

1. 어떤 수 A 를 8 로 나누었더니 몫이 9 이고, 나머지가 3 이었다. 어떤 수 A 는?

① 70

② 75

③ 80

④ 85

⑤ 90

해설

$$A = 8 \times 9 + 3 = 75$$

2. 다음 중 12 의 약수가 아닌 것은?

① 1

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 12

해설

12 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12 이다.

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 10 은 10 의 약수이면서 10 의 배수이다.
- ② 모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다.
- ③ 1 은 모든 자연수의 배수이다.
- ④ 384 은 6 의 배수이다.
- ⑤ 9 는 54 의 약수이다.

해설

1 은 모든 자연수의 약수이다.

4. 다음 중 3^4 을 나타낸 식은?

① 3×4

② $3 + 3 + 3 + 3$

③ $4 \times 4 \times 4$

④ $3 \times 3 \times 3 \times 3$

⑤ 4×3

해설

$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ 이다.

5. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 2 는 소수이다.

② 1 과 그 수 자신만의 약수를 가지는 자연수를 소수라 한다.

③ 1 은 소수가 아니다.

④ 합성수는 약수가 3 개 이상인 수이다.

⑤ 소수는 약수가 1 개뿐이다.

해설

소수는 약수가 2 개이다.

6. 다음 중 자연수 84 를 바르게 소인수분해한 것은?

① $2^3 \times 3 \times 7$

② $2 \times 3^2 \times 7$

③ $2^2 \times 3^2 \times 5$

④ $2^2 \times 3^3 \times 7$

⑤ $2^2 \times 3 \times 7$

해설

$$2 \overline{) 84}$$

$$2 \overline{) 42}$$

$$3 \overline{) 21}$$

7

$$84 = 2^2 \times 3 \times 7$$

7. x 는 360의 소수인 인수일 때, x 의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 8 개

④ 16 개

⑤ 32 개

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 소인수는 2, 3, 5이다.
따라서, x 의 개수는 3(개)이다.

8. 다음 중 세 수 96, 120, 150 의 공약수는?

① 2×5

② 2^2

③ 3^2

④ 2×3

⑤ $2 \times 3 \times 5$

해설

세 수의 최대공약수는 2×3 이고

공약수는 최대공약수는 최대공약수의 약수이다.

따라서 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3 이다

9. 두 자연수 a, b 의 최소공배수가 32 일 때, 다음 중 a, b 의 공배수인 것을 모두 찾아라.

24 , 32 , 48 , 56 , 64 , 78 , 96

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

▷ 정답 : 64

▷ 정답 : 96

해설

두 수의 최소공배수인 32 의 배수들이 두 수의 공배수이므로,
<보기>에서의 공배수는 32 , 64 , 96 이다.

10. 가로 길이 16cm, 세로 길이 12cm, 높이 24cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 놓이도록 쌓아서 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이는?

① 36cm

② 48cm

③ 72cm

④ 96cm

⑤ 144cm

해설

가장 작은 정육면체의 한 모서리의 길이는 16, 12, 24 의 최소공배수이므로 48cm 이다.

11. 다음 식을 만족하는 a, b, c 의 곱은?

$$1 \times 2 \times 4 \times 5 \times 10 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c$$

① 0

② 1

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$1 \times 2 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 5) \times (2 \times 2 \times 5) = 2^6 \times 3^0 \times 5^3$$

$$\therefore a = 6, b = 0, c = 3$$

$$\therefore 6 \times 0 \times 3 = 0$$

12. 다음에서 소수에 해당하는 글자를 찾아 차례대로 적어 보아라.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
난	그	래	서	도	라	지	꽃	과	살
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
구	차	는	있	는	데	돈	이	다	심

▶ 답:

▷ 정답: 그래도지구는돈다

해설

주어진 20 이하의 자연수 중에서 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19이다. 각 소수에 해당하는 글자를 차례대로 적으면 ‘그래도지구는돈다’이다.

13. 48 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.
다음에서 x 가 될 수 있는 수를 모두 고르면 (정답 2개)?

① 2

② 3

③ 4

④ 9

⑤ 12

해설

$$48 = 2^4 \times 3$$

곱해야 할 자연수가 x 이고, 어떤 자연수를 y 라 하면 $(2^4 \times 3) \times x = y^2$ 이다.

$$x = 3 \times 1^2, 3 \times 2^2, \dots$$

$$= 3, 12, \dots$$

14. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

15. 다음 수 중 서로소인 것끼리 짝지어진 것은?

① 9 과 21

② 9 와 18

③ 12 과 30

④ 12 와 35

⑤ 24 과 42

해설

④ 12 와 25 는 공약수가 1 뿐이다.

16. 다음 설명 중에서 옳지 않은 것은?

- ① 소수의 약수의 개수는 2 개이다.
- ② 7 의 배수 중에서 소수는 1개이다.
- ③ 자연수는 소수와 합성수로 되어 있다.
- ④ 서로소인 두 수의 최대공약수는 1 이다.
- ⑤ 소수 중에 짝수인 소수는 2 뿐이다.

해설

자연수는 1 과 소수, 그리고 합성수로 분류된다.

17. 세 수 250, 360, 960 의 최대공약수는?

① 2^2

② 2×5

③ $2^2 \times 5^2$

④ $2 \times 3 \times 5$

⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$$250 = 2 \times 5^3, 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5,$$

$$960 = 2^6 \times 3 \times 5 \text{ 이므로}$$

최대공약수는 2×5

18. 소인수분해를 이용하여 세 수 24, 32, 36 의 최소공배수를 구하면?

① 4

② 48

③ 96

④ 288

⑤ 360

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 32} \\ 2 \overline{) 16} \\ 2 \overline{) 8} \\ 2 \overline{) 4} \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$$

$$\therefore 24 = 2^3 \times 3 \quad \therefore 32 = 2^5 \quad \therefore 36 = 2^2 \times 3^2$$

따라서 최소공배수는 $2^5 \times 3^2 = 288$ 이다.

19. 보람이는 친구들에게 금붕어 12 마리와 거북이 18 마리를 각각 똑같이 나누어 주려고 한다.

되도록 많은 친구들에게 나누어 줄 때, 나누어 줄 수 있는 친구는 몇 명인가?

① 2 명

② 3 명

③ 4 명

④ 5 명

⑤ 6 명

해설

똑같이 나누어 주려면 인원수는 12 와 18 의 공약수이어야 하고, 되도록 많은 친구들에게 나누어 주려고 하므로 12 와 18 의 최대 공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \quad 18} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) \quad 6 \quad 9} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 3 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 3 = 6 \text{ 명}$$

20. 어떤 자연수로 24 를 나누면 나누어 떨어지고, 61 을 나누면 1 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하면?

① 6

② 12

③ 18

④ 24

⑤ 32

해설

어떤 수는 24, $61 - 1 = 60$ 의 공약수이다.

이 중 가장 큰 수는 두 수의 최대공약수이므로 12 이다.

21. 어떤 상점의 네온사인 A 는 10 초 동안 켜져 있다가 2 초 동안 꺼지고, B 는 12 초 동안 켜져 있다가 3 초 동안 꺼지며, C 는 14 초 동안 켜져 있다가 4 초 동안 꺼진다. 이 세 네온사인을 동시에 켜었을 때, 처음으로 다시 동시에 켜지는 데는 몇 초가 걸리겠는가?

① 90 초

② 180 초

③ 210 초

④ 360 초

⑤ 420 초

해설

$$A : 12 = 2^2 \times 3, B : 15 = 3 \times 5, C : 18 = 2 \times 3^2$$

12 와 15, 18 의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$ 이다.

$\therefore$ 180 초 후에 네온사인 A, B, C 가 다시 동시에 켜진다.

22. 두 자연수의 곱이 1280 이고 최소공배수가 160 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하면?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면

$A \times B = L \times G$ 이므로

$1280 = 160 \times G$ 이다.

$\therefore G = 8$

23. $\frac{24}{n}$ 와 $\frac{40}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 합하면?

① 8

② 12

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

n 은 24, 40 의 공약수이고, 공약수는 최대공약수의 약수이다.
24 와 40 의 최대공약수는 8 이고,
8 의 약수는 1, 2, 4, 8 이므로
따라서 합은 $1 + 2 + 4 + 8 = 15$ 이다.

24. $96a = b^3$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 18$

▷ 정답 : $b = 12$

해설

$$96a = 2^5 \times 3 \times a = b^3$$

지수가 3 의 배수가 되도록 작은 수를 곱해주어야 한다.

$$\therefore a = 2 \times 3^2 = 18$$

$$2^6 \times 3^3 = (2^2 \times 3)^3 = 12^3$$

$$\therefore b = 12$$

25. 약수의 개수가 12 개인 수 중에서 가장 작은 수와 세 번째로 작은 수의 차를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

소인수가 1 개일 때, $12 = 11 + 1$ 이므로

$$2^{11}, 3^{11}, \dots$$

소인수가 2 개일 때, $12 = 4 \times 3 = 6 \times 2$

$$2^3 \times 3^2 = 72, 2^2 \times 3^3 = 108, 2^3 \times 5^2 = 200, \dots$$

$$2^5 \times 3 = 96, 2^5 \times 5 = 160, \dots$$

소인수가 3 개일 때, $12 = 3 \times 2 \times 2$

$$2^2 \times 3 \times 5 = 60, 2^2 \times 3 \times 7 = 84, 2 \times 3^2 \times 5 = 90, \dots$$

따라서 가장 작은 수는 60, 세 번째로 작은 수는 84이다.

$$\therefore 84 - 60 = 24$$

26. 360의 약수의 개수와 $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $a = 2$, $b = 1$ 또는 $a = 1$, $b = 2$ 이다.

$$\therefore a + b = 3$$

27. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 2×3^2 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 6 개

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 $2 \times 3^2 = 18$ 의 약수와 같으므로
(a, b 의 공약수의 개수)
= (18의 약수의 개수)
= (2×3^2 의 약수의 개수)
= $(1 + 1) \times (2 + 1)$
= 6(개)

28. 가로 길이 54cm, 세로 길이 $2 \times 3^2 \times 6$ cm, 높이 90cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는

54, $2 \times 3^2 \times 6$, 90 의 최대공약수이므로

$$54 = 2 \times 3^3$$

$$2 \times 3^2 \times 6 = 2^2 \times 3^3$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

최대공약수는 $2 \times 3^2 = 18$

$$\therefore a = 18$$

정육면체의 개수는

$$(54 \div 18) \times (108 \div 18) \times (90 \div 18) = 3 \times 6 \times 5 = 90 \text{ (개)}$$

$$\therefore b = 90$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{90}{18} = 5$$

29. 어떤 공장의 한 기계에 세 톱니바퀴 A, B, C 가 서로 맞물려 있다. 톱니바퀴 A, B, C 의 톱니 수는 각각 24, 18, 36 개이다. 이때, 세 톱니바퀴가 회전하여 다시 원위치에 오는 세 톱니바퀴의 회전수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

24 와 18, 36 의 최소공배수에 처음으로 다시 맞물린다.

$$24 = 2^3 \times 3, 18 = 2 \times 3^2, 36 = 2^2 \times 3^2$$

최소공배수는 $2^3 \times 3^2 = 72$

톱니바퀴 A 는 $72 \div 24 = 3(\text{바퀴}) = a$

톱니바퀴 B 는 $72 \div 18 = 4(\text{바퀴}) = b$

톱니바퀴 C 는 $72 \div 36 = 2(\text{바퀴}) = c$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 3 + 4 + 2 = 9$$

30. 9로 나누면 나머지가 8, 8로 나누면 나머지가 7, 7로 나누면 나머지가 6, 6으로 나누면 나머지가 5, 5로 나누면 나머지가 4인 자연수 중에서 최소의 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2519

해설

조건을 만족하는 수는

(9, 8, 7, 6, 5의 공배수)-1의 꼴이고

9, 8, 7, 6, 5의 최소공배수는 2520이다.

따라서 최소의 자연수는 $2520 - 1 = 2519$ 이다.

31. 네 자리의 자연수 $364\Box$ 에 250 을 더하면 9 의 배수가 될 때, $\Box$ 안에 알맞은 수는?

① 2

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$364\Box + 250$ 이 9 의 배수가 되기 위해서는

$3 + 6 + 4 + \Box + 2 + 5 = 20 + \Box$ 가 9 의 배수이면 된다.

$\therefore \Box = 7$

32. 서로 다른 두 자연수 a, b 의 최소공배수는 60 이고, $9a - b = 6$ 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

a, b 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라고 하면 $a = xG$, $b = yG$, $L = xyG$ (단, x 와 y 는 서로소)로 놓을 수 있다.

최소공배수가 60 이므로 $xyG = 60 \cdots \textcircled{7}$

또 $9a - b = 6$ 이므로

$$9xG - yG = 6 \cdots \textcircled{8}$$

각 변끼리 $\frac{\textcircled{8}}{\textcircled{7}}$ 을 계산하면

$$\frac{9xG - yG}{xyG} = \frac{6}{60} \text{ 에서 } \frac{9x - y}{xy} = \frac{1}{10},$$

$$90x - 10y = xy, x(90 - y) = 10y,$$

$y > 0$, $90 - y > 0$ 이므로 $1 \leq y \leq 89$ 이고

$xyG = 60$ 이므로 $1 \leq y \leq 60$ 을 만족하는 (x, y) 의 순서쌍은 $(2, 15)$, $(5, 30)$, $(10, 45)$, $(15, 54)$

x, y 는 서로소인 자연수이므로

$$x = 2, y = 15$$

따라서 두 수의 최대공약수는

$$xyG = 60 \text{ 에서 } G = 2$$

33. 자연수 n 과 48 의 최대공약수가 12 이고 $(n + 45)$ 가 13 의 배수일 때, n 의 값을 구하여라. (단, 자연수 n 은 세자리 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 228

해설

$n = 12 \times a$, $48 = 12 \times 4$ 이므로 a 는 2 의 배수가 아니다.

$n + 45 = 13b$ 에서 $12a + 45 = 13b$

$12a + 6 + 39 = 13b$, $12a + 6 = 13b - 39$

$6(2a + 1) = 13(b - 3)$ 이므로

$2a + 1$ 은 13 의 배수이어야 한다.

$$2a + 1 = 13k, a = \frac{13k - 1}{2}$$

$k = 1, 2, 3, 4 \dots$ 을 대입하고, a 는 짝수가 아니므로 $a = 19$ 이다.
따라서 n 은 $19 \times 12 = 228$ 이다.