1. 다음 □안에 알맞은 수를 각각 써 넣어라.

직각삼각형의 빗변의 길이를 10 , 다른 두 변의 길이를 각각 6, 8 이라 할 때, 다음이 성립한다.
$\square^2 + \square^2 = \square^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

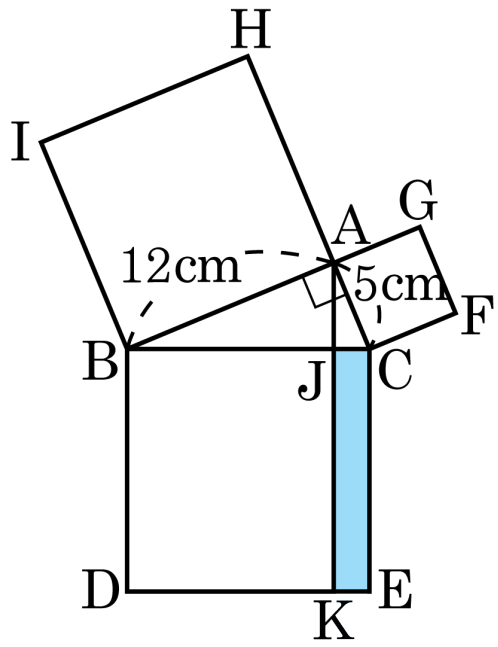
▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 10

해설

[피타고라스 정리]
직각삼각형에서 직각을 끼고 있는 두 변의 길이를 각각 a, b 라고 하고 빗변의 길이를 c 라고 할 때, $a^2 + b^2 = c^2$ 이 성립한다.

2. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 12\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\,\text{cm}$ 일 때, □JKEC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm^2

▷ 정답 : $25\,\text{cm}^2$

해설

□JKEC = □ACFG = $5 \times 5 = 25(\,\text{cm}^2)$

3. 세 변의 길이가 각각 $x+1,\ x-1,\ x+3$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되게 하려고 할 때, 만족하는 x 값의 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

삼각형의 세 변은 모두 양수이어야 하므로 가장 작은 변인 $x-1$ 이 양수이어야 한다.

$x-1>0,\ x>1$

$(x+3)^2=(x+1)^2+(x-1)^2$

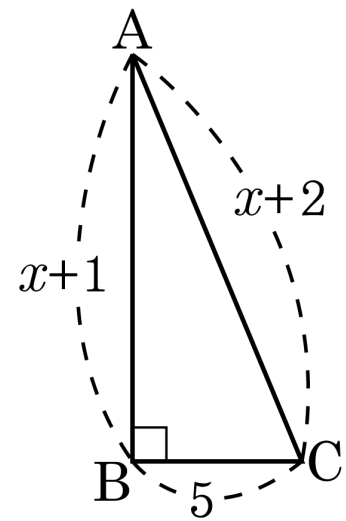
$x^2+6x+9=x^2+2x+1+x^2-2x+1$

$x^2-6x-7=0$

$x=-1$ 또는 7

$x>1$ 이므로 $x=7$ 이다.

4. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90°$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 11$

해설

빗변의 길이가 $x+2$ 인 직각삼각형이므로

$(x+2)^2 = (x+1)^2 + 5^2$

$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2x + 1 + 25$

$\therefore x = 11$

5. 세 변의 길이가 $(x+3)\,\mathrm{cm}$, $(x-1)\,\mathrm{cm}$, $(x-5)\,\mathrm{cm}$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되는 x 의 값은?

① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

$(x+3)^2 = (x-1)^2 + (x-5)^2$

$x^2 + 6x + 9 = x^2 - 2x + 1 + x^2 - 10x + 25$

$x^2 - 18x + 17 = 0$, $(x-1)(x-17) = 0$

따라서 $x = 1$ 또는 $x = 17$

$x > 5$ 이므로 $x = 17$

6. 다음 ☐ 안에 알맞은 말을 써넣어라.

세 변의 길이가 4 cm, 6 cm, 8 cm 인 삼각형은 ☐ 삼각형이고, 세 변의 길이가 3 cm, 4 cm, 5 cm 인 삼각형은 ☐ 삼각형이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

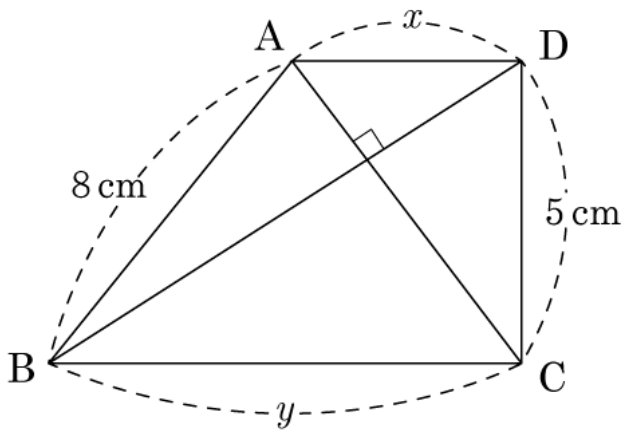
▷ 정답 : 둔각

▷ 정답 : 직각

해설

$4^2+6^2 > 8^2$ 이므로 둔각삼각형, $3^2+4^2 = 5^2$ 이므로 직각삼각형

7. 그림과 같이 □ABCD 가 주어졌을 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.



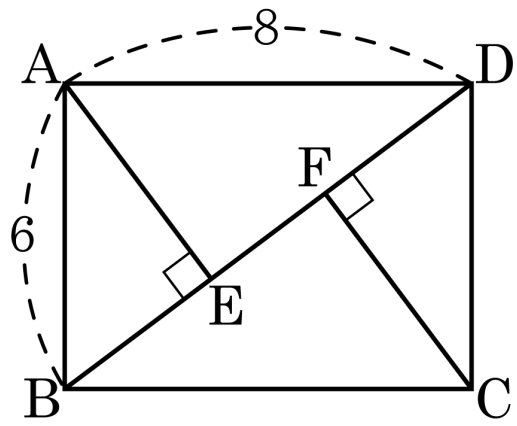
▶ 답 :

▷ 정답 : 89

해설

$x^2 + y^2 = 8^2 + 5^2 = 89$

8. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 대각선 BD 까지의 거리 $\overline{AE}$ 와 꼭짓점 C 에서 $\overline{BD}$ 까지의 거리 $\overline{CF}$ 의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9.6

해설

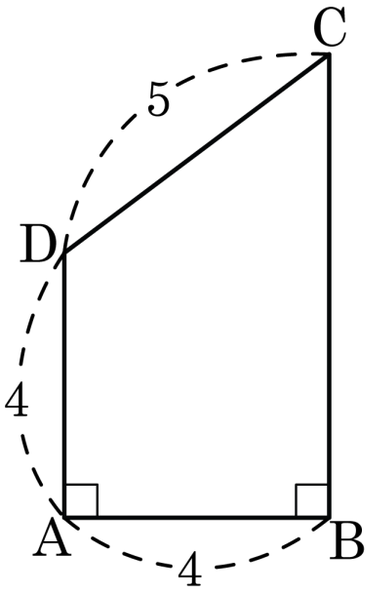
$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD} = 10$

$6 \times 8 = 10 \times \overline{AE}$, $\overline{AE} = 4.8$

따라서 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AE} + \overline{CF} = 4.8 + 4.8 = 9.6$ 이다.

9. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 의 길이는?



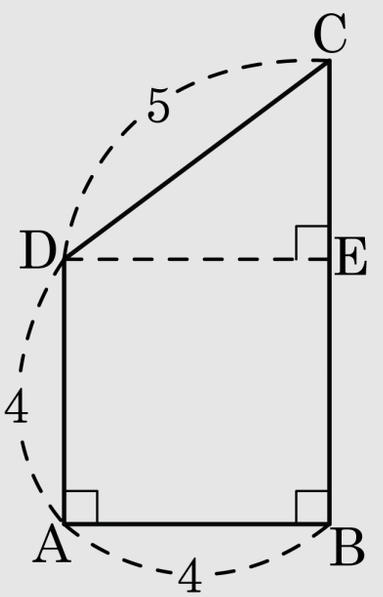
① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

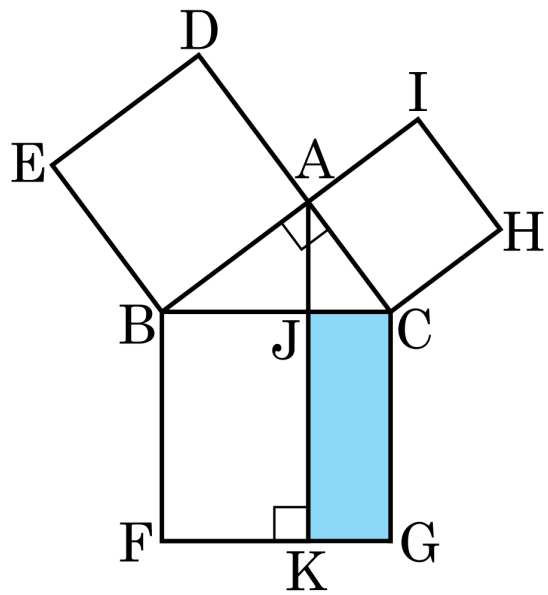
점 D를 지나면서 $\overline{AB}$에 평행한 보조선을 긋고 $\overline{BC}$와의 교점을 E라고 하자.

$\triangle DEC$에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{EC} = 3$

따라서 $\overline{BC} = 4 + 3 = 7$이다.



10. 다음 그림에서 □JKGC 와 넓이가 같은 도형은?



① □DEBA ② □BFKJ

③ □ACHI ④ △ABC

⑤ △ABJ

해설

□JKGC 의 넓이는 $\overline{AC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이와 같다.

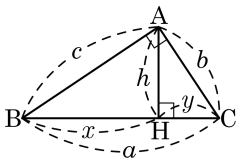
11. 세 변의 길이가 각각 4, 5, a 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 a 가 아닌 것은? (단, $a > 5$)

① 7 ② 7.5 ③ 8 ④ 8.5 ⑤ 9

해설

a 가 가장 긴 변이므로 $a^2 > 4^2 + 5^2$, $a^2 > 41$, a 는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로 $a < 4+5, a < 9$ 이다. 따라서 9 는 a 가 될 수 없다.

12. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $c^2 = ax$ ㉡ $bx = cy$ ㉢ $b^2 = ay$

㉣ $bc = ah$ ㉤ $a^2 = bc$ ㉥ $h^2 = xy$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉢

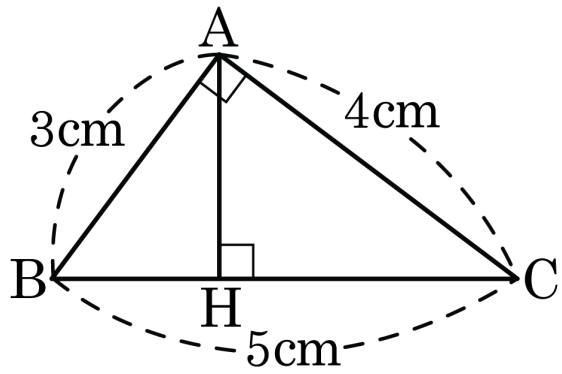
▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉥

해설

㉠ $c^2 = ax$ (○)
㉡ $bx = cy$
㉢ $b^2 = ay$ (○)
㉣ $bc = ah$ (○)
㉤ $a^2 = bc$
㉥ $h^2 = xy$ (○)

13. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 한다. $\overline{AB} = 3cm$, $\overline{AC} = 4cm$, $\overline{BC} = 5cm$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

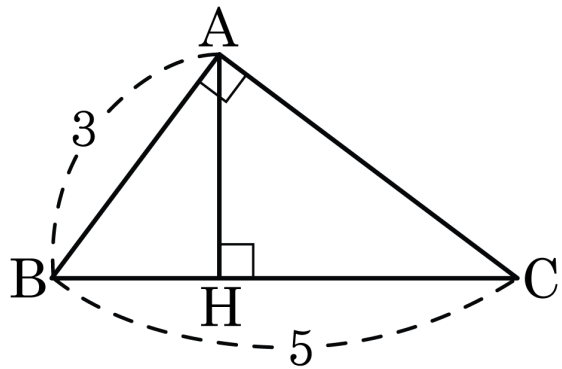
▷ 정답 : $\frac{16}{5}$

해설

큰 삼각형과 작은 두 삼각형이 서로 닮음이므로 $\overline{CH} = x$ 라고 할 때, $5 : 4 = 4 : x$ 이 성립한다.

따라서 $x = \frac{16}{5}$

14. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 빗변에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{AH}$ 의 길이는?



① 1.2 ② 1.6 ③ 2 ④ 2.4 ⑤ 2.8

해설

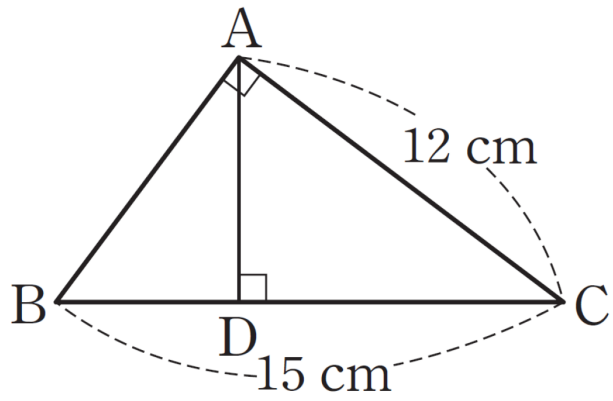
$\overline{AC} = 4$ 이므로

$\overline{AH} \times 5 = 3 \times 4$

$\therefore \overline{AH} = 2.4$

15.

오른쪽 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$일 때, $\overline{AD}$의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{36}{5}$cm

해설

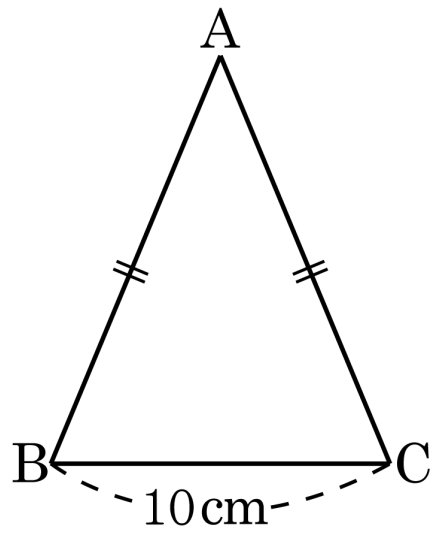
$\triangle ABC$에서

$\overline{AB}^2 = 15^2 - 12^2 = 81 \quad \therefore \ \overline{AB} = 9\,(\text{cm})$

이때 $\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AD} \times \overline{BC}$이므로

$9 \times 12 = \overline{AD} \times 15 \quad \therefore \ \overline{AD} = \frac{36}{5}\,(\text{cm})$

16. 다음 그림과 같이 넓이가 $60\,\mathrm{cm}^2$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 10\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 13 cm

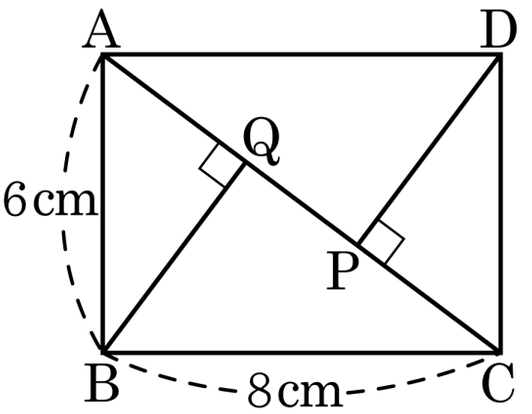
해설

높이 $= h$ 라 하면, $\frac{1}{2} \times h \times 10 = 60$

$\therefore\ h = 12\,\mathrm{cm}$,

$(\overline{AB})^2 = 5^2 + 12^2$, $\overline{AB} = 13\,\mathrm{cm}$

17. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 B, D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 Q, P 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 2.8 cm

해설

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로

$\overline{AC} = 10(\text{cm})$ 이다.

$\overline{AQ} = \overline{PC}$ 이고 $\triangle ABQ$와 $\triangle ABC$는 닮음이므로

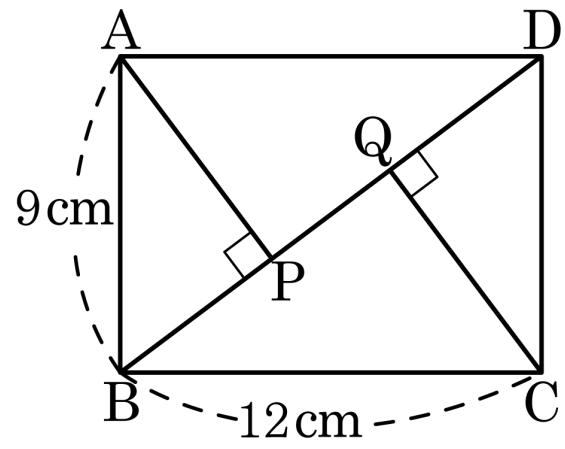
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AQ} : \overline{AB}$ 에서

$\overline{AB}^2 = \overline{AQ} \times \overline{AC}$ 이므로

$\overline{AQ} = \dfrac{36}{10} = 3.6(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\overline{PQ} = 10 - 3.6 - 3.6 = 2.8(\text{cm})$ 이다.

18. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 A , C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{AP} + \overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 16.8 cm

해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD} = 15(\text{cm})$ 이다.
$\overline{AP} \times \overline{BD} = \overline{AB} \times \overline{AD}$ 이므로,
$\overline{AP} = 7.2(\text{cm})$ 이다.
$\triangle ADP$ 와 $\triangle ABD$ 는 닮음이므로
$\overline{PD} : \overline{AD} = \overline{AD} : \overline{BD}$ 에서
$\overline{AD}^2 = \overline{PD} \times \overline{BD}$ 이므로 $\overline{PD} = 9.6(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{AP} + \overline{PD} = 7.2 + 9.6 = 16.8(\text{cm})$ 이다.

19. 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{P}(3,\ 4)$, $\mathrm{Q}(x,\ -4)$ 사이의 거리가 10 일 때, x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 9$

▷ 정답 : $x = -3$

해설

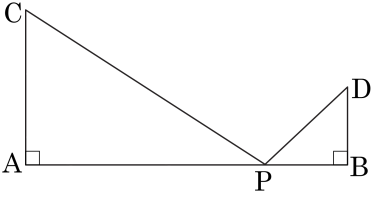
$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{PQ}}^2 &= (x-3)^2 + (-4-4)^2 \\ &= (x-3)^2 + 64 = 100\end{aligned}$$

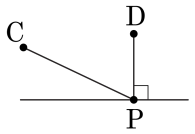
$(x-3)^2 = 36$

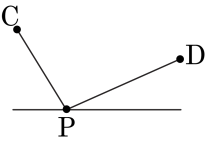
$x - 3 = \pm 6$

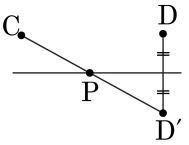
$\therefore\ x = 9,\ -3$

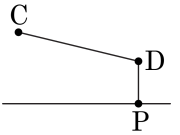
20. 다음 그림에서 $\overline{CA} \perp \overline{AB}$, $\overline{DB} \perp \overline{AB}$ 이고, 점 P는 $\overline{AB}$ 위를 움직일 때 $\overline{CP} + \overline{PD}$ 의 최단거리를 구하는 방법으로 옳은 것은?

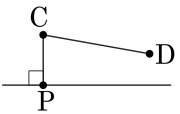


① 

② 

③ 

④ 

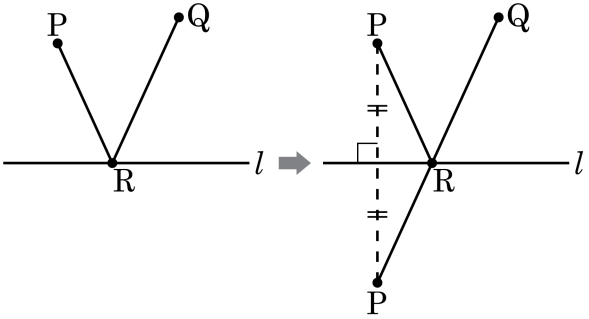
⑤ 

해설

AB 에 대한 점 D의 대칭점 D′을 잡고 선분 CD′가 $\overline{AB}$와 만나는 점을 P로 잡는다.

21. 다음 그림과 같이 점 P, Q가 있을 때, $\overline{PR} + \overline{RQ}$의 값이 최소가 되도록 직선 l위에 점 R를 잡는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것은?

직선 ☐에 대한 점 P의 대칭점 P′ 을 잡고 선분 ☐가 직선 l과 만나는 점을 ☐로 잡는다.



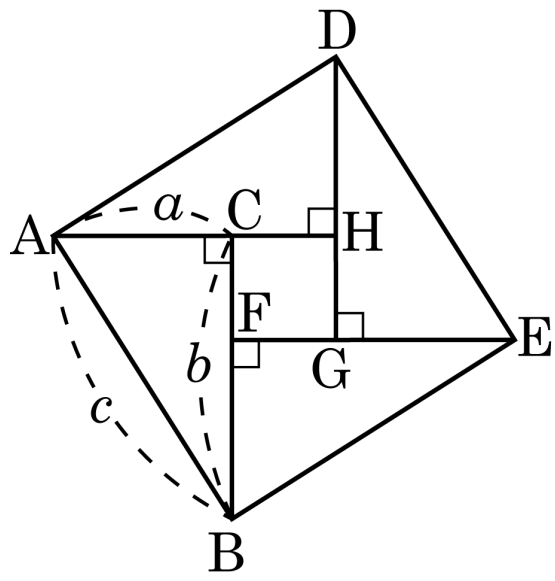
① l, PQ, Q ② l, PQ, R ③ l, P′Q, R

④ Q, PQ, Q ⑤ Q, P′Q, R

해설

l에 대한 점 P의 대칭점 P′ 을 잡고 선분 P′Q가 직선 l과 만나는 점을 R로 잡는다.

22. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 정사각형 ABED를 만든 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABC \equiv \triangle EDG$

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{CF}$

③ $\overline{FG} = b - a$

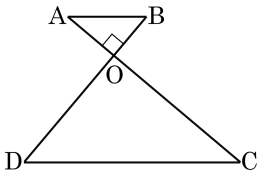
④ $\square ABED = \square CFGH + \triangle AHD + \triangle ABC + \triangle EFB + \triangle GDE$

⑤ $\square CFGH$는 정사각형

해설

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{BF}$, $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF}$

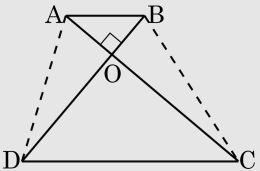
23. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 4$, $\overline{CD} = 11$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



① 127 ② 130 ③ 137

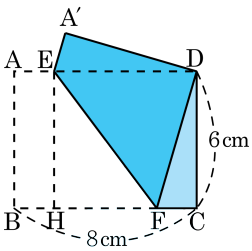
④ 140 ⑤ 157

해설



$\triangle OAD$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 \cdots ①$
$\triangle ODC$ 에서 $\overline{OD}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{CD}^2 \cdots ②$
$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 \cdots ③$
$\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2 \cdots ④$
①과 ③을 변변 더하면
$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \cdots ⑤$
②와 ④를 변변 더하면
$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \cdots ⑥$
⑤와 ⑥에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로
$\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 + 11^2 = 16 + 121 = 137$

24. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접었다. $\overline{CD} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\,\text{cm}$, 점 H 는 점 E 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{A'E} = \frac{7}{4}\,\text{cm}$

② $\angle DEF = \angle EFH$

③ $\overline{EF} = \frac{17}{2}\,\text{cm}$

④ $\overline{BF} = \overline{DE}$

⑤ $\overline{HF} = \frac{9}{2}\,\text{cm}$

해설

$\triangle A'ED$ 에서 $\overline{A'E}$ 를 x 로 잡으면 피타고라스 정리에 따라

$x^2 + 6^2 = (8-x)^2$, $x = \frac{7}{4} = \overline{A'E} = \overline{FC}$

$\therefore \overline{ED} = 8 - \frac{7}{4} = \frac{25}{4}(\,\text{cm})$ 이고, $\overline{HF} = \overline{CH} - \overline{CF} = \frac{25}{4} - \frac{7}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}(\,\text{cm})$

$\triangle EHF$ 에서 피타고라스 정리에 따라

$\overline{EF}^2 = 6^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{225}{4}$

$\overline{EF}$ 는 변이므로 양수이다. 따라서 $\overline{EF} = \frac{15}{2}(\,\text{cm})$ 이다.

③ $\overline{EF} \neq \frac{17}{2}\,\text{cm}$

25.

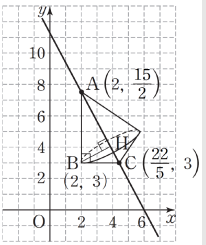
좌표평면 위의 세 점 $A\left(2,\ \frac{15}{2}\right)$, $B(2,\ 3)$, $C\left(\frac{22}{5},\ 3\right)$에 대하여 $\triangle ABC$를 직선 AC를 축으로 하여 1회전시킬 때, 생기는 입체도형의 부피를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{648}{85}\pi$

해설

$\triangle ABC$를 직선 AC를 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



$\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=\frac{15}{2}-3=\frac{9}{2}$,

$\overline{BC}=\frac{22}{5}-2=\frac{12}{5}$이므로

$\overline{AC}^2=\left(\frac{9}{2}\right)^2+\left(\frac{12}{5}\right)^2=\frac{2601}{100}$ $\therefore\ \overline{AC}=\frac{51}{10}$

점 B에서 직선 AC에 내린 수선이 발을 H라 하면

$\overline{AB}\times\overline{BC}=\overline{AC}\times\overline{BH}$이므로 $\frac{9}{2}\times\frac{12}{5}=\frac{51}{10}\times\overline{BH}$

$\therefore\ \overline{BH}=\frac{36}{17}$

$\therefore$ (부피)

$=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{36}{17}\right)^2\times\overline{AH}+\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{36}{17}\right)^2\times\overline{CH}$

$=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{36}{17}\right)^2\times\overline{AC}$

$=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{36}{17}\right)^2\times\frac{51}{10}=\frac{648}{85}\pi$