

1. 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하고 판별식을  $D$ 라고 할 때  $|\alpha - \beta|$ 는 다음 중 어느 것과 같은가 ?

①  $\frac{\sqrt{D}}{a}$

②  $\frac{-\sqrt{D}}{a}$

③  $\frac{\sqrt{D}}{|a|}$

④  $-\frac{\sqrt{D}}{|a|}$

⑤  $-\frac{D}{|a|}$

해설

근의 공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$$\text{즉 } \alpha = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \beta = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \quad (\text{단, } D = b^2 - 4ac)$$

$$\therefore |\alpha - \beta| = \left| \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \right|$$

$$= \left| \frac{-b + \sqrt{D} + b + \sqrt{D}}{2a} \right|$$

$$= \left| \frac{2\sqrt{D}}{2a} \right| = \frac{\sqrt{D}}{|a|}$$

2. 이차방정식  $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을  $a, b$ 라 할 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$a + b = 3, ab = 1$ 이므로

$$\therefore (a^2 + b^2) = (a + b)^2 - 2ab = 3^2 - 2 \cdot 1 = 7$$

3. 이차방정식  $x^2 - 10x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3이 되도록 상수  $k$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

주어진 방정식의 한 근을  $2\alpha$ 라 하면  
다른 한 근은  $3\alpha$ 가 되므로

$$\begin{cases} 2\alpha + 3\alpha = 10 & \dots\dots ① \\ 2\alpha \times 3\alpha = k & \dots\dots ② \end{cases}$$

①, ②를 풀면

$$\alpha = 2, k = 6 \times 2^2 = 24$$

4. 이차식  $x^2 + 2x + 4$  를 일차식의 곱으로 인수분해 하여라.

①  $(x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$

②  $(x + 1 - \sqrt{3})(x + 1 + \sqrt{3})$

③  $(x + 1 - \sqrt{2}i)(x + 1 + \sqrt{2}i)$

④  $(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})$

⑤  $(x - 1 - \sqrt{2}i)(x - 1 + \sqrt{2}i)$

해설

$x^2 + 2x + 4 = 0$  의 해를 구하면

$$x = -1 \pm \sqrt{1 - 4} = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\therefore x^2 + 2x + 4$$

$$= \{x - (-1 + \sqrt{3}i)\} \{x - (-1 - \sqrt{3}i)\}$$

$$= (x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$$

5. 이차방정식  $x^2 - (k+1)x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3일 때, 상수  $k$ 의 값들의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

두 근을  $2\alpha$ ,  $3\alpha$ 라 하면

$$2\alpha + 3\alpha = k + 1, (2\alpha)(3\alpha) = k \text{ 이므로,}$$

$$5\alpha = k + 1, 6\alpha^2 = k$$

이 두 식에서  $\alpha$ 를 소거하면

$$6 \left( \frac{k+1}{5} \right)^2 = k \text{ 에서 } 6k^2 - 13k + 6 = 0$$

$$(2k-3)(3k-2) = 0 \therefore k = \frac{3}{2}, \frac{2}{3}$$

6.  $x$ 에 대한 방정식  $x^2 + 2ax + a^2 - 2a + 3 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 상수  $a$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

두 근이  $\alpha, \beta$ 일 때,

$$\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = a^2 - 2a + 3$$

$$\begin{aligned}(\alpha - \beta)^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \\ &= (-2a)^2 - 4(a^2 - 2a + 3) \\ &= 8a - 12\end{aligned}$$

$|\alpha - \beta| = 2$ 이므로,

$$8a - 12 = 4 \quad \therefore a = 2$$

7. 이차방정식  $x^2 - (a + 2)x + a = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 상수  $a$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하면

$$\alpha + \beta = a + 2, \quad \alpha\beta = a$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$4 = a^2 + 4a + 4 - 4a$$

$$\therefore a = 0$$

8. 이차방정식  $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 2, 곱이 3일 때, 이차방정식  $f(2x+1) = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하면

$f(\alpha) = 0, f(\beta) = 0$ 이고 조건에서

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3$$

$f(2x+1) = 0$ 에서

$$2x+1 = \alpha \quad \text{또는} \quad 2x+1 = \beta$$

$$\therefore x = \frac{\alpha-1}{2} \quad \text{또는} \quad x = \frac{\beta-1}{2}$$

따라서  $f(2x+1) = 0$ 의 근은  $\frac{\alpha-1}{2}, \frac{\beta-1}{2}$

$$\text{이때 두 근의 합} \quad \frac{\alpha-1}{2} + \frac{\beta-1}{2}$$

$$= \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{2 - 2}{2} = 0$$

9. 서현이와 주현이가 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$ 을 함께 풀었다. 그런데 서현이는  $a$ 를 잘못 보고 풀어서 두 근 1, 3을 얻었고, 주현이는  $b$ 를 잘못 보고 풀어서 두 근 -1, -4를 얻었다. 이 때, 처음 이차방정식은?

①  $x^2 - 5x + 3 = 0$

②  $x^2 + 5x + 3 = 0$

③  $x^2 + 5x + 13 = 0$

④  $x^2 + 5x - 13 = 0$

⑤  $x^2 + 5x + 15 = 0$

### 해설

서현이가 잘못 본 일차항의 계수  $a$ 를  $a'$ ,  
주현이가 잘못 본 상수항  $b$ 를  $b'$ 이라 하자.

$x^2 + a'x + b = 0$ 의 두 근이 1, 3이므로

$$b = 1 \times 3 = 3$$

$x^2 + ax + b' = 0$ 의 두 근이 -1, -4이므로

$$-a = (-1) + (-4) = -5$$

$$\therefore a = 5$$

따라서 처음의 이차방정식은  $x^2 + 5x + 3 = 0$

10. 이차방정식  $x^2 - 2kx + k^2 - 2k - 3 = 0$ 의 두 근이 모두 음수 일 때,  $k$ 의 범위를 구하면?

①  $-\frac{3}{2} \leq k < -1$

②  $-\frac{3}{2} < k < 0$

③  $-1 < k < 0$

④  $-1 < k < 3$

⑤  $k < 0$  또는  $k > 3$

해설

(i) 판별식이 0보다 크거나 같다.

$$D' = k^2 - (k^2 - 2k - 3) \geq 0 \text{에서}$$

$$k \geq -\frac{3}{2}$$

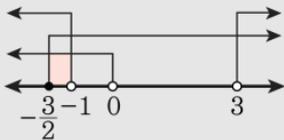
(ii) 두 근의 곱은 0보다 크다.

$$k^2 - 2k - 3 > 0 \text{에서 } (k+1)(k-3) > 0$$

$$\therefore k < -1 \text{ 또는 } k > 3$$

(iii) 두 근의 합이 0보다 작다.

$$2k < 0 \therefore k < 0$$



공통범위를 구하면,  $-\frac{3}{2} \leq k < -1$