

1. 함수 $f(x) = |4x + a| + b$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -2 를 가진다. 이때, 상수 a, b 의 값에 대하여 $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x + a| + b = \left| 4 \left(x + \frac{a}{4} \right) \right| + b$ 의 그래프는

$y = |4x|$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 $-\frac{a}{4}$ 만큼, y 축의 방향

으로 b 만큼 평행이동한것이므로 다음

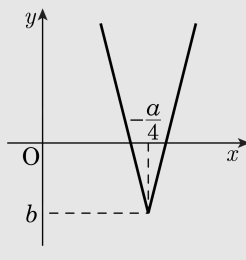
그림과 같다.

따라서 $x = -\frac{a}{4}$ 일 때

최솟값 b 를 가지므로 $-\frac{a}{4} = 3, b = -2$

따라서 $a = -12, b = -2$ 이므로

$\therefore b - a = 10$



2. 주기가 5인 함수 $f(x)$ 에 대하여 다음 중 $f(2006)$ 과 같은 것을 고르면?

① $f(1)$ ② $f(2)$ ③ $f(3)$ ④ $f(4)$ ⑤ $f(5)$

해설

$$f(2006) = f(5 \times 401 + 1) = f(1)$$

3. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100}$ 을 간단히 하면?

- ① $\frac{98}{99}$
- ② $\frac{100}{99}$
- ③ $\frac{99}{100}$
- ④ $\frac{101}{100}$
- ⑤ $\frac{100}{101}$

해설

이항분리 이용

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100} \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \\ &= 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} \end{aligned}$$

4. $3x = 2y$ 일 때, $\frac{2xy + y^2}{x^2 + xy}$ 의 값은?

① $\frac{15}{7}$

② $\frac{17}{8}$

③ $\frac{19}{9}$

④ $\frac{21}{10}$

⑤ $\frac{23}{11}$

해설

$$3x = 2y \Rightarrow y = \frac{3}{2}x$$

$$\therefore \frac{2xy + y^2}{x^2 + xy} = \frac{3x^2 + \frac{9}{4}x^2}{x^2 + \frac{3}{2}x^2} = \frac{\frac{21}{4}}{\frac{5}{2}} = \frac{21}{10}$$

5. $\frac{x}{5} = \frac{y+4z}{2} = \frac{z}{3} = \frac{-x+2y}{A}$ 에서 A 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -25$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{-x+2(y+4z)-8 \times z}{-5+2 \times 2-8 \times 3} \\ &= \frac{-x+2y+8z-8z}{-5+4-24} = \frac{-x+2y}{-25} \\ & \therefore A = -25 \end{aligned}$$

6. 철수는 걸어서 학교에 다닌다. 한 걸음에 75cm씩 1분에 평균 90 걸음을 가고, 통학 시간은 16분이다. 동생 철이도 같은 학교에 같은 길을 따라 걸어다니고, 한 걸음에 60cm씩 1분에 평균 100 걸음을 간다고 할 때, 동생 철이의 통학 시간은 몇 분인가?

- ① $14 + \frac{2}{9}$ 분 ② 15분 ③ 18분
④ 20분 ⑤ $22 + \frac{2}{9}$ 분

해설

철수 통학 거리는 $75 \times 90 \times 16$ (cm)

동생 철이의 통학 시간은 $\frac{75 \times 90 \times 16}{60 \times 100} = 18$ (분)

7. 분수함수 $y = \frac{3x-2}{2-x}$ 의 점근선의 방정식이 $x = a$, $y = b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -1$

해설

$y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 의 점근선은 $x = -\frac{b}{a}$, $y = \frac{c}{a}$ 이므로
주어진 분수함수의 점근선은 $x = 2$, $y = -3$ 이다.
 $\therefore 2 + (-3) = -1$

8. 함수 $y = \sqrt{-2x-2} - 2$ 의 그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① -4 ② -3 ③ -1 ④ 0 ⑤ 3

해설

$y = \sqrt{-2x-2} - 2 = \sqrt{-2(x+1)} - 2$ 의
그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축 방향으로 -2 만큼
평행이동한 것이다.
 $\therefore m+n = -1-2 = -3$

9. 다음 함수 중 우함수에는 ‘우’, 기함수에는 ‘기’, 우함수도 기함수도 아닌 함수는 ‘×’ 를 써 넣을 때, 알맞은 것은?

- (1) $f(x) = 3x + 1$ ()
- (2) $f(x) = 3x^2 - 2$ ()
- (3) $f(x) = x^3 - x$ ()

- ① ×, 우, 기 ② 우, ×, 기 ③ 기, 우, ×
- ④ 기, ×, 우 ⑤ 우, 기, ×

해설

- (1) $f(-x) = -3x + 1$
따라서 $f(x)$ 는 우함수도, 기함수도 아니다.
- (2) $f(-x) = 3(-x)^2 - 2 = 3x^2 - 2$
따라서 $f(-x) = f(x)$ 이므로 $f(x)$ 는 우함수이다.
- (3) $f(-x) = 3(-x)^3 - (-x) = -x^3 + x$
따라서 $f(-x) = -f(x)$ 이므로 $f(x)$ 는 기함수이다.

10. $y = x - [x] (0 \leq x \leq 4)$ 의 그래프를 그릴 때, 그래프의 길이를 구하면?
([x]는 x 보다 크지 않은 최대 정수)

① 2

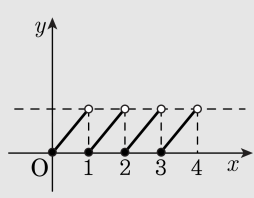
② $2\sqrt{2}$

③ 4

④ $4\sqrt{2}$

⑤ 8

해설



$y = x - [x]$ 에서

i) $0 \leq x < 1$ 인 경우 $y = x - 0$

ii) $1 \leq x < 2$, $y = x - 1$

iii) $2 \leq x < 3$, $y = x - 2$

iv) $3 \leq x < 4$, $y = x - 3$

i), ii), iii), iv)를 그래프로 그리면 다음과 같다. 그러므로 각각의 길이는 $\sqrt{2}$ 이 일정하므로

$4\sqrt{2}$ 가 된다.

11. 자연수 a, b, c, d 에 대하여 $\frac{75}{23} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}}$ 일 때, $a + b + c + d$

의 값은?

- ① 8
- ② 10
- ③ 12
- ④ 14
- ⑤ 16

해설

$$\frac{75}{23} = 3 + \frac{6}{23} = 3 + \frac{1}{\frac{23}{6}}$$

$$= 3 + \frac{1}{3 + \frac{5}{6}} = 3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{\frac{6}{5}}}$$

$$= 3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5}}} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}}$$

$$\therefore a = 3, b = 3, c = 1, d = 5$$

$$\therefore a + b + c + d = 12$$

12. $2x - y + z = 0$, $x - 2y + 3z = 0$ 일 때, $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면 $\frac{n}{m}$ 이다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라. (단, m, n 은 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$2x - y + z = 0 \cdots \textcircled{A}$$

$$x - 2y + 3z = 0 \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A} \times 2 - \textcircled{B} : 3x = z$$

$$\therefore x = \frac{z}{3}, y = \frac{5z}{3}$$

여기서 $x = k$ 라 하면 $y = 5k, z = 3k$

$$\text{따라서 } \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{k^2 - 5k^2 + 25k^2}{k^2 + 25k^2 + 9k^2} = \frac{3}{5} \therefore m = 5, n = 3$$

$$\therefore m + n = 8$$

13. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 에 의하여 분수함수 $y = \frac{x+1}{x}$ 의 그래프가 분수함수 $y = \frac{-x+3}{x-2}$ 의 그래프로 옮겨질 때, $m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

분수함수 $y = \frac{x+1}{x} = \frac{1}{x} + 1$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y = \frac{1}{x-m} + 1 + n$ 이 식이

$y = \frac{-x+3}{x-2} = \frac{-(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} - 1$ 과 같으므로

$m = 2, 1 + n = -1$ 에서 $n = -2$

$\therefore m - n = 4$

14. 함수 $y = \frac{2x+4}{x-1}$ 의 그래프가 점 (a, b) 에 대하여 대칭일 때, $a+b$ 의 값은?

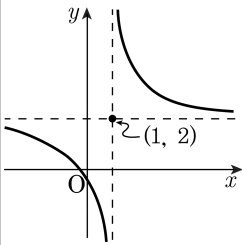
- ① -3
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{2x+4}{x-1} \\ &= \frac{2(x-1)+6}{x-1} \\ &= \frac{6}{x-1} + 2 \text{이므로} \end{aligned}$$

주어진 함수의 그래프는 점(1, 2)에 대하여 대칭이다.

$$\therefore a+b=1+2=3$$



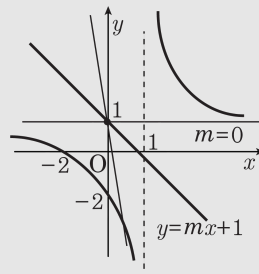
15. 분수함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 그래프가 직선 $y = mx + 1$ 과 만나지 않도록 하는 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

- ① $0 < m \leq 12$ ② $-12 \leq m < 0$ ③ $-12 < m \leq 0$
 ④ $0 \leq m < 12$ ⑤ $-12 \leq m \leq 12$

해설

$y = \frac{x+2}{x-1} = \frac{x-1+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} + 1$ 이므로 함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 그래프는 $y = \frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

- (i) 그림에서 $m = 0$ 일 때
 두 그래프는 만나지 않는다.



- (ii) $y = \frac{x+2}{x-1}$ 와 $y = mx + 1$ 에서

$$\frac{x+2}{x-1} = mx + 1$$

$$\text{즉, } mx^2 - mx - 3 = 0$$

이때, 판별식을 D 라 하면

$$D = m^2 + 12m < 0, \quad m(m+12) < 0$$

$$\therefore -12 < m < 0$$

- (i), (ii) 에서 구하는 실수 m 의 값의 범위는
 $-12 < m \leq 0$

16. $\sqrt{10-8\sqrt{3-\sqrt{8}}}$ 의 소수 부분을 구하면?

① $\sqrt{2}$

② $4-\sqrt{2}$

③ $3-\sqrt{2}$

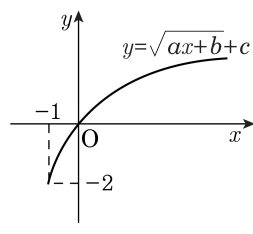
④ $2-\sqrt{2}$

⑤ $1-\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{10-8\sqrt{3-\sqrt{8}}} &= \sqrt{10-8\sqrt{3-2\sqrt{2}}} \\ &= \sqrt{10-8(\sqrt{2}-1)} \\ &= \sqrt{18-8\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{18-2\sqrt{32}} \\ &= 4-\sqrt{2} \approx 2. \times \times \times \\ \therefore \text{정수 부분: } 2, \text{ 소수 부분: } 2-\sqrt{2}\end{aligned}$$

17. 함수 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

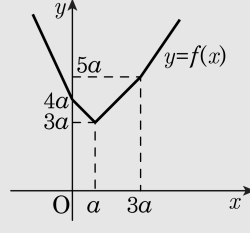
주어진 그래프에서 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의
 그래프는 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1 만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼
 평행이동한 것이므로
 $y = \sqrt{ax+b} + c$
 $\Leftrightarrow y = \sqrt{a(x+1)} - 2$
 이것이 원점을 지나므로 $0 = \sqrt{a(0+1)} - 2$
 $\therefore \sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4$
 $y = \sqrt{4x+4} - 2$
 $\therefore a+b+c = 4+4-2 = 6$

18. 함수 $f(x) = |x| + |x - a| + |x - 3a|$ 의 최솟값이 6 일 때, 상수 a 의 값을 구하면?
(단, $a > 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

i) $x < 0$ 일 때, $f(x) = -3x + 4a$
ii) $0 \leq x < a$ 일 때, $f(x) = -x + 4a$
iii) $a \leq x < 3a$ 일 때, $f(x) = x + 2a$
iv) $x \geq 3a$ 일 때, $f(x) = 3x - 4a$
따라서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같고 최솟값은 $3a$ 이므로
 $3a = 6 \quad \therefore a = 2$



19. x, y, z 는 양수일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{(x^{-1} + y^{-1} + z^{-1})\{ (xy)^{-1} + (yz)^{-1} + (zx)^{-1} \}}{(x + y + z)(xy + yz + zx)}$$

- ① $x^{-2}y^{-2}z^{-2}$

② $x^{-2} + y^{-2} + z^{-2}$
- ③ $(x + y + z)^{-2}$

④ $\frac{1}{xyz}$
- ⑤ $\frac{1}{xy + yz + zx}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x + y + z} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \left(\frac{1}{xy + yz + zx} \right) \\ & \left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} \right) \\ &= \frac{1}{x + y + z} \left(\frac{xy + yz + zx}{xyz} \right) \left(\frac{1}{xy + yz + zx} \right) \\ & \left(\frac{x + y + z}{xyz} \right) \\ &= \left(\frac{1}{xyz} \right)^2 = x^{-2}y^{-2}z^{-2} \end{aligned}$$

20. 분수식 $\frac{4x}{x-1} + \frac{x^2}{x+1} + \frac{x^2}{x^2-1}$ 를 간단히 한 것은?

- ① $\frac{(x+2)^2}{x^2-1}$ ② $\frac{(x-2)^2}{x^2+1}$ ③ $\frac{x(x+2)^2}{x^2+1}$
④ $\frac{x(x-2)^2}{x^2+1}$ ⑤ $\frac{x(x+2)^2}{x^2-1}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{4x}{x-1} + \frac{x^2}{x+1} + \frac{x^2}{x^2-1} \\ &= \frac{4x^2 + 4x + x^3 - x^2 + x^2}{x^2-1} \\ &= \frac{x^3 + 4x^2 + 4x}{x^2-1} \\ &= \frac{x(x^2 + 4x + 4)}{x^2-1} \\ &= \frac{x(x+2)^2}{x^2-1} \end{aligned}$$

21. 0이 아닌 세 실수 x, y, z 는 $(x-3)(y-3)(z-3)=0$ 과 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{3}$ 을 모두 만족할 때, $x+y+z$ 의 값은?

- ① 3 ② 2 ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$(x-3)(y-3)(z-3)=0$ 을 전개하면
 $xyz-3(xy+yz+zx)+9(x+y+z)-27=0\cdots\textcircled{1}$
 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{xy+yz+zx}{xyz} = \frac{1}{3}$
 $\therefore 3(xy+yz+zx)=xyz\cdots\textcircled{2}$
②를 ①에 대입하면 $9(x+y+z)=27$
 $\therefore x+y+z=3$

22. $x = \sqrt{\sqrt{49} - \sqrt{48}}$ 일 때, $x^4 - 3x^3 - 3x^2 + x + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{\sqrt{49} - \sqrt{48}} = \sqrt{7 - 2\sqrt{12}} \\&= \sqrt{(4 + 3) - 2\sqrt{4 \times 3}} \\&= \sqrt{4} - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3}\end{aligned}$$

$$x = 2 - \sqrt{3} \text{ 에서 } (x - 2)^2 = (-\sqrt{3})^2$$

$$x^2 - 4x + 4 = 3$$

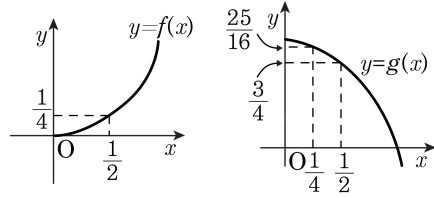
$$\therefore x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$x^4 - 3x^3 - 3x^2 + x + 1$$

$$= x^2(x^2 - 4x + 1) + x^3 - 4x^2 + x + 1$$

$$= x^3 - 4x^2 + x + 1 = x(x^2 - 4x + 1) + 1 = 1$$

23. 정의역이 실수 전체의 집합인 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $x > 0$ 일 때의 그래프가 다음 그림과 같고, $f(-x) = -f(x), g(-x) = g(x)$ 를 만족할 때, $(g \circ f)\left(-\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하면?



- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{11}{9}$ ⑤ $\frac{25}{16}$

해설

$f(-x) = -f(x)$ 이므로

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}$$

$g(-x) = g(x)$

$$(g \circ f)\left(-\frac{1}{2}\right) = g\left(f\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = g\left(-\frac{1}{4}\right) = g\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{25}{16}$$

24. 실수 a 가 $0 < a < 2$ 이고, 실수 x, y 가 연립방정식

$$\begin{cases} 4x - ay = 16 \\ ax - y = a^3 \end{cases} \quad \text{을 만족시킬 때,}$$

$\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{cases} 4x - ay = 16 \cdots \textcircled{1} \\ ax - y = a^3 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} - \textcircled{2} \times a$ 하면

$$(4 - a^2)x = 16 - a^4$$

$$\therefore x = 4 + a^2, \quad y = 4a$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} &= \sqrt{(a+2)^2} + \sqrt{(a-2)^2} \\ &= 4 \quad (\because 0 < a < 2) \end{aligned}$$

25. a, b 는 실수이고, $a^3 = 26 + 15\sqrt{3}$, $b^3 = 26 - 15\sqrt{3}$ 일 때, $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$ 의 값을 구하면?

- ① $-2\sqrt{3}$
- ② $-\sqrt{3}$
- ③ $2\sqrt{3}$
- ④ $\sqrt{3}$
- ⑤ $-3\sqrt{3}$

해설

$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 52$
 $(ab)^3 = (26 + 15\sqrt{3})(26 - 15\sqrt{3}) = 1 \quad \therefore ab = 1$
 $a + b = t$ 라 하면
 $t^3 - 3t - 52 = 0, \quad (t - 4)(t^2 + 4t + 13) = 0$
 a, b 가 실수이므로 t 도 실수이다.
 $t = 4$ 이므로 $a + b = 4$
$$\begin{aligned} \text{준식} &= \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})} \\ &= \frac{a + b + 2\sqrt{ab}}{a - b} \end{aligned}$$

 $a + b = 4, \quad ab = 1$ 이므로 a, b 는 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 근이고
 $a^3 > b^3$ 이므로 $a > b$
 $\therefore a = 2 + \sqrt{3}, \quad b = 2 - \sqrt{3} \quad \therefore a - b = 2\sqrt{3}$
 $\therefore (\text{준식}) = \frac{4 + 2}{2\sqrt{3}} = \sqrt{3}$