**1.** 이차함수 $y = x^2 - 8x + a$의 그래프와 $x$축과의 교점의 $x$좌표가 6, $b$일 때, $a + b$의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

이차함수 $y = x^2 - 8x + a$의 그래프와
$x$축과의 교점의 $x$좌표는
이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$의 실근이다.
$x^2 - 8x + a = 0$에 $x = 6$을 대입하면
$36 - 48 + a = 0$에서 $a = 12$
따라서 $x^2 - 8x + 12 = 0$에서 $(x - 2)(x - 6) = 0$
$x = 2$ 또는 $x = 6$
$\therefore\ b = 2\ \therefore\ a + b = 14$

**2.** 이차함수 $y = x^2 + (k-3)x + k$ 의 그래프가 $x$ 축과 만나지 않을 때, 실수 $k$ 의 값의 범위는?

① $-1 < k < 7$ ② $-1 < k < 8$ ③ $0 < k < 9$

④ $1 < k < 9$ ⑤ $1 < k < 10$

해설

주어진 이차함수의 그래프가
$x$ 축과 만나지 않으려면
이차방정식 $x^2 + (k-3)x + k = 0$ 이
실근을 갖지 않아야 하므로
$D = (k-3)^2 - 4k < 0$
$k^2 - 10k + 9 < 0$, $(k-1)(k-9) < 0$
$\therefore\ 1 < k < 9$

**3.** 직선 $y = 3x + 2$ 와 포물선 $y = x^2 + mx + 3$ 이 두 점에서 만나기 위한 실수 $m$ 의 범위를 구하면?

① $m < -1, m > 3$ ② $m < 1, m > 5$ ③ $-1 < m < 3$

④ $-1 < m < 5$ ⑤ $1 < m < 5$

해설

$y = 3x + 2, y = x^2 + mx + 3$ 에서 $y$ 를 소거하면

$x^2 + (m-3)x + 1 = 0, D = (m-3)^2 - 4 > 0$

$m^2 - 6m + 5 > 0, (m-1)(m-5) > 0$

$\therefore\ m < 1,\ m > 5$

**4.** 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6$의 그래프가 $x$축에 접할 때, $a^2 + b^2$의 값은? (단, $a, b$는 실수)

① 2 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 13

해설

$x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6 = 0$에서

$\dfrac{D}{4} = a^2 - (-2b^2 - 4a + 4b - 6) = 0$

$\therefore (a+2)^2 + 2(b-1)^2 = 0$

이 때, $a, b$가 실수이므로 $a + 2 = 0, b - 1 = 0$

따라서 $a = -2, b = 1$이므로

$a^2 + b^2 = 5$

**5.** 함수 $y = -x^2 + kx$의 그래프가 직선 $y = -x + 4$에 접할 때, 양수 $k$의 값은?

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$y = -x^2 + kx$가 $y = -x + 4$에 접하려면
$4 - x = -x^2 + kx \Rightarrow x^2 - (k+1)x + 4 = 0$의 판별식은 $D = 0$
이어야 한다.
$D = (k+1)^2 - 16 = 0 \Rightarrow k + 1 = \pm 4$
$\therefore k = 3 \ (\because k > 0)$

**6.** 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$에서
$x^2 = t$로 놓으면
$t^2 - 13t + 36 = 0$, $(t-4)(t-9) = 0$
$\therefore\ t = 4$ 또는 $t = 9$
( i ) $t = 4$일 때, $x^2 = 4$
$\therefore\ x = \pm 2$
( ii ) $t = 9$일 때, $x^2 = 9$
$\therefore\ x = \pm 3$
따라서 모든 해의 합은
$(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

**7.** 이차함수 $y = x^2 - 2(k-1)x + 9$의 그래프가 $x$축과 만나지 않기 위한 정수 $k$의 개수는?

① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

이차함수 $y = x^2 - 2(k-1)x + 9$의 그래프가 $x$축과 만나지 않으려면
이차방정식 $y = x^2 - 2(k-1)x + 9 = 0$의 판별식을 $D$라 할 때
$D < 0$ 이어야 한다.

$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - 9 < 0$

$k^2 - 2k - 8 < 0,\ (k+2)(k-4) < 0$

$\therefore -2 < k < 4$

따라서, $k$값 중 정수인 것은 $-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$의 5개이다.

**8.** 다음과 같은 포물선과 직선이 있다.

$y = x^2 + (m-1)x + m^2 + 1$
$y = x + 1$

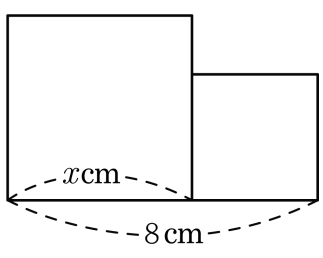
포물선이 직선보다 항상 위쪽에 존재하도록 $m$의 범위를 정하여라.

① $m < -2,\ \ m > \frac{2}{3}$ ② $m < -1,\ \ m > \frac{2}{3}$
③ $m < -2,\ \ m > 2$ ④ $m < 2,\ \ m > \frac{2}{3}$
⑤ $m < -5,\ \ m > \frac{2}{3}$

해설

$x^2 + (m-1)x + m^2 + 1 > x + 1$을 항상 만족시키도록 $m$을 정하면 된다.
$x^2 + (m-2)x + m^2 > 0$에서 판별식
$D = (m-2)^2 - 4m^2 < 0,$
$(m - 2 + 2m)(m - 2 - 2m) < 0$
$(3m - 2)(m + 2) > 0$
$\therefore\ \ m < -2\ ,\ m > \frac{2}{3}$

**9.** 다음 그림과 같이 길이가 8cm 인 선분을 둘로 나누어, 그 각각을 한 변으로 하는 정사각형을 만들었다. 두 정사각형의 넓이의 합을 $y\text{cm}^2$ 라 할 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 최소가 되게 하는 $x(\text{cm})$ 의 값과 그 때의 넓이 $y(\text{cm}^2)$ 를 구하여라.




① $x=2, y=12$ ② $x=2, y=14$ ③ $x=2, y=16$

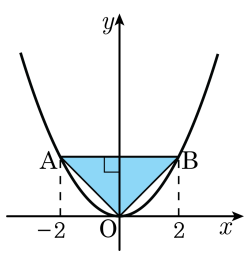
④ $x=4, y=32$ ⑤ $x=4, y=34$

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + (8-x)^2 \\ &= 2(x^2 - 8x + 16 - 16) + 64 \\ &= 2(x-4)^2 + 32 \end{aligned}$$

따라서 $x=4$ 일 때 $y=32$ 이다.

**10.** 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프이다. 이때, $\triangle AOB$ 의 넓이는 얼마인가?




① 2 ② 4 ③ 6

④ 8 ⑤ 10

해설

$\overline{AB} = 4$ 이고,

$x = 2$ 를 대입하면 $y = 2$ 이므로

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$

**11.** 둘레의 길이가 16cm 인 철사를 구부려서 부채꼴모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 $a$ , 이때 부채꼴의 넓이를 $b$ 라 할 때, $ab$ 의 값을 구하면?

① 16 ② 20 ③ 36 ④ 55 ⑤ 64

해설

부채꼴의 반지름을 $a$, 넓이를 $b$ 라 하면

$$b = \frac{1}{2} \times a \times (16 - 2a) = a(8 - a)$$
$$= -a^2 + 8a$$
$$= -(a^2 - 8a + 16 - 16)$$
$$= -(a - 4)^2 + 16$$

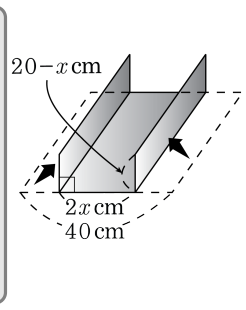
이 그래프가 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
꼭짓점은 $(4, 16)$ 이므로 반지름 $a = 4$ 일 때, 부채꼴의 넓이 $b = 16$ 으로 최대가 된다.
따라서 $ab = 64$ 이다.

**12.** 너비가 40 cm 인 철판의 양쪽을 접어 단면이 직사각형인 물받이를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 최대가 될 때, 높이를 구하면?

① 10 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

해설

직사각형의 가로를 $2x$ 라 하면 세로는 $20-x$ 이다.
단면의 넓이는
$2x(20-x) = -2x^2+40x = -2(x^2-20x+200)+100 = -2(x-10)^2+200$
$\therefore\ x=10$ 일 때 넓이가 최대이다.



**13.** 지면으로부터 20m 높이에서 초속 $v$m 로 쏘아 올린 공의 $x$ 초 후의 높이를 $y$m 라 하면 $x$ 와 $y$ 사이에는 $y = 20 + \frac{v}{5}x - \frac{v}{10}x^2$ 의 관계가 있다. 공이 도달한 최고 높이가 25 m 일 때, 공의 속도를 구하여라.

▶ 답 : m/s

▷ 정답 : 50 m/s

해설

$y = 20 + \frac{v}{5}x - \frac{v}{10}x^2 = -\frac{v}{10}(x-1)^2 + \frac{v}{10} + 20$

이 물체는 $x = 1$ 일 때, 최고 높이 $\frac{v}{10}+20$ 에 도달하고, $\frac{v}{10}+20 = 25$ 이므로 $v = 50$ 이다.

따라서 공의 속도는 초속 50m 이다.

**14.** 다음 방정식의 해가 아닌 것은?

$(x^2+x)^2-8(x^2+x)+12=0$

① $-3$ ② $-2$ ③ $-1$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

$(x^2+x)^2-8(x^2+x)+12=0$ 에서 $x^2+x=X$ 라 하면
$X^2-8X+12=0,\ (X-2)(X-6)=0$
$\therefore\ X=2$ 또는 $X=6$
( i ) $X=2$ 일 때, $x^2+x=2$ 에서
$x^2+x-2=0,$
$(x-1)(x+2)=0$
$\therefore\ x=1$ 또는 $x=-2$
( ii ) $X=6$ 일 때, $x^2+x=6$ 에서
$x^2+x-6=0,$
$(x+3)(x-2)=0$
$\therefore\ x=-3$ 또는 $x=2$
( i ), ( ii )에서 주어진 방정식의 해는
$x=-3$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=1$ 또는 $x=2$
따라서, 해가 아닌 것은 ③

**15.** 방정식 $(x^2+x)^2+2(x^2+x+1)-10=0$ 의 모든 실근의 합은?

① $-10$ ② $-2$ ③ $-1$ ④ $2$ ⑤ $10$

해설

$(x^2+x)^2+2(x^2+x+1)-10=0$ 에서
$x^2+x=A$ 라 하면
$A^2+2A-8=0$,
$(A+4)(A-2)=0$
$\therefore\ A=-4$ 또는 $A=2$
( i ) $x^2+x=-4$ 일 때,
$x^2+x+4=0$
$\therefore\ x=\dfrac{-1\pm\sqrt{15}i}{2}$
( ii ) $x^2+x=2$ 일 때,
$x^2+x-2=0$,
$(x+2)(x-1)=0$
$\therefore\ x=-2$ 또는 $x=1$
( i ), ( ii )에서 실근은 $x=-2$ 또는 $x=1$ 이므로 실근의 합은
$-2+1=-1$

**16.** 다음 방정식의 모든 해의 곱을 구하여라.

$$(x^2-2x)(x^2-2x-2)-3=0$$

▶ 답:

▷ 정답: $-3$

해설

$(x^2-2x)(x^2-2x-2)-3=0$ 에서
$x^2-2x=t$ 로 놓으면
$t(t-2)-3=0$,
$t^2-2t-3=0$
$(t-3)(t+1)=0$
$\therefore\ t=3$ 또는 $t=-1$
( i ) $t=3$ , 즉 $x^2-2x=3$ 일 때
$x^2-2x-3=0$
$(x-3)(x+1)=0$
$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=3$
( ii ) $t=-1$ , 즉 $x^2-2x=-1$ 일 때
$x^2-2x+1=0$
$(x-1)^2=0$
$\therefore\ x=1$ (중근)
따라서, $-1\times3\times1=-3$

**17.** $x$에 관한 삼차방정식 $2x^3 + ax^2 - bx + 3 = 0$ 의 한 근이 1이고, $a + b + 1 = 0$일 때, 나머지 근을 모두 구하면?

① $-3$　② $-1, 2$　③ $-1, 3$

④ $-1, \frac{3}{2}$　⑤ $-\frac{1}{2}, 3$

해설

한 근이 1이므로 주어진 식에 $x = 1$을 대입하면
$2 + a - b + 3 = 0$, $a - b = -5$
주어진 조건인 $a + b + 1 = 0$과 연립하여 풀면
$a = -3,\ b = 2$
$\therefore 2x^3 - 3x^2 - 2x + 3 = 0$
$(x - 1)(2x^2 - x - 3) = 0$
$(x - 1)(2x - 3)(x + 1) = 0$
$\therefore x = 1,\ \frac{3}{2},\ -1$

**18.** 삼차방정식 $(x+2)(x^2+2x-a+2)=0$의 실근이 $-2$뿐일 때, 실수 $a$ 값의 범위를 구하면?

① $a<-3$　② $a<1$　③ $a>-1$

④ $a>2$　⑤ $a>3$

해설

실근이 $-2$뿐이므로 $x^2+2x-a+2=0$은 허근을 갖는다.

$D=2^2-4\times1\times(-a+2)$

$=4a-4<0$

$\therefore a<1$

**19.** 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 4a$ 의 최댓값은 음수이고, 그 그래프가 점 $(-a,\ 2a-7)$ 을 지날 때, 상수 $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{7}{3}$

해설

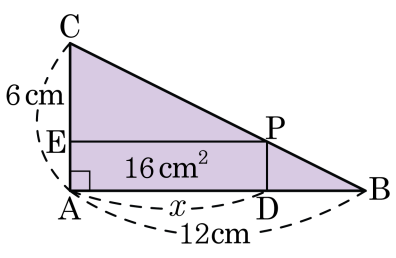
$y = -3x^2 + 6x + 4a$
$= -3(x-1)^2 + 3 + 4a$

$y = -3(x-1)^2 + 3 + 4a$ 의 그래프가 점 $(-a, 2a-7)$ 을 지나므로
$2a - 7 = -3(-a-1)^2 + 3 + 4a$ 을 정리하면 $3a^2 + 4a - 7 = 0$ ,
$(3a+7)(a-1) = 0$

$\therefore a = -\frac{7}{3}$ *or* $1$

그런데 최댓값 $3 + 4a$ 의 값이 음수이므로 $a = -\frac{7}{3}$ 이다.

**20.** 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 위에 점 P 를 잡아 직사각형 EADP 를 만들었을 때, 이 직사각형의 넓이가 $16\text{cm}^2$ 이었다. 이 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하면? (단, $\overline{AD} > 6\text{cm}$ )




① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\triangle CEP \backsim \triangle CAB$ (AA닮음) 이므로

$\overline{CE} : \overline{EP} = \overline{CA} : \overline{AB}$

즉, $\overline{CE} : x = 6 : 12$

$\therefore \overline{CE} = \frac{1}{2}x$

따라서 $\overline{EA} = 6 - \frac{1}{2}x$ 이므로 $x\left(6 - \frac{1}{2}x\right) = 16$

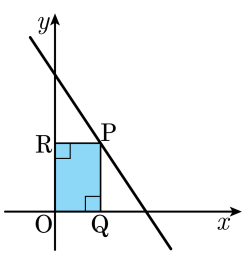
$-\frac{1}{2}x^2 + 6x = 16$

$x^2 - 12x + 32 = (x-4)(x-8) = 0$

$\therefore\ x = 4$ 또는 $x = 8$

그런데 $6 < x < 12$ 이므로 $x = 8(\text{cm})$

**21.** 직선 $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$ 위를 움직이는 한 점 P 가 있다. 점 P 에서 $x$ 축, $y$ 축 위에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라고 할 때, 직사각형 OQPR 의 넓이의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P 는 제 1 사분면 위에 있다.)




▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{2}$

해설

직선의 방정식은 $y=-\frac{3}{2}x+3$ 이므로

점 P 의 좌표를 $(a,\ b)$ 로 놓으면 $b=-\frac{3}{2}a+3$

$$\begin{aligned}\square\mathrm{OQPR}=ab&=a\left(-\frac{3}{2}a+3\right)\\&=-\frac{3}{2}a^2+3a\\&=-\frac{3}{2}(a-1)^2+\frac{3}{2}\end{aligned}$$

한편, 점 P 는 제 1 사분면 위의 점이므로

$a>0,\ b=-\frac{3}{2}a+3>0 \qquad \therefore\ 0<a<2$

따라서 $\square$OQPR 의 넓이는 $a=1$ 일 때, 최댓값 $\frac{3}{2}$ 을 갖는다.

**22.** 1200 명이 들어갈 수 있는 어느 소극장에서 입장권을 6000 원에 팔면 평균 600 명의 관중이 입장한다. 시장조사에 의하면, 입장료를 500 원씩 내리면 100 명씩 더 온다고 조사가 되었다. 이 때, 수입을 최대로 하기 위한 입장권의 가격은?

① 3000 원 ② 3500 원 ③ 4000 원

④ 4500 원 ⑤ 5000 원

해설

수입을 $f(x)$ 라고 하면,

$f(x) = (6000 - 500x)(600 + 100x)$
$= -50000x^2 + 300000x + 3600000$
$= -50000(x-3)^2 + 4050000$

$x = 3$ 일 때 최대이다.
즉, (입장권 가격)$= 6000 - 500 \times 3 = 4500$ 원.

**23.** 사차방정식 $x^4-6x^3+11x^2-6x+1=0$의 한 근을 $\alpha$라 할 때, $\alpha+\frac{1}{\alpha}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

먼저 주어진 방정식을 $x^2$으로 나누면

방정식은 $x^2-6x+11-\frac{6}{x}+\frac{1}{x^2}=0$

$\rightarrow \left(x+\frac{1}{x}\right)^2-6\left(x+\frac{1}{x}\right)+9=0$이 된다.

이 식에 $\alpha$를 넣어도 성립하므로

$\alpha+\frac{1}{\alpha}$를 $t$로 치환하면

$\alpha+\frac{1}{\alpha}$는 3이 된다.

따라서$\alpha+\frac{1}{\alpha}=3$

**24.** 사차방정식 $x^4+8x^3+17x^2+8x+1=0$의 해는?

① $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$ 또는 $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$

② $x=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$ 또는 $x=\dfrac{5\pm\sqrt{21}}{2}$

③ $x=\dfrac{-15\pm\sqrt{221}}{2}$ 또는 $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

④ $x=\dfrac{15\pm\sqrt{221}}{2}$ 또는 $x=\dfrac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$

⑤ $x=15\pm\sqrt{221}$ 또는 $x=1\pm\sqrt{3}i$

해설

$x^4+8x^3+17x^2+8x+1=0$의 양변을
$x^2$으로 나누면

$$x^2+8x+17+\frac{8}{x}+\frac{1}{x^2}=0$$

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2+8\left(x+\frac{1}{x}\right)+17=0$$

$\therefore x+\dfrac{1}{x}=A$라 하자.

$$A^2+8A+15=(A+3)(A+5)$$

$$=\left(x+\frac{1}{x}+3\right)\left(x+\frac{1}{x}+5\right)=0$$

$$(x^2+3x+1)(x^2+5x+1)=0$$

$$\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2},\ \frac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$$

**25.** 방정식 $x^4 + Ax^3 - 7x^2 - Ax + 3B = 0$의 두 근이 $-1$과 $-2$일 때, 다른 두 근을 $\alpha, \beta$라 하자. 이 때, $A + B - \alpha\beta$의 값을 구하면?

① $-1$ ② $-2$ ③ $-3$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

$f(x) = x^4 + Ax^3 - 7x^2 - Ax + 3B$라 하면 $-1, -2$가 근이므로

$f(-1) = 1 - A - 7 + A + 3B = 0$

$\therefore B = 2$

$f(-2) = 16 - 8A - 28 + 2A + 3B = 0,\ -6A + 3B - 12 = 0 \quad \therefore A = -1$

$\therefore A + B = -1 + 2 = 1 \cdots\cdots$ ㉠

$\therefore (x+1)(x+2)(x^2 - 4x + 3) = 0$

따라서, 다른 두 근은 $x^2 - 4x + 3 = 0$의 근이다.

$\therefore \alpha\beta = 3 \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $A + B - \alpha\beta = 1 - 3 = -2$