

1. $x^4 - 5x^2 - 14 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하면?

① 4

② -4

③ 8

④ -8

⑤ -16

해설

$x^4 - 5x^2 - 14 = (x^2 + 2)(x^2 - 7) = 0$ 이므로

두 허근 α, β 는

각각 $\sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$ 이므로

$$\alpha^2 + \beta^2 = -2 - 2 = -4$$

2. 사차방정식 $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$ 의 네 근 중 가장 작은 근을 a , 가장 큰 근을 b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$$

$$(x^2 - 5)(x^2 - 6) = 0$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{5}, x = \pm\sqrt{6}$$

가장 작은 근 $a = -\sqrt{6}$, 가장 큰 근 $b = \sqrt{6}$

$$\therefore a^2 + b^2 = 6 + 6 = 12$$

3. 사차방정식 $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 의 모든 실근의 곱은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^4 + 3x^2 - 10 = 0 \text{에서}$$

$$x^2 = t \text{로 치환하면}$$

$$t^2 + 3t - 10 = 0, (t + 5)(t - 2) = 0$$

$$\therefore t = -5 \text{ 또는 } t = 2$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{5}i \text{ 또는 } x = \pm \sqrt{2}$$

따라서 모든 실근의 곱은

$$\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -2$$

4. $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $x = -2$

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 으로 놓으면

$f(1) = 1 - 2 - 5 + 6 = 0$ 이므로, 조립제법에 의하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -2 & -5 & 6 \\ & & 1 & -1 & -6 \\ \hline & 1 & -1 & -6 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^3 - 2x^2 - 5x + 6 &= (x-1)(x^2 - x - 6) \\ &= (x-1)(x+2)(x-3) \end{aligned}$$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = -2$ 또는 $x = 3$

5. 방정식 $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$f(1) = 1^3 - 6 \times 1^2 + 11 \times 1 - 6 = 0$ 이므로 $f(x)$ 는 $x - 1$ 을 인수로 갖는다.

따라서 $f(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 몫을 다음 조립제법으로 구한다.

1		1	-6	11	-6
			1	-5	6
		1	-4	5	0

$$\therefore f(x) = (x - 1)(x^2 - 5x + 6) = (x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

6. 사차방정식 $x^4 + x^3 - x^2 - 7x - 6 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

①

-2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

-1		1	1	-1	-7	-6
			-1	0	1	6
2		1	0	-1	-6	0
			2	4	6	
		1	2	3	0	

$$(x+1)(x-2)(x^2+2x+3)=0$$

$x^2+2x+3=0$ 의 두 근이 허근이므로

$$(D < 0) \alpha + \beta = -2$$

7. 삼차방정식 $(x-1)(x^2-ax+2a)=0$ 이 중근을 가질 때, 실수 a 의 값들의 합을 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 7

⑤ 10

해설

$(x-1)(x^2-ax+2a)=0$ 에서

i) 1이 중근일 경우

$x^2-ax+2a=0$ 에 $x=1$ 을 대입하면 성립해야 하므로

$$1-a+2a=0, a=-1$$

ii) 1이 중근이 아닌 경우

$x^2-ax+2a=0$ 이 중근을 가지므로 판별식 $D=0$ 에서

$$D=a^2-8a=0, a(a-8)=0, a=0, 8$$

$$\therefore 0+8-1=7$$

8. 사차방정식 $x^4 + ax^3 + bx^2 + 4x - 5 = 0$ 의 두 근이 1, -1일 때, 나머지 두 근의 곱은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & x^4 + ax^3 + bx^2 + 4x - 5 \\ &= (x-1)(x+1)(x^2 + tx + s) \\ &= (x^2 - 1)(x^2 + tx + s) \end{aligned}$$

$$\therefore t = a, s - 1 = b, -t = 4, -s = -5$$

$$t = -4, s = 5 \text{ 이므로 } a = -4, b = 4 \text{ 이고,}$$

나머지 두 근의 곱은 s 이므로 5이다.

9. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 + 2x^2 + (k+1)x + k = 0$ 의 근이 모두 실근이 되도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?

① $-1 \leq k$

② $1 \leq k < 2$

③ $k > 0$

④ $-1 < k \leq \frac{1}{4}$

⑤ $k \leq \frac{1}{4}$

해설

방정식 $x^3 + 2x^2 + (k+1)x + k = 0$ 을 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$(x+1)(x^2 + x + k) = 0$$

이 때, 주어진 방정식의 모든 근이 실근이 되려면

방정식 $x^2 + x + k = 0$ 이 실근을 가져야 하므로

$$D = 1^2 - 4k \geq 0$$

$$\therefore k \leq \frac{1}{4}$$