② 위로 볼록한 모양의 포물선이고 꼭짓점의 좌표가 $(1, -3)$, y 절편이 $(0, -5)$ 이므로 제 3 사분면을 지난다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(1, -3)$ 이다

6. 다음 그래프는 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.
평행이동한 그래프의 식을 구하면?



① $y = -x^2 + 1$

② $y = -x^2 + 2$

③ $y = -(x-1)^2$

④ $y = -(x-1)^2 + 2$

⑤ $y = -(x+1)^2 + 2$

해설

$y = -x^2$ 을 x 축으로 1 만큼 y 축 방향으로 2 만큼 평행이동했으므로

$y = -(x-1)^2 + 2$ 이다.

7. 다음 이차함수의 그래프 중 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$

② $y = 3x^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$

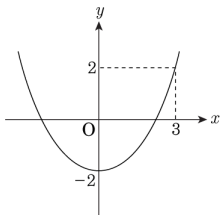
④ $y = 2x^2 + 5x - 8$

⑤ $y = x^2 + 4x - 1$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.
따라서 절댓값이 가장 큰 것은 ②이다.

8. 다음 그림과 같은 그래프를 가지는 이차함수의 식은?



① $y = 4x^2 + 2$

② $y = -4x^2 - 2$

③ $y = 3x^2 - 2$

④ $y = \frac{2}{9}x^2 - 2$

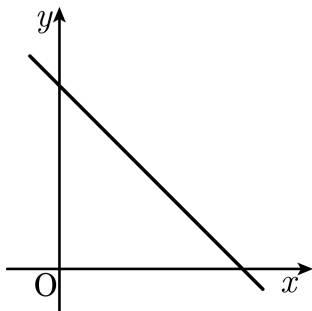
⑤ $y = \frac{4}{9}x^2 - 2$

해설

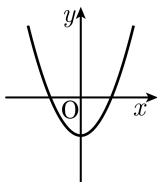
그래프의 이차함수의 꼭짓점은 $(0, -2)$ 이므로 $y = ax^2 - 2$ 이고
 $(3, 2)$ 를 지나므로 $2 = 9a - 2$, $a = \frac{4}{9}$ 이다.

따라서 그래프의 식은 $y = \frac{4}{9}x^2 - 2$ 이다.

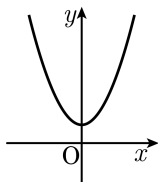
9. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는?



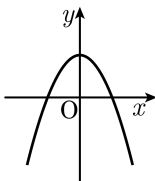
①



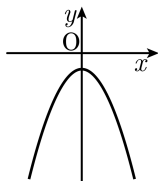
②



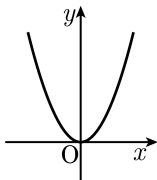
③



④



⑤



해설

$y = ax^2 + b$ 그래프에서 $a < 0$, $b > 0$ 이므로 위로 볼록하고 y 절편이 양수이다.

10. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① $y = 4x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(0, -\frac{1}{2})$ 이다.
- ③ $x > 0$ 일 때 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ④ 아래로 볼록하다.
- ⑤ $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 서로 대칭이다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.

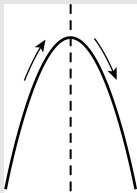
꼭짓점은 $(0, 0)$, 대칭축은 y 축, 즉 $x = 0$ 이다.

$a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다. $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.

$y = -ax^2$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.

이에 따라 살펴보면 ①, ②, ④는 옳지 않다.

③에서 위로 볼록하므로 x 의 오른쪽(축보다 큰 범위)에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.



11. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x+3)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 0)$ 이다.

② $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.

③ 축의 방정식은 $x = -3$ 이다.

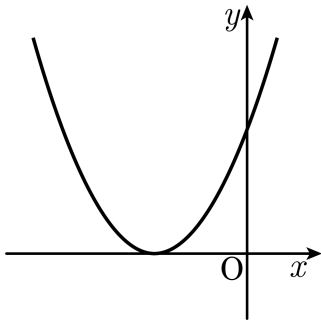
④ 점 $(1, -8)$ 을 지난다.

⑤ $x > -3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 것이다.

12. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 항상 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



- ① $a < 0$ ② $aq < 0$ ③ $a + p < 0$
 ④ $pq = 0$ ⑤ $a - p + q > 0$

해설

이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 가 아래로 볼록이므로 $a > 0$, 꼭짓점 (p, q) 가 x 축 위에 있고 원점을 기준으로 왼쪽에 있으므로 $p < 0, q = 0$ 이다.

- ① $a > 0$
 ② $aq = 0$
 ③ 알 수 없다.

13. 다음 중 이차함수의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① $y = 2x^2 + 1$ 의 그래프는 아래로 볼록하다.
- ② $y = -2(x + 2)^2$ 의 그래프는 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 시킨 것이다.
- ③ $y = -(x - 5)^2$ 의 그래프는 x 축과 한 점에서 만난다.
- ④ $y = -(x - 3)^2 + 1$ 의 그래프의 꼭짓점 좌표는 $(3, 1)$ 이다.
- ⑤ $y = x^2$ 의 그래프는 $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

② $y = -2(x + 2)^2$ 은 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 것이다.

14. 세 점 $(0, 8), (1, -2), (3, -10)$ 을 지나는 포물선의 축의 방정식은?

① $x = 1$

② $x = 2$

③ $x = 3$

④ $x = 4$

⑤ $x = 5$

해설

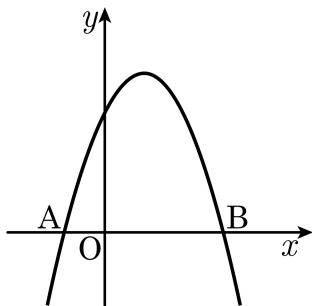
$y = ax^2 + bx + c$ 로 놓고 세 점 $(0, 8), (1, -2), (3, -10)$ 을 각각 대입하면

$$c = 8, a + b + 8 = -2, 9a + 3b + 8 = -10$$

$$\therefore a = 2, b = -12, c = 8$$

$y = 2x^2 - 12x + 8 = 2(x - 3)^2 - 10$ 따라서 축의 방정식은 $x = 3$ 이다.

15. 포물선 $y = -x^2 + 2x + k$ 의 그래프가 다음 그림과 같고 $\overline{AB} = 4$ 일 때, k 의 값은?



① 3

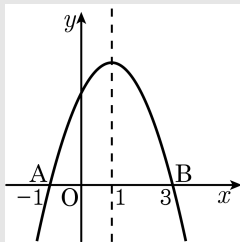
② 1

③ 0

④ -1

⑤ -3

해설



$$y = -x^2 + 2x + k = -(x-1)^2 + 1 + k$$

대칭축이 $x = 1$ 이고 $\overline{AB} = 4$ 이므로 그래프의 좌우대칭성에 의하여 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$

$$\therefore y = -(x+1)(x-3) = -x^2 + 2x + 3$$

따라서, $k = 3$ 이다.

16. 합이 16 인 두 수가 있다. 이 두수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 50

② 62

③ 64

④ 79

⑤ 83

해설

두 수를 각각 x , $16 - x$ 라고 하면

$$y = x(16 - x)$$

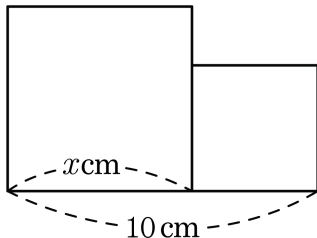
$$= -x^2 + 16x$$

$$= -(x^2 - 16x + 64 - 64)$$

$$= -(x - 8)^2 + 64$$

$x = 8$ 일 때, 최댓값 64 을 갖는다.

17. 다음 그림과 같이 길이가 10cm 인 선분을 둘로 나누어 각각을 한 변으로 하는 두 정사각형을 만들려고 한다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 최소값을 구하여라.



① 20

② 30

③ 40

④ 45

⑤ 50

해설

한 정사각형의 한 변의 길이를 x cm, 다른 한 정사각형의 한 변의 길이를 $(10 - x)$ cm 라고 놓으면,

$$\begin{aligned} y &= x^2 + (10 - x)^2 \\ &= 2x^2 - 20x + 100 \\ &= 2(x - 5)^2 - 50 \end{aligned}$$

따라서 최소값은 $50(\text{cm}^2)$ 이다.

18. 이차함수 $y = x^2 + ax - b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{b}{a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{4}$

해설

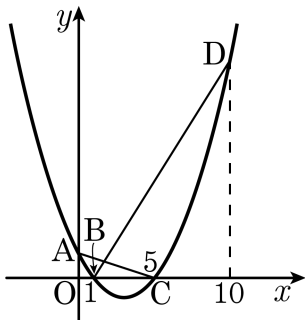
$$y = x^2 + ax - b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} - b ,$$

꼭짓점 $\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} - b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} - b = 0$,

$$b = -\frac{a^2}{4} ,$$

$$\therefore \frac{b}{a^2} = b \times \frac{1}{a^2} = -\frac{a^2}{4} \times \frac{1}{a^2} = -\frac{1}{4}$$

19. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC 의 넓이가 12 일 때, 삼각형 BCD 의 넓이를 구하면?



① 106

② 107

③ 108

④ 109

⑤ 110

해설

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times c = 12 \text{ 이다.}$$

$c = 6$, 즉 $A(0, 6)$ 이다.

$$y = ax^2 + bx + 6 = a(x - 1)(x - 5) = ax^2 - 6ax + 5a \text{ 이다.}$$

$$5a = 6, a = \frac{6}{5}, b = -\frac{36}{5} \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{6}{5}x^2 - \frac{36}{5}x + 6 \text{ 이므로 } D(10, 54) \text{ 이다.}$$

$$\Delta BCD = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times 54 = 108$$

20. 다음 포물선 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 꼭짓점을 A 라 하고, x 축과의 교점을 B, C 라 할 때, $\triangle ABO$ 의 넓이는?

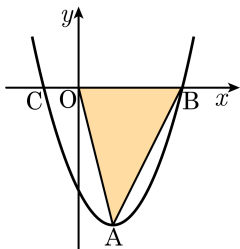
① 16

② 8

③ 12

④ 6

⑤ 10



해설

$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$$

A 의 좌표는 $(1, -4)$ 이다.

x 축과 교점은 $y = 0$ 일 때이므로

$$0 = (x - 1)^2 - 4 \text{ 이다.}$$

따라서 $x = -1$ 또는 $x = 3$ 이다.

B 의 좌표는 $(3, 0)$ 이다.

$$\therefore \triangle ABO = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

21. $x = -3$ 일 때 최댓값 4 를 갖고, y 절편이 2 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, 상수 a, b, c 의 곱 abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{16}{27}$

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x+3)^2 + 4 \\&= a(x^2 + 6x + 9) + 4 \\&= ax^2 + 6ax + 9a + 4\end{aligned}$$

$$9a + 4 = 2, \quad 9a = -2 \text{ 이므로 } a = -\frac{2}{9}$$

$$y = -\frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 2$$

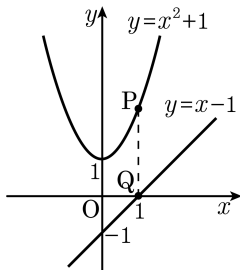
$$\therefore abc = \left(-\frac{2}{9}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times 2 = \frac{16}{27}$$

22. 포물선 $y = x^2 + 1$ 위의 한 점 P 에서 y 축에
평행인 직선을 그어 직선 $y = x - 1$ 과 만나는
점을 Q 라 할 때 $\overline{PQ}$ 의 최솟값을 구하면?

① $\frac{1}{2}$
④ $\frac{7}{3}$

② $\frac{7}{4}$
⑤ $\frac{5}{2}$

③ $\frac{6}{5}$



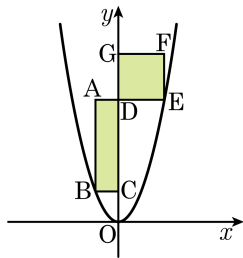
해설

$\overline{PQ}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의
x 좌표는 같다. 이때, 점 P 의 좌표를
($t, t^2 + 1$) 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 ($t, t - 1$)

$$\begin{aligned}\overline{PQ} &= t^2 + 1 - (t - 1) \\ &= t^2 - t + 2 \\ &= \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}\end{aligned}$$

따라서 $t = \frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 $\frac{7}{4}$

23. 다음 그림에서 포물선은 $y = 2x^2$ 이고, 직사각형 ABCD의 넓이와 정사각형 DEFG의 넓이는 같다. $\overline{DE} = 2\overline{AD}$ 일 때, 점 E의 x 좌표값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

해설

점 E의 x 좌표값을 p 라 하면 $\overline{DE} = 2\overline{AD} = p$ 이다.

□ABCD = □DEFG 에서 $\overline{AD} \times \overline{CD} = \overline{DE}^2$,

$$\frac{1}{2}\overline{DE} \times \overline{CD} = \overline{DE}^2$$

$$\therefore \overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{CD}, \overline{CD} = 2p \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

또, $\overline{BC} = \overline{AD} = \frac{p}{2}$ 이므로 점 B $\left(-\frac{p}{2}, \frac{p^2}{2}\right)$, $\overline{OC} = \frac{p^2}{2}$,

$\overline{DE} = p$ 에서 점 E($p, 2p^2$), $\overline{OD} = 2p^2$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OD} - \overline{OC} = 2p^2 - \frac{p^2}{2} = \frac{3}{2}p^2 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } \frac{3}{2}p^2 = 2p, p(3p - 4) = 0$$

$$\therefore p = \frac{4}{3} (\because p > 0)$$

따라서 점 E의 x 좌표값은 $\frac{4}{3}$ 이다.

24. 좌표평면 위의 두 점 $A(4, 1)$, $B(1, -2)$ 와 직선 $y = 2x$ 위의 한 점 P 에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{211}{10}$

해설

점 P 의 좌표를 $(a, 2a)$ 라 하면

$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 &= (a-4)^2 + (2a-1)^2 + (a-1)^2 + (2a+2)^2 \\ &= 10a^2 - 6a + 22 \\ &= 10\left(a - \frac{3}{10}\right)^2 + \frac{211}{10}\end{aligned}$$

따라서 $a = \frac{3}{10}$ 일 때, 최솟값은 $\frac{211}{10}$ 이다.

25. 함수 $y = x^2 - q$, $y = -x^2 + q$ 의 그래프에 의하여 둘러싸인 부분에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값이 21 일 때, q 의 값을 구하여라. (단, $q > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

포물선의 축이 $x = 0$ 이므로 직사각형은 직선 $x = 0$ 에 대하여 대칭이다.

직사각형이 x 축과 만나는 점의 x 좌표를 $-t, t$ 라 하면 가로 길이는 $2t$,

세로의 길이는 $(-t^2 + q) - (t^2 - q) = -2t^2 + 2q$

이므로 직사각형의 둘레의 길이는

$$2(-2t^2 + 2q + 2t) = -4\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + 4q + 1 \text{ 이다.}$$

따라서 $t = \frac{1}{2}$ 일 때, 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은 $4q + 1 = 21$ 이므로 $q = 5$ 이다.