

1. 1 부터 50 까지의 자연수를 모두 곱하면  $A \times (2 \times 5)^n$  이 될 때,  $n$  의 값을 구하면?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 49 \times 50$  에서

2 의 배수의 개수 : 25 개

$2^2$  의 배수의 개수 : 12 개

$2^3$  의 배수의 개수 : 6 개

$2^4$  의 배수의 개수 : 3 개

$2^5$  의 배수의 개수 : 1 개

5 의 배수의 개수 : 10 개

$5^2$  의 배수의 개수 : 2 개이므로

$$\begin{aligned}\therefore 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 50 &= 2^{47} \times 5^{12} \times \cdots \\ &= A \times (2 \times 5)^{12}\end{aligned}$$

$$\therefore n = 12$$

2. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 13 은 소수이다.

② 52 는 합성수이다.

③ 가장 작은 소수는 1 이다.

④ 짝수인 소수는 존재하지 않는다.

⑤ 5 보다 작은 소수는 2 개이다.

해설

③ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

④ 2 는 짝수이면서 소수이다.

⑤ 5 보다 작은 소수는 2, 3 으로 2 개이다.

3. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 소수는 약수의 개수가 2 개이다.
- ② 소수는 모두 홀수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ④ 모든 자연수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.
- ⑤ 자연수에는 소수와 합성수가 있다.

해설

- ② 2 는 유일한 짝수인 소수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 2 이다. 1 은 소수가 아니다.
- ④ 1 은 약수의 개수가 1 개이다.
- ⑤ 자연수에는 소수와 합성수 그리고 1 이 있다.

4. 588 을 588 보다 작은 자연수  $a$  로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수  $b$  가 되었다. 가능한  $b$  의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 249

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로

$$\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b \text{라 하면,}$$

$a$  는 3,  $2^2 \times 3$ ,  $3 \times 7^2$  이 가능하다.

$$a = 3 \text{ 일 때, } b = 14^2 = 196$$

$$a = 2^2 \times 3 \text{ 일 때, } b = 7^2 = 49$$

$$a = 3 \times 7^2 \text{ 일 때, } b = 2^2 = 4$$

588보다 작다고 했으므로  $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$  일 때는 제외한다.

$$\therefore 196 + 49 + 4 = 249$$

5. 다음 중 어떤 수를 5로 나누었을 때의 나머지가 될 수 없는 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$0 \leq (\text{나머지}) < 5$$

6. 6의 약수의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 6개

해설

6의 약수는 1, 2, 3, 6이다.  
따라서 4개다.

7. 100 이하의 13 의 배수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :      개

▷ 정답 : 7      개

해설

13, 26, 39, 52, 65, 78, 91 의 7 개이다.

8. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

①  $2 \times 2 \times 4 \times 4 \times 7 = 2^2 \times 4^2 \times 7$

②  $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{4}{3^3}$

③  $\frac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 5^2}$

④  $\frac{1}{3^2 \times 3^4} = \frac{1}{3^8}$

⑤  $a \times a \times a \times b \times b = a^3 \times b^2$

해설

②  $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^4}$ , ④  $\frac{1}{3^2 \times 3^4} = \frac{1}{3^6}$



9. 108 을 소인수분해하면?

①  $2^2 \times 3^2$

②  $2^2 \times 3^3$

③  $2^3 \times 3$

④  $2^3 \times 3^2$

⑤  $2^3 \times 3^3$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 108} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 54} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 27} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 9} \end{array}$$

3

$$108 = 2^2 \times 3^3$$

10.  $600 = a^x \times b^y \times c^z$  로 소인수분해될 때,  $(a + b + c) \times (x + y + z)$  의 값은? (단,  $a < b < c$ )

① 12

② 24

③ 36

④ 48

⑤ 60

해설

$$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 = a^x \times b^y \times c^z \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 3, c = 5, x = 3, y = 1, z = 2$$

$$\therefore (a + b + c) \times (x + y + z) = (2 + 3 + 5) \times (3 + 1 + 2) = 10 \times 6 = 60$$

11.  $2^3 \times 3^2 \times 5$  에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3

② 5

③  $3 \times 5$

④  $5^2$

⑤ 10

해설

$$2^3 \times 3^2 \times 5$$

곱해야할 가장 작은 자연수는

$$2 \times 5 = 10$$

12. 28 에 가능한 한 작은 자연수  $a$  를 곱하여 어떤 자연수  $b$  의 제곱이 되도록 할 때,  $a$  의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 7

해설

$$28 \times a = b^2 \text{ 에서}$$

$$28 = 2^2 \times 7$$

$$a = 7$$

$$2^2 \times 7 \times 7 = b^2$$

$$2^2 \times 7^2 = b^2$$

$$b = 2 \times 7 = 14$$

13. 810 의 약수의 개수와  $3 \times 5^x \times 7$  의 약수의 개수가 같을 때, 자연수  $x$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$810 = 2 \times 3^4 \times 5$  의 약수의 개수가  $3 \times 5^x \times 7$  의 약수의 개수와 같으므로

$$(1+1)(4+1)(1+1) = (1+1)(x+1)(1+1) = 20$$

$$\therefore x = 4$$

14. 자연수 288의 약수의 개수와 자연수  $4 \times 3 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 같을 때,  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$288 = 2^5 \times 3^2 \text{ 이므로}$$

$$\text{약수의 개수는 } (5 + 1) \times (2 + 1) = 18 \text{ (개)}$$

$$4 \times 3 \times 7^a = 2^2 \times 3 \times 7^a \text{ 이므로}$$

약수의 개수는

$$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (a + 1) = 6 \times (a + 1) \text{ (개)}$$

$$6 \times (a + 1) = 18 \text{ 이므로}$$

$$a + 1 = 3$$

$$\therefore a = 2$$

15.  $3^3 \times a$  는 약수의 개수가 12 인 수 중 가장 작은 홀수라고 할 때,  $a$  에 맞는 수를 구하면?

① 1

② 4

③ 9

④ 25

⑤ 36

해설

$$12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$$

$3^3 \times a$  가 홀수이므로

$a$  는 3 보다 큰 소수의 제곱수이므로  $5^2 = 25$

16. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

자연수  $n$  의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는  
1 과  $n$  이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로  
자연수  $n$  은 소수의 완전제곱수이어야 한다.  
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면  
 $13^2 = 169 < 200$  이고  $17^2 = 289 > 200$  이므로  
200 이하인 소수의 완전제곱수는  
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$  이다.



17. 네 자리의 정수  $41\square 2$  가 3 의 배수인 동시에 4 의 배수가 되도록  $\square$  안에 알맞은 수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

### 해설

3의 배수는 자리 수의 합이 3의 배수 이므로  $41\square 2 \Rightarrow 4 + 1 + \square + 2 = 7 + \square$  에서  $\square$  안에 들어갈 수 있는 수는 2, 5, 8 이다.

4의 배수는 마지막 두 자리가 4의 배수이어야 하므로  $41\square 2 \Rightarrow \square 2$  에서

$\square$  안에 들어갈 수 있는 수는 1, 3, 5, 7, 9 이다.

따라서 동시에 만족하는 수는 5 이다.

18. 자연수  $x$  를 소인수분해하여 곱해진 모든 수들의 합을  $S(x)$  라 한다.  
(단, 1 은 생각하지 않는다. )

예를 들면,  $2250 = 2 \times 3^2 \times 5^3$  이므로  $S(2250) = 2 + 3 + 3 + 5 + 5 + 5 = 23$   
이 때, 어떤 자연수  $m$  을 소인수분해하면 세 종류의 소인수가 나타나고  
 $S(m) = 17$  이라고 한다. 이러한 수 중에서 가장 큰 수와 작은 수의  
차를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 108

#### 해설

17 을 세 종류의 소수의 합으로 나타내면,

$$17 = 2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 5 = S(360)$$

$$17 = 2 + 2 + 3 + 5 + 5 = S(300)$$

$$17 = 2 + 2 + 3 + 3 + 7 = S(252)$$

$$\therefore 360 - 252 = 108$$

19.  $2^a \times 3^b \times 11^c$  이 132 를 약수로 가질 때, 세 자연수  $a, b, c$  의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

#### 해설

132 를 소인수분해하면  $132 = 2^2 \times 3 \times 11$  이다. 한편  $2^a \times 3^b \times 11^c$  이 132 를 약수로 가지므로  $a$  는 2 보다 크거나 같고,  $b$  는 1 보다 크거나 같다. 또한  $c$  도 1 보다 크거나 같다.

따라서  $a, b, c$  의 최솟값은 각각 2, 1, 1 이므로 구하는 합은  $2 + 1 + 1 = 4$  이다.

20. 자연수  $a$  의 약수의 개수를  $n(a)$  로 나타낼 때,  $n(240) \div n(162) \times n(x) = 20$  을 만족시키는 자연수  $x$  중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 48

해설

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5, 162 = 2 \times 3^4 \text{ 에서}$$

$$n(240) = (4+1) \times (1+1) \times (1+1) = 20$$

$$n(162) = (1+1) \times (4+1) = 10$$

$$n(240) \div n(162) \times n(x) = 20$$

$$20 \div 10 \times n(x) = 20$$

$$\therefore n(x) = 10$$

$$10 = 5 \times 2 = (4+1)(1+1) \text{ 이므로}$$

$$\text{가장 작은 } x = 2^4 \times 3 = 48$$

$$\therefore 48$$