

1. 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(n) = \begin{cases} n - 2 & (n \geq 100 \text{일때}) \\ f(f(n + 4)) & (n < 100 \text{일때}) \end{cases}$$

에서 $f(96)$ 의 값을 구하면?

① 78

② 80

③ 98

④ 99

⑤ 100

2. 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킬 때, $f(1280)$ 의 값은 얼마인가?

$$(i) f(2x) = f(x) \quad (x = 1, 2, 3, \dots)$$

$$(ii) f(2x + 1) = 2^x \quad (x = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

① 2

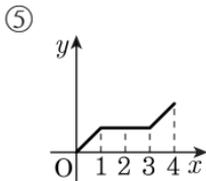
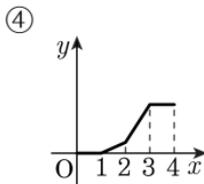
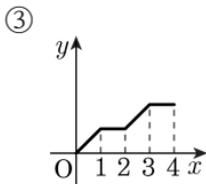
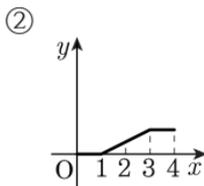
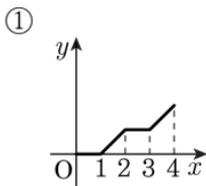
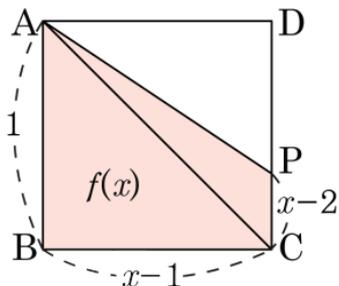
② 4

③ 8

④ 16

⑤ 32

3. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형의 변 $ABCD$ 위를 움직이는 동점 P 가 있다. 점 P 는 A 점에서 출발, 일정한 속력으로 점 B 를 돌아 다시 점 A 로 돌아온다. 점 P 가 움직인 거리를 x , 선분 AP 가 지나간 부분의 넓이를 $f(x)$ 라 할 때, 다음 중 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?



4. R 가 실수 전체의 집합일 때, R 에서 R 로의 함수 f 를 다음과 같이 정의한다.

$$f : x \rightarrow a|x-1| + (2-a)x + a \quad (x \in R, a \in R)$$

함

수 f 가 일대일 대응이 되도록 하는 a 의 값의 범위는?

① $a < -1$

② $a \leq -1$

③ $a > -1$

④ $a < 1$

⑤ $a \leq 1$

5. 집합 $U = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합 X, Y 가 $X \cup Y = U, X \cap Y = \emptyset$ 을 만족한다고 한다. 이 때, X 에서 Y 로의 일대일 대응이 되는 함수 f 의 개수를 구하면?



답:

개

6. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 중 다음 조건을 모두 만족시키는 함수 f 의 개수는 몇 개인가?

X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여

I. $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$

II. $f(x_1) = f(x_2)$ 이면 $x_1 = x_2$

① 2개

② 4개

③ 6개

④ 8개

⑤ 12개

7. 다음 보기의 함수 $f(x)$ 중 $(f \circ f \circ f)(x) = f(x)$ 가 성립하는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $f(x) = x + 1$

㉡ $f(x) = -x$

㉢ $f(x) = -x + 1$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

8. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f, g 가 $f(x) = ax + b, g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여 $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 를 만족할 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(10)$ 의 값은? (단, $a \neq 0$)

① 60

② 55

③ 51

④ 48

⑤ 45

9. $f\left(\frac{2x-1}{3}\right) = 4 - 2x$ 일 때, $(f \circ f)(2)$ 의 값을 구하여라.



답:

10. 함수 $f(x) = \frac{-3x+1}{x+3}$ 에 대하여 $f^1=f, f^{n+1} = f \circ f^n (n = 1, 2, 3, \dots)$

이라 할 때, $f^{2006}(-2) + f^{2007}(-2)$ 의 값은?

① 3

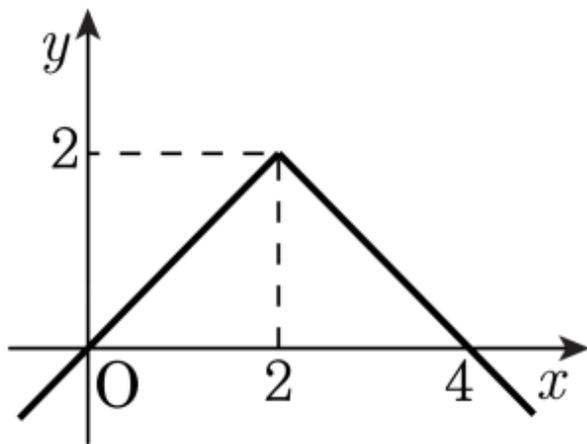
② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

11. $y = f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 방정식 $(f \circ f)(x) = 1$ 의 서로 다른 실근의 개수는?



① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 무수히 많다.

12. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수 f 를 $f : x \rightarrow a|x-1| + (2-a)x + a$ 와 같이 정의한다. 함수 f 의 역함수가 존재할 때, 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a < 1$

② $a > 1$

③ $0 < a < 2$

④ $-\frac{1}{2} < a < 2$

⑤ $0 < a < \frac{2}{3}$

13. 함수 $f(x)$ 가 $f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = 2x(x \neq 1)$ 를 만족할 때 $f(x)$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 의 식은?

① $\frac{x+2}{x-2} (x \neq 2)$

② $\frac{x+1}{x-2} (x \neq 2)$

③ $\frac{x-1}{x-2} (x \neq -1)$

④ $\frac{x+2}{x+1} (x \neq -1)$

⑤ $\frac{x+2}{x-1} (x \neq 1)$

14. $g(x) = 2 + \frac{7}{x-2}$ 에 대해 $(f^{-1} \circ g^{-1})^{-1}(x) = x$ 를 만족시키는 $f(x)$ 의 값은? (단, f^{-1}, g^{-1} 은 $f(x), g(x)$ 의 역함수)

① $\frac{2x-3}{x+2}$

② $\frac{x-2}{2x+3}$

③ $\frac{2x+3}{x-2}$

④ $\frac{x+2}{2x-3}$

⑤ $\frac{x-2}{2x-3}$

15. $f(5) = 10$, $f(10) = 30$ 이고 $g(x) = ax - 10$ 인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f^{-1} \circ g = f$ 를 만족하는 상수 a 의 값을 구하여라.



답: $a =$ _____

16. $\begin{cases} 2x + 1 & (x \geq 1) \\ x + 2 & (x < 1) \end{cases}$ 에 대하여 $f^{-1}(5) + f^{-1}(k) = -2$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

 답: $k =$ _____

17. 함수 $f(x) = x^2 - 4x + 6 (x \geq 2)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 두 교점 사이의 거리를 구했을 때, 옳은 것은 무엇인가?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 2

⑤ $\sqrt{5}$

18. 다음 그림은 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = x$ 의 그래프이다. $(f \circ f)^{-1}(b)$ 의 값은?

- ① a ② b ③ c ④ d ⑤ e

