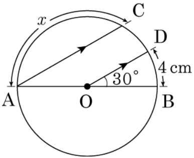
1. 다음 그림에서 x 의 값은?



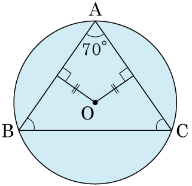
① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

해설

$\angle BOD = \angle OAC = \angle OCA = 30°$ 이므로

$\angle AOC = 120°$ 이므로 $30 : 120 = 4 : x$ $\therefore x = 16$ 이다.

2. 다음 그림에서 $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle B$ 의 크기는?

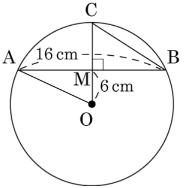


① 55°　② 60°　③ 65°　④ 70°　⑤ 75°

해설

원의 중심에서 접선까지의 거리가 같으므로
$\overline{AB} = \overline{AC}$ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로,
$\angle B = (180° - 70°) \div 2 = 55°$

3. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{OC}$ 이고, $\overline{AB} = 16\text{cm}$, $\overline{OM} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

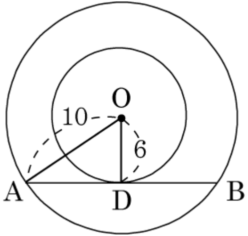


① $4\sqrt{5}\text{cm}$ ② $4\sqrt{14}\text{cm}$ ③ $8\sqrt{3}\text{cm}$
④ $8\sqrt{5}\text{cm}$ ⑤ $9\sqrt{3}\text{cm}$

해설

$\overline{AM} = \overline{BM} = 8\text{cm}$, $\triangle AMO$ 에서 $\overline{AO} = 10\,\text{cm}$,
반지름이 $10\,\text{cm}$이므로 $\overline{CM} = 4\text{cm}$
$\triangle CMB$ 에서 $\overline{BC} = 4\sqrt{5}\text{cm}$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 10, 6 인 동심원에서 큰 원의 현 AB 가 작은 원에 접할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

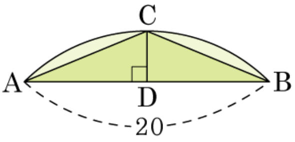
해설

$\angle ODA = 90°$ 이므로 $\overline{AB} = 2\overline{AD}$

$\overline{AD} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$

$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AD} = 2 \times 8 = 16$

5. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 는 반지름의 길이가 26 인 원의 일부분이다. $\overline{AB} = 20$ 일 때, △ABC 의 넓이는?



① 10 ② $20\sqrt{2}$ ③ 20 ④ 25 ⑤ $24\sqrt{5}$

해설

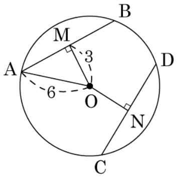
원의 중심 O와 점 C , 점 D를 연결한다.

△AOD 에서 $\overline{OD} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$

$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 26 - 24 = 2$

따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times 20 \times 2 = 20$ 이다.

6. 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



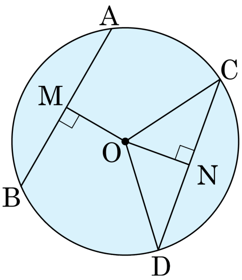
▶ 답 :

▷ 정답 : $6\sqrt{3}$

해설

$\overline{AM} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ 이다.
따라서 $\overline{AB} = 6\sqrt{3}$ 이다. $\overline{OM} = \overline{ON} = 3$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD} = 6\sqrt{3}$ 이다.

7. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이다. $\overline{AM} = 6\text{cm}$, $\overline{OM} = \sqrt{5}\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



① $41\pi\text{cm}^2$　② $49\pi\text{cm}^2$　③ $56\pi\text{cm}^2$
④ $60\pi\text{cm}^2$　⑤ $64\pi\text{cm}^2$

해설

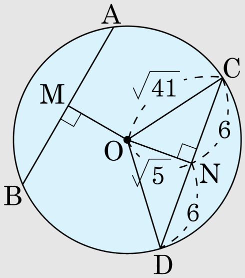
$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OM} = \overline{ON} = \sqrt{5}\text{cm}$ 이다.

피타고라스 정리에 의해

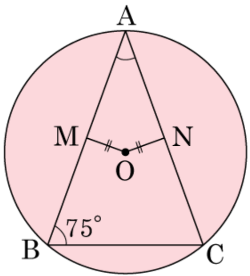
$\overline{OC} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 6^2} = \sqrt{41}\,\text{cm}$

따라서 원의 넓이는

$\pi(\sqrt{41})^2 = 41\pi(\text{cm}^2)$ 이다.



8. 다음 그림에서 $\overline{OM} = \overline{ON}$, $\angle B = 75°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는?



① 25° ② 30° ③ 45° ④ 50° ⑤ 65°

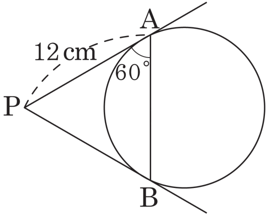
해설

원의 중심에서 현에 이르는 거리가 같으면 현의 길이는 같다.
따라서, $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle A + 75° \times 2 = 180°$

$\therefore \angle A = 30°$

9. 다음 그림에서 직선 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원의 접선이고 점A, B 는 접점이다. $\angle PAB = 60°$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



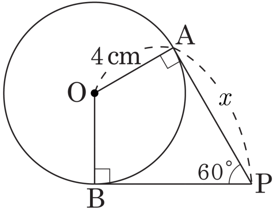
① $12\sqrt{3}$cm ② $6\sqrt{3}$cm ③ 6cm

④ 9cm ⑤ 12cm

해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다. 그런데 $\angle PAB = 60°$ 인 이등변삼각형은 정삼각형이므로 $\overline{AB} = 12$cm 이다.

10. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle P = 60°$, $\overline{OA} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이는?



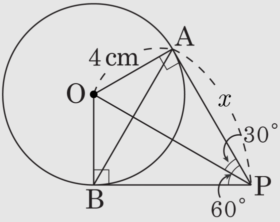
① 6cm ② 7cm ③ $4\sqrt{2}$cm

④ $4\sqrt{3}$cm ⑤ $3\sqrt{3}$cm

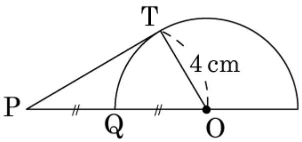
해설

$\overline{PA} : \overline{AO} = 1 : \sqrt{3} = 4 : \overline{PA}$ 이다.

$\therefore \overline{PA} = 4\sqrt{3}$



11. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 반원 O 의 접선이다.
$\overline{OT} = 4\,\text{cm}$ 이고 $\overline{PQ} = \overline{OQ}$ 일 때, $\overline{PT}$ 의 길이는 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 를 구하여라. (단, b는 최소의 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

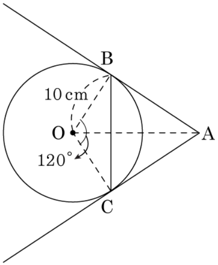
해설

$\overline{OP} = 2 \times \overline{OQ} = 8$

$\angle T = 90^\circ$

$\therefore \overline{PT} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$

12. 다음 그림에서 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ 는 원 O 의 접선이고 두 점 B, C 는 원 O 의 접점이다. $\angle BOC = 120°$, $\overline{BO} = 10cm$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB} = \overline{AC}$

② $\overline{AO} = 20cm$

③ $\overline{AB} = 13cm$

④ $\angle BAO = 30°$

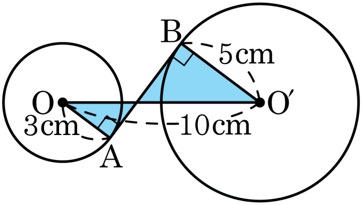
⑤ $\triangle OAB \equiv \triangle OAC$

해설

$\angle BAO = 30°$ 이므로

$1 : \sqrt{3} = 10 : \overline{AB}$ $\quad \therefore \overline{AB} = 10\sqrt{3}\,cm$

13. 다음 그림과 같이 두 원 O, O′ 의 반지름의 길이가 각각 3cm, 5cm 이고 $\overline{OO'} = 10\text{cm}$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.

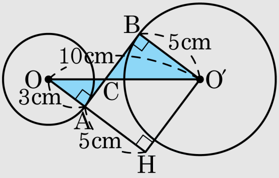


▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\dfrac{51}{4}$ $\underline{\text{cm}^2}$

해설

다음 그림과 같이 점 O′ 에서 $\overline{OA}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{AH} = \overline{BO'} = 5\text{cm}$



삼각형 OHO′ 에서

$\overline{O'H} = \overline{AB} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6(\text{cm})$

이때 $\overline{OO'}$ 와 $\overline{AB}$ 의 교점을 C 라 하면

$\triangle OAC \backsim \triangle OHO'$ (AA닮음) 이므로

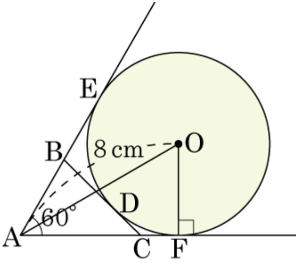
$3 : 8 = \overline{AC} : 6$

$\therefore\ \overline{AC} = \dfrac{9}{4},\ \overline{BC} = \dfrac{15}{4}$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\triangle OAC + \triangle O'BC = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{9}{4} + \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{15}{4}$$
$$= \frac{51}{4}(\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

14. 다음 그림에서 $\overline{AE}$, $\overline{AF}$ 는 원 O 의 접선이다. $\overline{AO}=8\text{cm}$ 이고 $\angle BAC=60°$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라. (단, 한 내각이 $60°$인 직각삼각형에 의 세변의 길이비는 $1:\sqrt{3}:2$이다.)



▶ **답 :** ____________ cm

▷ **정답 :** $8\sqrt{3}$ cm

해설

$\triangle OAF$ 에서 $\angle OAF=30°$

$\overline{AO}:\overline{AF}=2:\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{AF}=8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

또한 $\overline{BE}=\overline{BD}$, $\overline{DC}=\overline{CF}$

$\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

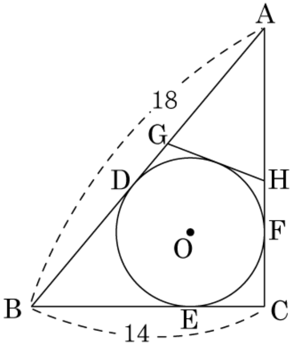
$\overline{AB}+\overline{AC}+(\overline{BD}+\overline{DC})$

$=(\overline{AB}+\overline{BE})+(\overline{AC}+\overline{CF})$

$=2\overline{AF}=8\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore\ 8\sqrt{3}\text{cm}$

15. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 세 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB} = 18$, $\overline{BC} = 14$, $\triangle AGH$ 의 둘레의 길이가 20 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



① 10 ② 12 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

해설

접선의 성질에 따라 $\overline{AD} = \overline{AF}$

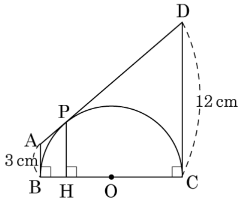
$\triangle AGH$ 의 둘레는 $\overline{AD} + \overline{AF} = 2 \times \overline{AD}$

$\triangle AGH$ 의 둘레가 20 이므로 $\overline{AD} = \overline{AF} = 10$

$\therefore \overline{BD} = \overline{BE} = 8,\ \overline{EC} = \overline{CF} = 6$

$\therefore \overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 10 + 6 = 16$

16. 그림과 같이 반원 O 에 세 접선을 그어 그 교점과 접점을 각각 A, B, C, D, P 라고 한다. $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{CD} = 12\text{cm}$ 이고, 점 P 에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\overline{PH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : $\frac{24}{5}$ cm

해설

다음 그림과 같이 점 A 와 점 C 를 연결하는 보조선을 긋고 $\overline{AC}$ 와 $\overline{PH}$ 의 교점을 Q 라고 하자.

$\overline{AB} = \overline{AP}$, $\overline{DC} = \overline{DP}$

$\overline{AB} \,//\, \overline{PH} \,//\, \overline{DC}$ 이므로

$\triangle APQ \backsim \triangle ADC$, $\triangle ABC \backsim \triangle QHC$ 이다.

$\triangle APQ \backsim \triangle ADC$ 에서

$\overline{AP} : \overline{AD} = \overline{PQ} : \overline{DC}$, $3 : 15 = \overline{PQ} : 12$

$\therefore\ \overline{PQ} = \frac{12}{5}(\text{cm})$

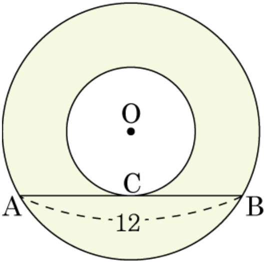
또, $\triangle QHC \backsim \triangle ABC$ 에서 $\overline{CQ} : \overline{CA} = \overline{QH} : \overline{AB}$ 이고, $\overline{CQ} : \overline{CA} = \overline{DP} : \overline{DA}$ 이므로

$12 : 15 = \overline{QH} : 3$

$\therefore\ \overline{QH} = \frac{12}{5}(\text{cm})$

따라서 $\overline{PH} = \overline{PQ} + \overline{QH} = \frac{24}{5}(\text{cm})$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB 가 작은 원에 접하고, $\overline{AB} = 12$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



① 20π ② 25π ③ 30π ④ 36π ⑤ 40π

해설

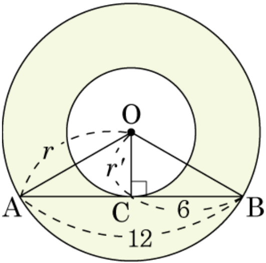
큰 원의 반지름의 길이를 r, 작은 원의 반지름의 길이를 $r\prime$ 이라고 하자.

$\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로

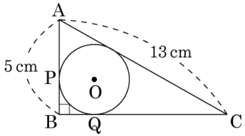
$\overline{OC} \perp \overline{AB}$, $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 6$

직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r\prime^2 = 6^2$

(색칠한 부분의 넓이)$= \pi r^2 - \pi r\prime^2 = \pi(r^2 - r\prime^2) = 36\pi$



18. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내접원 O 가 세 점 P, Q, R 에서 접한다. $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 13\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 4π $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{BC} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(\text{cm})$ 이므로

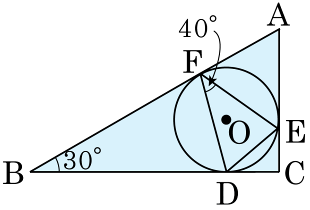
$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30(\text{cm}^2)$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내접원 O 의 반지름의 길이를 r cm 이라 하면 $\triangle ABC = \triangle BOC + \triangle AOC + \triangle AOB$ 이므로 $30 = \frac{1}{2} \times 5 \times r + \frac{1}{2} \times 12 \times r + \frac{1}{2} \times 13 \times r$

$30 = 15r \qquad \therefore\ r = 2(\text{cm})$ 이다.

따라서 원 O 의 넓이는 $\pi \times 2^2 = 4\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, $\triangle DEF$ 의 외접원이다. $\angle FBD = 30°$, $\angle DFE = 40°$ 일 때, $\angle EDF$ 의 크기는?



① 50° ② 55° ③ 60° ④ 65° ⑤ 70°

해설

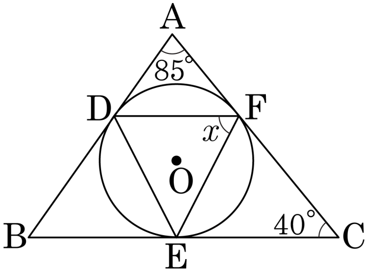
$\overline{BF} = \overline{BD}$ 이므로

$\angle BDF = (180° - 30°) \div 2 = 75°$

$\angle BDF = \angle DEF = 75°$

$\therefore \angle EDF = 180° - (40° + 75°) = 65°$

20. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, $\triangle DEF$ 의 외접원이다. $\angle DAF = 85°$, $\angle ECF = 40°$ 일 때, $\angle DFE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _°

▷ 정답 : 62.5 _°

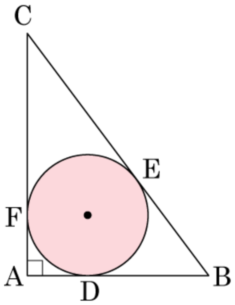
해설

$\angle ABC = 180° - (85° + 40°) = 55°$

$\overline{BD} = \overline{BE}$ 이므로

$\angle BED = \angle DFE = (180° - 55°) \div 2 = 62.5°$

21. 다음 그림에서 원 O 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CA} = 4\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



① $\pi\,\text{cm}^2$　② $\frac{9}{2}\pi\,\text{cm}^2$　③ $6.5\pi\,\text{cm}^2$

④ $12\pi\,\text{cm}^2$　⑤ $16\pi\,\text{cm}^2$

해설

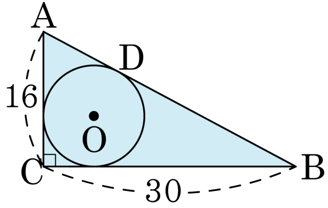
내접원의 반지름을 r라 하면

$\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times (3+4+5) \times r$

$\therefore r = 1(\text{cm})$

따라서, 원의 넓이는 πcm^2

22. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이다. 원 O 의 반지름의 길이는?



① 6 ② $6\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 8

해설

원 O 의 반지름을 r 이라 하면 $\overline{CE} = \overline{CF} = r$,

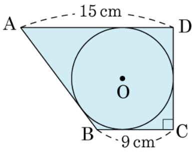
$\overline{AD} = 16 - r$,$\overline{BD} = 30 - r$

$\overline{AB} = \sqrt{30^2 + 16^2} = 34$

$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD}$

$34 = (16 - r) + (30 - r) \quad \therefore r = 6$

23. 다음 그림에서 □ABCD 에 내접하는 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : $\frac{45}{4}\pi$ cm

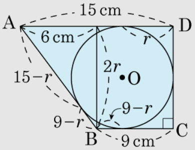
해설

반지름의 길이를 $r$cm라 하면 $(15-r+9-r)^2 = 6^2+(2r)^2$, $(24-2r)^2 = 36+4r^2$

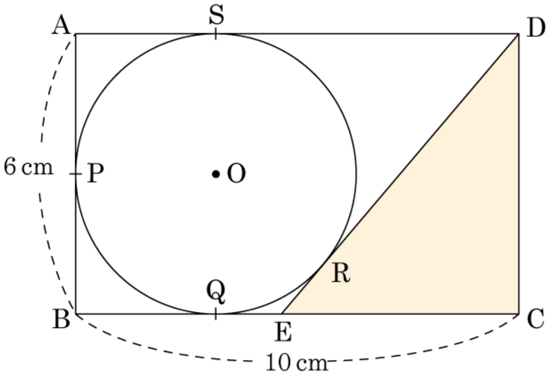
$576-96r+4r^2 = 36+4r^2$

$\therefore r = \frac{45}{8}(cm)$

(원의 둘레의 길이) $= 2\pi \times \frac{45}{8} = \frac{45}{4}\pi\,(\text{cm})$



24. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 안에 원 O 와 $\triangle$CDE 가 접하고 있다. $\triangle$CDE 의 둘레를 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿＿＿ cm

▷ 정답 : 20 cm

해설

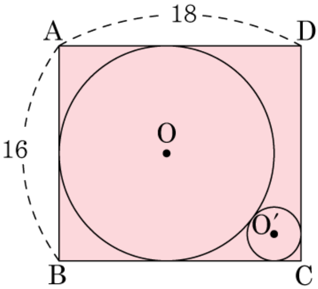
원 밖의 한 점에서 그은 두 접선의 길이는 같다.

$\overline{AS} = 3$ 이므로

$\overline{DS} = \overline{DR} = 10 - \overline{AS} = 10 - 3 = 7$, $\overline{ER} = \overline{EQ} = x$ 라 하면

$$\begin{aligned}(\triangle \text{CDE의둘레}) &= \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EC} \\ &= \overline{CD} + (\overline{DR} + \overline{RE}) + \overline{EC} \\ &= (6 + 7) + (x + \overline{EC}) \\ &= 13 + (\overline{BC} - \overline{BQ}) \\ &= 13 + 10 - 3 = 20\end{aligned}$$

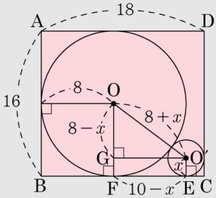
25. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 16$, $\overline{AD} = 18$ 이고 두 원이 서로 접해 있을 때, 작은 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설



작은 원의 반지름을 x 라 할 때

$\overline{OO'} = 8 + x$

$\overline{O'G} = 18 - 8 - x = 10 - x$

$\overline{OG} = 8 - x$

$\therefore (8 + x)^2 = (8 - x)^2 + (10 - x)^2$

$x^2 - 52x + 100 = 0, (x - 2)(x - 50) = 0$

$\therefore x = 2(\because x < 8)$