

1.  $24 \times a = 90 \times b = c^2$  을 만족하는 가장 작은 자연수  $c$  의 값을 구하여라.  
(단,  $a, b, c$  는 모두 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$24 \times a = 90 \times b = c^2$$

$24 \times a$  와  $90 \times b$  가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면

$$2^3 \times 3 \times a = 2 \times 3^2 \times 5 \times b$$

즉,  $c$  는 24 과 90 의 공배수이므로  $2^3 \times 3^2 \times 5$  의 배수이다.

그러므로 가장 작은  $c^2$  은  $2^4 \times 3^2 \times 5^2$  이어야 한다.

$$\therefore c = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

2.  $3^2 \times 5 \times 7$  에 자연수  $a$  를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다.  $a$  의 최솟값은?

① 5                      ② 7                      ③ 15                      ④ 21                      ⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$  가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면  $3^2 \times 5 \times 7 \times a$  를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수  $a$  의 최솟값은  $5 \times 7 = 35$  이다.

3. 75 에 가능한 한 작은 자연수  $x$ 로 나누어서 어떤 자연수  $y$  의 제곱이 되게 하려고 한다.  $y$ 의 값은?

- ① 1                      ② 3                      ③ 5                      ④ 9                      ⑤ 15

해설

75 를 소인수분해하면 다음과 같다.

3) 75

5) 25

5

$75 = 3 \times 5^2$  이므로  $\frac{3 \times 5^2}{x} = y^2$  을 만족하는  $x$  의 값 중 가장 작은 자연수는 3 이다. 따라서  $y = 5$  이다.

4. 60 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3

② 5

③ 12

④ 15

⑤ 20

해설

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는  $3 \times 5 = 15$

5.  $60 \times 2^3 \times x$  가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, 가장 작은 자연수  $x$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$60 \times 2^3 \times x = 2^5 \times 3 \times 5 \times x$  이므로  
가장 작은  $x$  는  $2 \times 3 \times 5 = 30$

6. 18 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때 곱해야 할 자연수를 가장 작은 것부터 3 개를 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 18

해설

$18 = 2 \times 3^2$   
곱해야 할 자연수를  $x$  라 할 때,  
 $(2 \times 3^2) \times x = y^2$   
 $x = 2, 2 \times 2^2, 2 \times 3^2, \dots$   
 $= 2, 8, 18, \dots$

7. 120 에 자연수  $x$  를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음 중  $x$  의 값이 될 수 없는 것은?

①  $2 \times 3 \times 5$

②  $2^3 \times 3 \times 5$

③  $2 \times 3^3 \times 5$

④  $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$

⑤  $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$  로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5의 지수가 홀수인 수를 곱한다.

$2^2 \times 3 \times 5$  은 2<sup>2</sup> 을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

8. 자연수  $a, b$  에 대하여  $2^2 \times 5 \times a = b^2$  을 만족하는  $b$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$2^2 \times 5 \times a = b^2$  을 만족하려면  $2^2 \times 5 \times a$  를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수  $b$  의 최솟값은  $a = 5$  일 때  $2 \times 5 = 10$  이다.

9. 12 에 가능한 한 작은 자연수  $a$  를 곱하여 어떤 자연수  $b$  의 제곱이 되도록 할 때,  $a, b$  의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 3$

▷ 정답 :  $b = 6$

해설

$$12 \times a = b^2 \text{ 에서}$$

$$12 = 2^2 \times 3$$

$$a = 3$$

$$2^2 \times 3 \times 3 = b^2$$

$$2^2 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2 \times 3 = 6$$

10.  $240 \times a = b^2$  을 만족하는 가장 작은 자연수  $a, b$  에 대하여  $b - a$  의 값은?

① 45      ② 60      ③ 75      ④ 90      ⑤ 105

해설

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5 \text{ 이므로 } a = 3 \times 5$$

$$2^4 \times 3 \times 5 \times (3 \times 5) = 2^4 \times 3^2 \times 5^2, b = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

$$a = 15, b = 60$$

$$\therefore b - a = 45$$

11.  $\frac{140}{x} = y^2$  을 만족할 때,  $x + y$  의 최솟값을 구하여라. (단,  $x, y$  는 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$$\begin{aligned}\frac{140}{x} &= y^2 \text{ 에서} \\ 140 &= 2^2 \times 5 \times 7 \\ x &= 5 \times 7 \\ 2^2 &= y^2 \\ 2 &= y \\ \therefore x + y &= 35 + 2 = 37\end{aligned}$$

12.  $2^3 \times 3^2 \times 5$  에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3                      ② 5                      ③  $3 \times 5$                       ④  $5^2$                       ⑤ 10

해설

$$2^3 \times 3^2 \times 5$$

곱해야할 가장 작은 자연수는

$$2 \times 5 = 10$$

13. 720 을 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 나눌 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$  이므로  
나눌 수 있는 가장 작은 자연수는 5이다.

14. 28 에 가능한 한 작은 자연수  $a$  를 곱하여 어떤 자연수  $b$  의 제곱이 되도록 할 때,  $a$  의 값은?

① 2                      ② 3                      ③ 4                      ④ 5                      ⑤ 7

해설

$$28 \times a = b^2 \text{ 에서}$$

$$28 = 2^2 \times 7$$

$$a = 7$$

$$2^2 \times 7 \times 7 = b^2$$

$$2^2 \times 7^2 = b^2$$

$$b = 2 \times 7 = 14$$

15. 600 을 자연수  $x$  로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 나누어야 할 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

600 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$2 \overline{)600}$$

$$2 \overline{)300}$$

$$2 \overline{)150}$$

$$3 \overline{)75}$$

$$5 \overline{)25}$$

$$5$$

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$  이므로  $\frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{x}$  가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한  $x$  의 값 중에서 가장 작은 자연수는  $2 \times 3 = 6$  이다.

16. 48 에 어떤 수  $x$  를 곱하여 자연수의 제곱이 되도록 하려 한다. 이러한  $x$  중 두 번째로 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$48 = 2^4 \times 3$  이므로

가장 작은  $x = 3$

두 번째로 작은 수는  $2^2 \times 3 = 12$

17. 48 에 자연수  $x$  를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음에서  $x$  가 될 수 있는 수를 모두 고르면(정답 2개)?

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 9      ⑤ 12

해설

$48 = 2^4 \times 3$   
곱해야 할 자연수가  $x$  이고, 어떤 자연수를  $y$  라 하면  $(2^4 \times 3) \times x = y^2$  이다.  
 $x = 3 \times 1^2, 3 \times 2^2, \dots$   
 $= 3, 12, \dots$

18.  $\frac{72}{n}$  가 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수  $n$  은 모두 몇 개인가?

- ① 1 개      ② 2 개      ③ 3 개      ④ 4 개      ⑤ 5 개

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2,$$

$\frac{72}{n}$  가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서

$n = 2, 2 \times 3^2, 2^3, 2^3 \times 3^2$  의 4 개이다.

19.  $48 \times x = y^2$  을 만족하는 가장 작은 자연수  $x, y$  에 대하여  $\frac{x}{y}$  의 값은?

① 3

② 4

③  $\frac{2}{3}$

④  $\frac{1}{3}$

⑤  $\frac{1}{4}$

해설

$$2^4 \times 3 \times x = y^2$$

가장 작은  $x = 3$ ,

$$2^4 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = y^2$$

$$y = 2^2 \times 3 = 12$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

20. 432를 자연수  $x$  로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음 중  $x$  의 값으로 알맞지 않은 것은?

① 3      ② 6      ③ 12      ④ 27      ⑤ 48

해설

$$\frac{432}{x} = \square^2$$

$$432 = 2^4 \times 3^3$$

나뉘야 할 가장 작은 자연수는 3이다. 그러므로 3 또는  $3 \times$  (지수가 짝수인 수)의 꼴이 아닌 것을 찾는다.

- ① 3  
②  $2 \times 3$   
③  $2^2 \times 3$   
④  $3^3$   
⑤  $2^4 \times 3$