

1. x 에 대한 이차방정식 $(k-1)x^2 + 2kx + k-1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 자연수 k 의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

(i) 이차방정식이므로 x^2 의 계수는 $k-1 \neq 0$ 이어야 한다.
따라서 $k \neq 1$

(ii) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} > 0$ 이어야
하므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - (k-1)^2 > 0, \quad 2k-1 > 0$$

$$\therefore k > \frac{1}{2}$$

따라서 자연수 k 의 최솟값은 2이다.

2. 이차식 $x^2 + 2x + 4$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하여라.

① $(x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$

② $(x + 1 - \sqrt{3})(x + 1 + \sqrt{3})$

③ $(x + 1 - \sqrt{2}i)(x + 1 + \sqrt{2}i)$

④ $(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})$

⑤ $(x - 1 - \sqrt{2}i)(x - 1 + \sqrt{2}i)$

해설

$x^2 + 2x + 4 = 0$ 의 해를 구하면

$$x = -1 \pm \sqrt{1-4} = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\therefore x^2 + 2x + 4$$

$$= \{x - (-1 + 3\sqrt{3}i)\} \{x - (-1 - \sqrt{3}i)\}$$

$$= (x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$$

3. 부등식 $x-1 \leq 3x-7 < 14-x$ 의 해 중에서 정수인 해는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 3 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$x-1 \leq 3x-7 < 14-x$ 에서

(i) $x-1 \leq 3x-7$
 $x-3x \leq -7+1$
 $-2x \leq -6$
 $\therefore x \geq 3$

(ii) $3x-7 < 14-x$
 $3x+x < 14+7$
 $4x < 21$
 $\therefore x < \frac{21}{4}$

(i), (ii) 에서 $3 \leq x < \frac{21}{4}$ 따라서 정수인 해는 3, 4, 5로 3개이다.

4. 부등식 $|x - 2| < k$ 를 만족하는 모든 x 의 값이 부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족할 때, 실수 k 의 최댓값은? (단, $k > 0$)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 풀면
 $-8 \leq x^2 - 8 \leq 8$
 $0 \leq x^2 \leq 16$
 $\therefore -4 \leq x \leq 4$
 $k > 0$ 이므로 부등식 $|x - 2| < k$ 을 풀면
 $-k < x - 2 < k$
 $-k + 2 < x < k + 2$
이때, 이 부등식의 모든 해가 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족하려면
 $-k + 2 \geq -4$, $k + 2 \leq 4$ 이어야 하므로
 $k \leq 6$, $k \leq 2$
 $\therefore 0 < k \leq 2$
따라서 실수 k 의 최댓값은 2이다.

5. 중심이 직선 $y = x + 2$ 위에 있고, 점 $(4, 4)$ 를 지나며, y 축에 접하는 원 중 반지름의 크기가 작은 원의 방정식을 구하면?
- ① $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 4$
- ② $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 9$
- ③ $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 4$
- ④ $(x - 10)^2 + (y - 12)^2 = 100$
- ⑤ $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 100$

해설

원의 방정식을 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = a^2$ 으로 놓으면
중심 (a, b) 가 $y = x + 2$ 위에 있으므로
 $b = a + 2$ ㉠
점 $(4, 4)$ 를 지나므로
 $(4 - a)^2 + (4 - b)^2 = a^2$ ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $(4 - a)^2 + (4 - a - 2)^2 = a^2$
 $a^2 - 12a + 20 = 0 \quad \therefore a = 2, 10$
 $\therefore a = 2$ 일 때 $b = 4$, $a = 10$ 일 때 $b = 12$
따라서 구하는 방정식은
 $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 4$,
 $(x - 10)^2 + (y - 12)^2 = 100$

6. 직선 $y = 2x$ 에 대하여 점 $P(a, b)$ 와 대칭인 점을 Q 라 한다. Q 를 x 축의 양의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 점을 R 라고 하면, R 과 P 는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이 된다고 한다. 이 때, $2a - 4b$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

R 과 $P(a, b)$ 는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 $R(b, a)$ 이고
 Q 는 R 을 x 축으로 -1 만큼 이동한 것이므로 $Q(b-1, a)$ 이다.
또, P 와 Q 는 $y = 2x$ 에 대하여 대칭이므로
 $\left(\frac{a+b-1}{2}, \frac{a+b}{2}\right)$ 는 $y = 2x$ 위의 점이고 $\overline{PQ}$ 와 $y = 2x$ 는 수직이다. $\therefore$ (선분 $\overline{PQ}$ 의 기울기) $= \frac{b-a}{a-b+1} = -\frac{1}{2} \dots \textcircled{1}$ 이고,
 $\frac{a+b}{2} = 2 \left(\frac{a+b-1}{2}\right) \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ 에서 $a-b=1$
 $\textcircled{2}$ 에서 $a+b=2$
 $\therefore a = \frac{3}{2}, b = \frac{1}{2}, 2a-4b = 3-2 = 1$

7. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

8. 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지가 -3 이고, $x-3$ 으로 나눈 나머지가 5 이다. $f(x)$ 를 $(x+1)(x-3)$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x-1$

해설

$$f(-1) = -3, f(3) = 5$$

$$f(x) = (x+1)(x-3)Q(x) + ax + b$$

$$-a + b = -3, 3a + b = 5$$

$$a = 2, b = -1$$

$$\therefore ax + b = 2x - 1$$

9. x 에 대한 이차식 $A = x^2 + ax + b$, $B = x^2 + bx + a$ 의 최대공약수 G 가 x 에 대한 일차식이고 $A + B = G(px + q)$ 일 때, 상수 $a + b + p + q$ 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

G 는 $A + B, A - B$ 의 인수가 된다.

$$A - B = (a - b)x - (a - b) = (a - b)(x - 1)$$

$$\therefore G = x - 1$$

A 에 $x = 1$ 대입,

$$1 + a + b = 0, a + b = -1$$

$$A + B = 2x^2 + (a + b)x + a + b$$

$$= 2x^2 - x - 1$$

$$= (x - 1)(2x + 1)$$

$$p = 2, q = 1$$

$$a + b + p + q = -1 + 2 + 1 = 2$$

10. $x^2 + y^2 - 2y + 1 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 - 2y + 1 = 0 \text{에서 } x^2 + (y - 1)^2 = 0$$

x, y 는 실수이므로 $x^2 \geq 0, (y - 1)^2 \geq 0$

따라서, $x = 0, y - 1 = 0$ 이므로 $x = 0, y = 1$

$$\therefore x + y = 0 + 1 = 1$$

11. 다음 두 부등식을 만족하는 자연수의 개수를 구하여라.

$$\frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x$$
$$0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3$$

▶ 답 : 개

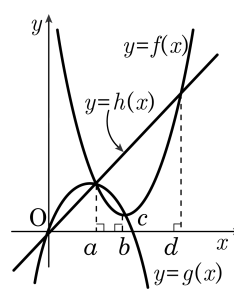
▷ 정답 : 6 개

해설

$\frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x$ 의 양변에 6 을 곱하면
 $2(2x+4) \geq 3(x-2) - 6x$
 $4x+8 \geq 3x-6-6x$
 $x \geq -2$
 $0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3$ 의 양변에 10 을 곱하면
 $3(2x-3) \leq 2(x+6) + 3$
 $6x-9 \leq 2x+12+3$
 $x \leq 6$
연립부등식의 해는 $-2 \leq x \leq 6$ 이다. 따라서 만족하는 자연수는 6 개이다.

12. 세 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = h(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ 의 해는?

- ① $0 \leq x \leq a$ ② $a \leq x \leq b$
 ③ $b \leq x \leq c$ ④ $c \leq x \leq d$
 ⑤ $a \leq x \leq d$



해설

그래프에서 $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ 인 부분을 찾는다. $\Rightarrow a \leq x \leq b$

13. 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 \leq 3x \\ x^2 + x \geq 2 \end{cases} \quad \text{의 해가 부등식}$$

$ax^2 + 2bx - 6 \geq 0$ 의 해와 같을 때, ab 의 값을 구하면?

- ① 8 ② 4 ③ 2 ④ -4 ⑤ -8

해설

$$x^2 - 3x \leq 0, x(x - 3) \leq 0$$

$$0 \leq x \leq 3$$

$$x^2 + x - 2 \geq 0, (x + 2)(x - 1) \geq 0$$

$$x \leq -2, x \geq 1$$



$$(x - 1)(x - 3) \leq 0, x^2 - 4x + 3 \leq 0$$

$$\rightarrow -2x^2 + 8x - 6 \geq 0$$

$$a = -2, b = 4$$

$$\therefore ab = -8$$

14. 좌표평면 위의 두 점 A (x_1, y_1), B (x_2, y_2)에 대하여 선분 AB를 3 : 2 으로 내분하는 점을 C라 할 때, 선분 AC와 점 B 사이의 관계는?
- ① 점 B는 선분 AC 를 5 : 3 으로 외분하는 점이다.
 - ② 점 B는 선분 AC 를 5 : 2 로 외분하는 점이다.
 - ③ 점 B는 선분 AC 를 3 : 2 로 외분하는 점이다.
 - ④ 점 B는 선분 AC 를 3 : 1 로 내분하는 점이다.
 - ⑤ 점 B는 선분 AC 를 2 : 1 로 내분하는 점이다.

해설

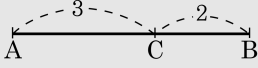
문제의 상황을 그림으로 나타내면 다음과 같다.

$\overline{AC} : \overline{CB} = 3 : 2$ 이므로,

위의 그림에서 보듯이,

$\overline{AB} : \overline{BC} = 5 : 2$ 이다.

따라서 점 B는 선분 $\overline{AC}$ 를 5 : 2 으로 외분하는 점이다.



15. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근은 -1 과 0 사이에 있고, 다른 근은 0 과 2 사이에 있을 때 정수 a, b 에 대하여, $a + b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$f(x) = x^2 + ax + b$ 라고 놓을 때

$$\begin{cases} f(-1) = 1 - a + b > 0 & \dots \textcircled{1} \\ f(0) = b < 0 & \dots \textcircled{2} \\ f(2) = 4 + 2a + b > 0 & \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 2 + \textcircled{3}$ 하면 $6 + 3b > 0$

$\therefore b > -2$

이것과 $\textcircled{2}$ 에서 $-2 < b < 0$

$\therefore b = -1$ ($\because b$ 는 정수)

이 값을 $\textcircled{1}, \textcircled{3}$ 에 대입하면

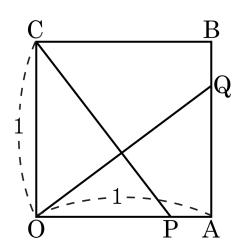
$1 - a - 1 > 0, 4 + 2a - 1 > 0$

$\therefore -\frac{3}{2} < a < 0$

$\therefore a = -1$ ($\because a$ 는 정수)

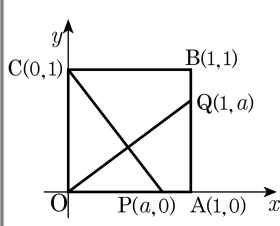
$\therefore a = -1, b = -1, a + b = -2$

16. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 OABC의 두 변 $\overline{OA}$, $\overline{AB}$ 위에 각각 점 P, Q를 $\overline{OP} = \overline{AQ}$ 가 되도록 잡을때, $(\overline{CP}$ 의 기울기) $\times$ $(\overline{OQ}$ 의 기울기)를 구하면?
- ① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ $\frac{1}{2}$
 ④ 1 ⑤ 2



해설

정사각형 OABC에 다음 그림과 같이 좌표축을 잡으면 $(\overline{CP}$ 의 기울기) $= -\frac{1}{a}$,
 $(\overline{OQ}$ 의 기울기) $= \frac{a}{1}$
 따라서, 두 직선의 기울기의 곱은
 $\left(-\frac{1}{a}\right) \times \left(\frac{a}{1}\right) = -1$



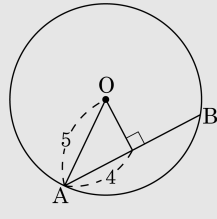
17. $y = x + k$ 가 원 $x^2 + y^2 + 6y - 16 = 0$ 에 의해서 잘린 현의 길이가 8 일 때, 상수 k 값의 합은 ?

- ① 6 ② 9 ③ -6 ④ -9 ⑤ 4

해설

$$\begin{cases} y = x + k \cdots \textcircled{1} \\ x^2 + (y + 3)^2 = 25 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

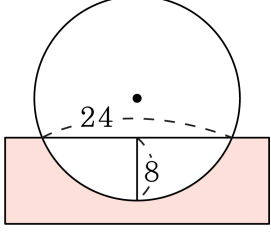
①, ②의 교점을 A, B 라 하면
 $\overline{AB} = 8$, $\overline{OA} = 5$ 이므로
 점 O 에서 ①에 이르는 거리는 3 이다.



$$\frac{|3 + k|}{\sqrt{1 + 1}} = 3, \quad k^2 + 6k - 9 = 0$$

$$k \text{ 값의 합} \Rightarrow -6$$

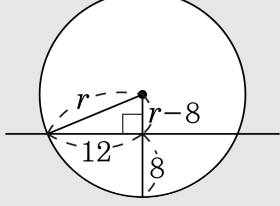
18. 구 모양의 공을 띄워 놓은 호수가 얼었다. 얼음을 깨지 않고 공을 들어내었더니 다음 그림과 같이 윗면의 지름이 24이고 깊이가 8인 홈이 생겼다고 할 때, 이 공의 반지름의 길이는?



- ① $6\sqrt{3}$ ② 13 ③ $8\sqrt{3}$ ④ 16 ⑤ $12\sqrt{3}$

해설

다음 그림처럼 공의 반지름의 길이를 r 라 하면
피타고라스의 정리에 의하여
 $r^2 = 12^2 + (r - 8)^2$
 $r^2 = 144 + r^2 - 16r + 64$
 $\therefore r = 13$



19. 권당 90000 원인 책을 100 권까지는 정가에 팔고, 101 권부터는 판매
량이 1 권씩 증가할 때마다 200 원씩 할인해서 판다고 할 때, 총 판매
금액이 최대가 될 때의 권당 판매 가격을 구하여라.

▶ 답 : 원

▷ 정답 : 55000 원

해설

판매량을 x 권이라 하면
(1) $x \leq 100$ 일 때
(총 판매 금액) $= 90000 \times x = 90000x$
따라서 $x = 100$ 일 때, 총 판매금액의 최댓값은 9000000 원이다.
(2) $x > 100$ 일 때
(판매가) $= 90000 - 200(x - 100) = 110000 - 200x$
(총 판매 금액) $= x(110000 - 200x)$
 $= -200x^2 + 110000x$
 $= -200(x - 275)^2 + 15125000$
따라서 판매권수가 $x = 275$ 일 때, 총 판매 금액의 최댓값은
15125000 원이다.
(1), (2)에 의하면 판매량이 275 권일 때, 총 판매금액이 15125000
원이고,
이때의 판매가는 한 권당 55000 원이다.

20. 직선 $y = mx$ 와 원 $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$ 의 두 교점을 A, B 라 할 때, 현 AB 의 길이가 최소가 되도록 하는 상수 m 의 값은?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

그림과 같이 원의 중심 $C(-2, 3)$ 에서
직선 $y = mx$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면
 $\triangle CAH$ 에서 $\overline{AH}^2 = \overline{CA}^2 - \overline{CH}^2$
 $= 25 - \overline{CH}^2$
따라서 $\overline{CH}$ 가 최대일 때, $\overline{AH}$ 가 최소이다.
 $\triangle COH$ 에서 $\overline{CH}^2 = \overline{CO}^2 - \overline{OH}^2$
 $\overline{CH}$ 가 최대가 되기 위해서는
 $\overline{CH} = \overline{CO}$ ($\overline{OH} = 0$) 일 때이므로
 $\overline{CO} \perp \overline{AB}$
직선 OC 의 기울기는 $-\frac{3}{2}$ 이므로 $m = \frac{2}{3}$