

1. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖는 것은?

① $y = x^2 + x - 1$

② $y = \frac{1}{2}(x - 1)^2 + 1$

③ $y = \frac{1}{5}x^2 + 4$

④ $y = -x^2 - 2x + 1$

⑤ $y = \frac{3}{4}(x + 1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수인 것을 찾는다.

2. $-2 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $y = -x^2 + 4x + k$ 의 최댓값이 6 일 때, 최솟값은?

① -14 ② -12 ③ -10 ④ -8 ⑤ -6

해설

$y = -x^2 + 4x + k = -(x-2)^2 + k + 4$ 이므로

$x = 2$ 일 때 y 의 최댓값은 $k + 4$ 이다.

따라서 $k + 4 = 6$ 에서 $k = 2$

$-2 \leq x \leq 2$ 에서 $y = -(x-2)^2 + 6$ 은 $x = -2$ 일 때 최솟값을 가지며, 최솟값은 -10 이다.

3. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11 ② 21 ③ 25 ④ 81 ⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18 - x)$ 이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

4. 이차함수 $y = -ax^2 + 4ax + 5$ 의 최댓값이 -3 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① -8 ② -4 ③ -2 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$y = -ax^2 + 4ax + 5$$

$$y = -a(x^2 - 4x + 4 - 4) + 5$$

$$y = -a(x - 2)^2 + 4a + 5$$

최댓값은 $4a + 5 = -3$ 이므로 $a = -2$ 이다.

5. 이차함수 $y = x^2 - ax + b$ 가 $x = 2$ 에서 최솟값 4 를 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$x = 2$ 에서 최솟값이 4 이므로
꼭짓점의 좌표가 (2, 4) 이다.
 $y = (x - 2)^2 + 4 = x^2 - 4x + 8$
 $a = 4, b = 8$
 $\therefore a + b = 12$

6. 함수 $y = (x^2 - 2x + 3)^2 - 2(x^2 - 2x + 3) + 1$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$t = x^2 - 2x + 3$ 으로 놓으면
 $y = t^2 - 2t + 1 = (t - 1)^2 \dots \textcircled{1}$
또, $t = (x - 1)^2 + 2$ 이므로
 $t \geq 2 \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ 의 범위에서 $\textcircled{1}$ 의 최솟값은
 $t = 2$ 일 때 1이다.

7. 함수 $f(x) = (x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x + 3) + 3x^2 - 6x$ 의 최솟값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2 - 2x + 2 = t$ 로 놓으면

$t = (x-1)^2 + 1 \geq 1$ 이고

$f(x) = g(t) = t(t+1) + 3t - 6$

$= t^2 + 4t - 6$

$= (t+2)^2 - 10 \quad (t \geq 1)$

따라서 구하는 최솟값은

$g(1) = (1+2)^2 - 10 = -1$

8. 실수 x, y 가 $2x + y = 4$ 를 만족할 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하면?

- ① $\frac{16}{5}$ ② $\frac{8}{5}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ $\frac{12}{5}$ ⑤ $\frac{17}{5}$

해설

$$\begin{aligned} 2x + y = 4 \text{ 에서 } y &= -2x + 4 \cdots \text{㉠} \\ \text{㉠에서 } x^2 + y^2 &= x^2 + (-2x + 4)^2 \\ &= 5x^2 - 16x + 16 \\ &= 5\left(x^2 - \frac{16}{5}x\right) + 16 \\ &= 5\left(x - \frac{8}{5}\right)^2 + \frac{16}{5} \end{aligned}$$

따라서 $x^2 + y^2$ 은 $x = \frac{8}{5}$ 일 때,

최솟값 $\frac{16}{5}$ 을 갖는다.

9. x, y 가 실수일 때, $x^2 - 6x + 2y^2 + 4y + 7$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 6x + 2y^2 + 4y + 7 \\ &= (x-3)^2 + 2(y+1)^2 - 4 \text{ 이므로} \\ & x=3, y=-1 \text{ 일 때, 최솟값 } -4 \text{ 를 갖는다.} \end{aligned}$$

10. 둘레의 길이가 20cm 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

부채꼴의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}a(20 - 2a) = a(10 - a) = -a^2 + 10a \\ &= -(a^2 - 10a + 25) + 25 \\ &= -(a - 5)^2 + 25 \end{aligned}$$

$$a = 5, b = 25$$

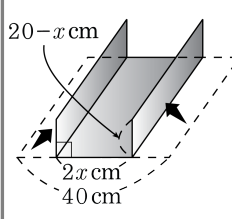
따라서 $a + b = 30$ 이다.

11. 너비가 40cm 인 철판의 양쪽을 접어 단면이 직사각형인 물받이를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 최대가 될 때, 높이를 구하면?

- ① 10 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

해설

직사각형의 가로를 $2x$ 라 하면 세로는 $20 - x$ 이다.
단면의 넓이는
 $2x(20 - x) = -2x^2 + 40x = -2(x^2 - 20x + 200) + 100 = -2(x - 10)^2 + 200$
 $\therefore x = 10$ 일 때 넓이가 최대이다.



12. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 일 때, 최솟값 -3 을 갖고, 그래프가 점 $(-1, 6)$ 을 지난다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 이므로 $y = a(x-2)^2 - 3$

점 $(-1, 6)$ 을 대입하면 $a = 1$

$y = (x-2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 1$ 에서

$a = 1, b = -4, c = 1$

따라서 $a + b + c = -2$ 이다.

13. 이차함수 $y = -x^2 - 2kx + 4k$ 의 최댓값이 M 일 때, M 의 최솟값을 구하면?

- ① 1 ② -2 ③ 3 ④ -4 ⑤ 5

해설

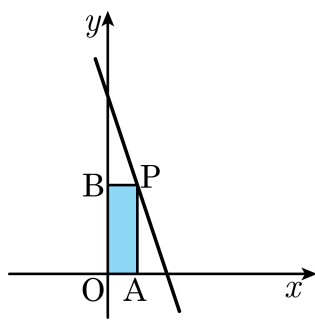
$$y = -x^2 - 2kx + 4k = -(x+k)^2 + k^2 + 4k$$

$$M = k^2 + 4k \text{ 이므로}$$

$$M = (k+2)^2 - 4 \text{ 이다.}$$

따라서 M 의 최솟값은 -4 이다.

14. 다음 그림과 같이 일차함수 $y = -x + 4$ 의 그래프 위의 한 점 P 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 할 때, 직사각형 OAPB 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

A 의 좌표를 $(t, 0)$ 이라고 하면 P 의 좌표는 $(t, -t + 4)$ 이고 B 의 좌표는 $(0, -t + 4)$
 $\therefore \square OAPB = t \times (-t + 4) = -t^2 + 4t = -(t - 2)^2 + 4$
 $t = 2$ 일 때, 넓이의 최댓값 4

15. 1200 명이 들어갈 수 있는 어느 소극장에서 입장권을 6000 원에 팔면 평균 600 명의 관중이 입장한다. 시장조사에 의하면, 입장료를 500 원씩 내리면 100 명씩 더 온다고 조사가 되었다. 이 때, 수입을 최대로 하기 위한 입장권의 가격은?

- ① 3000 원 ② 3500 원 ③ 4000 원
④ 4500 원 ⑤ 5000 원

해설

수입을 $f(x)$ 라고 하면,

$$\begin{aligned} f(x) &= (6000 - 500x)(600 + 100x) \\ &= -50000x^2 + 300000x + 3600000 \\ &= -50000(x - 3)^2 + 4050000 \end{aligned}$$

$x = 3$ 일 때 최대이다.

즉, (입장권 가격) = $6000 - 500 \times 3 = 4500$ 원.

16. 초속 50m 로 지상에서 곧바로 위로 던진 돌의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 x 와 y 사이에는 $y = 40x - 5x^2$ 의 관계식이 성립한다. 돌이 최고의 높이에 도달하는 것은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초 후

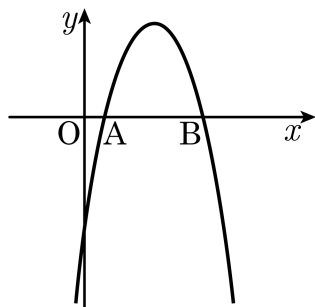
▶ 정답: 4초 후

해설

$$y = 40x - 5x^2$$
$$y = -5(x - 4)^2 + 80$$

$x = 4$ 일 때, 최댓값 80 을 갖는다.

17. 다음은 이차함수 $y = -x^2 + 6x + k$ 의 그래프이다. $\overline{AB} = 4$ 일 때, 이 이차함수의 최댓값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = -x^2 + 6x + k = -(x-3)^2 + k + 9$ 에서
축의 방정식은 $x = 3$ 이다.
그림에서 보듯 $\overline{AB} = 4$ 이면 점 A, B 는 축 $x = 3$ 에서 각각 2
만큼 떨어져 있다.
 $\therefore A(1, 0), B(5, 0)$
구하는 식은 $y = -(x-1)(x-5) = -x^2 + 6x - 5$
 $\therefore k = -5$
 $y = -(x-3)^2 + 4$
 $\therefore x = 3$ 에서 최댓값 4