

1. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하고 판별식을 D 라고 할 때 $|\alpha - \beta|$ 는 다음 중 어느 것과 같은가?

① $\frac{\sqrt{D}}{a}$

② $\frac{-\sqrt{D}}{a}$

③ $\frac{\sqrt{D}}{|a|}$

④ $-\frac{\sqrt{D}}{|a|}$

⑤ $-\frac{D}{|a|}$

해설

근의 공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$$\therefore \alpha = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \beta = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \text{ (단, } D = b^2 - 4ac \text{)}$$

$$\therefore |\alpha - \beta| = \left| \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \right|$$

$$= \left| \frac{-b + \sqrt{D} + b + \sqrt{D}}{2a} \right|$$

$$= \left| \frac{2\sqrt{D}}{2a} \right| = \frac{\sqrt{D}}{|a|}$$

2. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$a + b = 3$, $ab = 1$ 이므로

$\therefore (a^2 + b^2) = (a + b)^2 - 2ab = 3^2 - 2 \cdot 1 = 7$

3. 이차방정식 $x^2 - 10x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3이 되도록 상수 k 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

주어진 방정식의 한 근을 2α 라 하면
다른 한 근은 3α 가 되므로

$$\begin{cases} 2\alpha + 3\alpha = 10 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 2\alpha \times 3\alpha = k & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①, ②를 풀면

$$\alpha = 2, k = 6 \times 2^2 = 24$$

4. 이차식 $x^2 + 2x + 4$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하여라.

① $(x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$

② $(x + 1 - \sqrt{3})(x + 1 + \sqrt{3})$

③ $(x + 1 - \sqrt{2}i)(x + 1 + \sqrt{2}i)$

④ $(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})$

⑤ $(x - 1 - \sqrt{2}i)(x - 1 + \sqrt{2}i)$

해설

$x^2 + 2x + 4 = 0$ 의 해를 구하면

$$x = -1 \pm \sqrt{1-4} = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\therefore x^2 + 2x + 4$$

$$= \{x - (-1 + 3\sqrt{3}i)\} \{x - (-1 - \sqrt{3}i)\}$$

$$= (x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$$

5. 이차방정식 $x^2 - (k+1)x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3일 때, 상수 k 의 값들의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

두 근을 2α , 3α 라 하면

$2\alpha + 3\alpha = k + 1$, $(2\alpha)(3\alpha) = k$ 이므로,

$5\alpha = k + 1$, $6\alpha^2 = k$

이 두 식에서 α 를 소거하면

$$6\left(\frac{k+1}{5}\right)^2 = k \text{에서 } 6k^2 - 13k + 6 = 0$$

$$(2k-3)(3k-2) = 0 \therefore k = \frac{3}{2}, \frac{2}{3}$$

6. x 에 대한 방정식 $x^2 + 2ax + a^2 - 2a + 3 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 상수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

두 근이 α, β 일 때,
 $\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = a^2 - 2a + 3$
 $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$
 $\quad = (-2a)^2 - 4(a^2 - 2a + 3)$
 $\quad = 8a - 12$
 $|\alpha - \beta| = 2$ 이므로,
 $8a - 12 = 4 \quad \therefore a = 2$

7. 이차방정식 $x^2 - (a+2)x + a = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 상수 a 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

두 근을 α, β 라 하면

$$\alpha + \beta = a + 2, \quad \alpha\beta = a$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$4 = a^2 + 4a + 4 - 4a$$

$$\therefore a = 0$$

8. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 2, 곱이 3일 때, 이차방정식 $f(2x+1) = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

$f(\alpha) = 0, f(\beta) = 0$ 이고 조건에서

$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3$

$f(2x+1) = 0$ 에서

$2x+1 = \alpha$ 또는 $2x+1 = \beta$

$\therefore x = \frac{\alpha-1}{2}$ 또는 $x = \frac{\beta-1}{2}$

따라서 $f(2x+1) = 0$ 의 근은 $\frac{\alpha-1}{2}, \frac{\beta-1}{2}$

이때 두 근의 합 $\frac{\alpha-1}{2} + \frac{\beta-1}{2}$

$= \frac{\alpha+\beta-2}{2} = \frac{2-2}{2} = 0$

9. 서현이와 주현이가 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 을 함께 풀었다. 그런데 서현이는 a 를 잘못 보고 풀어서 두 근 1, 3을 얻었고, 주현이는 b 를 잘못 보고 풀어서 두 근 $-1, -4$ 를 얻었다. 이 때, 처음 이차방정식은?
- ① $x^2-5x+3=0$

② $x^2+5x+3=0$

③ $x^2+5x+13=0$

④ $x^2+5x-13=0$

⑤ $x^2+5x+15=0$

해설

서현이가 잘못 본 일차항의 계수 a 를 a' ,
주현이가 잘못 본 상수항 b 를 b' 이라 하자.
 $x^2+a'x+b=0$ 의 두 근이 1, 3이므로
 $b=1\times 3=3$
 $x^2+ax+b'=0$ 의 두 근이 $-1, -4$ 이므로
 $-a=(-1)+(-4)=-5$
 $\therefore a=5$
따라서 처음의 이차방정식은 $x^2+5x+3=0$

10. 이차방정식 $x^2 - 2kx + k^2 - 2k - 3 = 0$ 의 두 근이 모두 음수 일 때, k 의 범위를 구하면?

- ① $-\frac{3}{2} \leq k < -1$ ② $-\frac{3}{2} < k < 0$
 ③ $-1 < k < 0$ ④ $-1 < k < 3$
 ⑤ $k < 0$ 또는 $k > 3$

해설

(i) 판별식이 0보다 크거나 같다.

$$D' = k^2 - (k^2 - 2k - 3) \geq 0 \text{에서}$$

$$k \geq -\frac{3}{2}$$

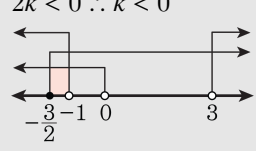
(ii) 두 근의 곱은 0보다 크다.

$$k^2 - 2k - 3 > 0 \text{에서 } (k + 1)(k - 3) > 0$$

$$\therefore k < -1 \text{ 또는 } k > 3$$

(iii) 두 근의 합이 0보다 작다.

$$2k < 0 \therefore k < 0$$



공통범위를 구하면, $-\frac{3}{2} \leq k < -1$