1. 대각선의 길이가 $6\sqrt{2}$ 인 정사각형의 넓이는?

① 12 ② 18 ③ 24 ④ 36 ⑤ 42

해설

피타고라스 정리를 적용하여

$(6\sqrt{2})^2 = x^2 + x^2$

$2x^2 = 72$

$x^2 = 36$

그런데, $x > 0$ 이므로

$x = \sqrt{36} = 6$

따라서 $6 \times 6 = 36$ 이다.

2. 좌표평면 위의 두 점 $A(-3,\ 4)$, $B(6,\ x)$ 사이의 거리가 $\sqrt{82}$ 일 때, x 의 값을 모두 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

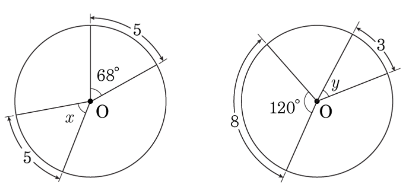
$\overline{AB} = \sqrt{(-3-6)^2 + (4-x)^2} = \sqrt{82}$

$(4-x)^2 + 81 = 82$

$(4-x)^2 = 1$

따라서 $x = 5$ 또는 3 이다.

3. 다음 그림에서 $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 113

해설

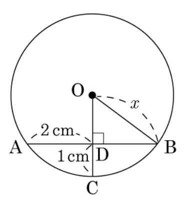
중심각과 호의 길이는 정비례한다.

$5:5=x°:68°\quad\therefore\ x=68$

$8:3=120°:y°\quad\therefore\ y=45$

$\therefore\ 68+45=113$

4. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라. (분수인 경우 소수로 고칠 것)



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 2.5 cm

해설

$\overline{OD} = x - 1$, $\overline{DB} = 2$

$x^2 = (x-1)^2 + 2^2$

$\therefore x = \frac{5}{2} = 2.5(\text{cm})$

5. 가로의 길이가 4cm , 대각선의 길이가 8cm 인 직사각형의 넓이를 구하면 $a\sqrt{b}\,\mathrm{cm}^2$ 이다. $a+b$ 를 구하여라.(단, b는 최소의 자연수)

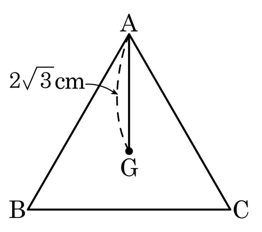
▶ 답:

▷ 정답: $a+b=19$

해설

세로의 길이를 x 라 하면, $x = \sqrt{8^2-4^2} = 4\sqrt{3}(\mathrm{cm})$
따라서, 넓이는 $4\times 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$
$a=16,\ b=3$이므로 $a+b=19$ 이다.

6. 다음 그림에서 점 G 는 정삼각형 ABC 의 무게중심일 때, △ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $9\sqrt{3}\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

한 변의 길이를 a 라 하면, 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ 이다.

$\overline{\mathrm{AG}} = 2\sqrt{3} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}a \ \ \therefore \ a = 6$

$\therefore \ \triangle\mathrm{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

7. 세 점A$(-3,\ -3)$, B$(2,\ 2)$, C$(0,\ 4)$ 를 꼭지점으로 하는 $\triangle$ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

A$(-3,\ -3)$, B$(2,\ 2)$, C$(0,\ 4)$

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(-3-2)^2+(-3-2)^2} = \sqrt{50}$

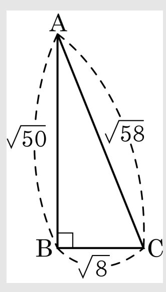
$\overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{(2-0)^2+(2-4)^2} = \sqrt{8}$

$\overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{(-3-0)^2+(-3-4)^2} = \sqrt{58}$

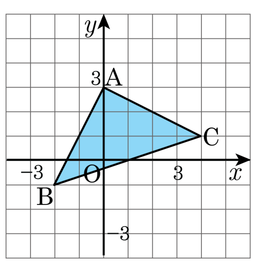
$(\sqrt{58})^2 = (\sqrt{50})^2 + (\sqrt{8})^2$

$\triangle$ABC 는 직각삼각형이므로

따라서 넓이는 $5\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 10$ 이다.



8. 다음 그림과 같이 세 점 $A(0,\ 3)$, $B(-2,\ -1)$, $C(4,\ 1)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB} = 2\sqrt{5}$

② $\overline{BC} = 2\sqrt{10}$

③ $\overline{AB} = \overline{BC}$

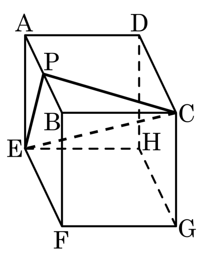
④ $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

⑤ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

해설

$\overline{AB}$ 의 길이를 구하면
$\sqrt{2^2 + (3+1)^2} = 2\sqrt{5}$
$\overline{BC}$ 의 길이를 구하면
$\sqrt{(-2-4)^2 + (-1-1)^2} = 2\sqrt{10}$ 이다.
$\overline{AC}$ 의 길이를 구하면 $\sqrt{4^2 + (3-1)^2} = 2\sqrt{5}$ 이다. 따라서 $\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이다.

9. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정육면체에서 점 P 가 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점일 때, $\overline{\mathrm{PE}}+\overline{\mathrm{PC}}$ 의 값이 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라.(단, b는 최소의 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=14$

해설

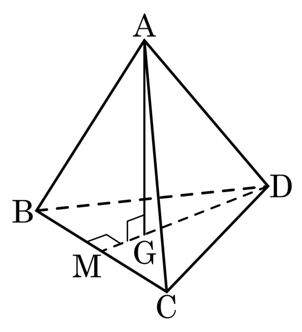
$\overline{\mathrm{PE}}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{10}$

$\overline{\mathrm{PC}}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{10}$

$\overline{\mathrm{PE}}+\overline{\mathrm{PC}}=4\sqrt{10}$ 이므로

$a+b=14$ 이다.

10. 다음 그림의 정사면체에서 점 G 는 $\triangle$BCD 의 무게중심이다. $\overline{\mathrm{GM}} = 2\sqrt{5}\mathrm{cm}$ 일 때, 정사면체의 부피를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^3

▷ 정답 : $80\sqrt{30}\,\mathrm{cm}^3$

해설

$\triangle$BCD 에서 $\overline{\mathrm{MD}} = \overline{\mathrm{GM}} \times 3 = 6\sqrt{5}(\mathrm{cm})$

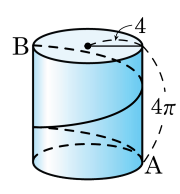
(정사면체의 한모서리의 길이) $= x$ 라 하면

$\overline{\mathrm{MD}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times x$

$x = 6\sqrt{5} \times \dfrac{2}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{15}(\mathrm{cm})$

(정사면체의 부피) $= \dfrac{\sqrt{2}}{12} \times (4\sqrt{15})^3 = 80\sqrt{30}(\mathrm{cm}^3)$

11. 다음 그림은 밑면의 반지름의 길이가 4 이고, 높이가 4π 인 원통이다. 그림과 같이 A 에서 B 까지 실로 원통을 한 바퀴 반 감아서 연결할 때, 실의 길이의 최소값을 구하면?

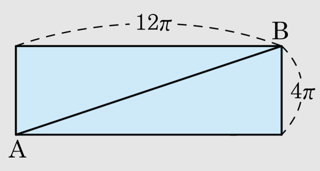


① $8\sqrt{2}\pi$　② 6π　③ 10π

④ 8π　⑤ $4\sqrt{10}\pi$

해설

실의 길이의 최솟값은 실을 팽팽히 잡아당길 때이다. 전개도를 그려 보면 다음과 같다.



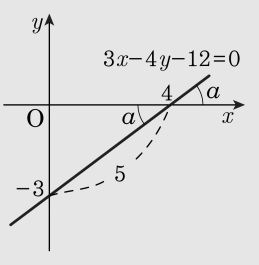
따라서, 실의 길이의 최솟값은 $\overline{AB}$ 의 길이와 같다.

$\therefore\ \overline{AB} = \sqrt{(12\pi)^2 + (4\pi)^2} = 4\sqrt{10}\pi$

12. 일차방정식 $3x-4y-12=0$ 의 그래프가 x 축과 이루는 예각의 크기를 a 라 할 때, $\sin a+\cos a$ 의 값은?

① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ 1 ④ $\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{7}{5}$

해설



x 절편, y 절편을 각각 구하면 $4, -3$ 이고

두 절편 사이의 거리는 $\sqrt{3^2+4^2}=5$ 이므로 $\sin a=\frac{3}{5}$, $\cos a=\frac{4}{5}$ 이다.

따라서 $\sin a+\cos a=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$ 이다.

13. $0° < A < 45°$ 일 때, $\sqrt{(\tan A + 1)^2} + \sqrt{(\tan 60° - \tan A)^2}$ 을 간단히 하면?

① $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $1 + \sqrt{2}$ ③ $1 + 2\sqrt{2}$
④ $1 + \sqrt{3}$ ⑤ $1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}$

해설
$0° < A < 45°$ 이므로 $0 < \tan A < 1$
$\sqrt{(\tan A + 1)^2} + \sqrt{(\tan 60° - \tan A)^2} = \tan A + 1 + \tan 60° - \tan A = 1 + \tan 60° = 1 + \sqrt{3}$

14. 다음 삼각비의 표를 보고 주어진 조건을 만족하는 $\angle x$ 와 $\angle y$ 에 대하여 $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하면?

<조건 ①>$\sin x = 0.2588$
<조건 ②>$\tan y = 0.3640$

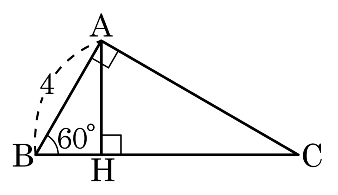
각도	사인(sin)	코사인(cos)	탄젠트(tan)
14°	0.2419	0.9703	0.2493
15°	0.2588	0.9659	0.2679
16°	0.2756	0.9613	0.2867
17°	0.2924	0.9563	0.3057
18°	0.3090	0.9511	0.3249
19°	0.3256	0.9455	0.3443
20°	0.3420	0.9397	0.3640
21°	0.3584	0.9336	0.3839

① 28° ② 30° ③ 32° ④ 35° ⑤ 40°

해설

<조건 ①>$\sin x = 0.2588$
$\therefore x = 15°$
<조건 ②>$\tan y = 0.3640$
$\therefore y = 20°$
$\therefore \angle x + \angle y = 15° + 20° = 35°$

15. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 4$ 이고, $\angle B = 60°$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $2\left(1+\sqrt{3}\right)$　② 8　③ $4\sqrt{5}$
④ $3\left(1+2\sqrt{3}\right)$　⑤ $3\left(2\sqrt{3}-1\right)$

해설

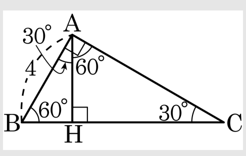
$\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{HC}$

$\overline{BH} = 4\cos 60° = 4 \times \frac{1}{2} = 2$

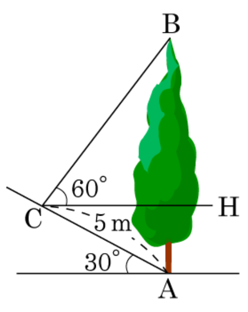
$\overline{AH} = 4\sin 60° = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

$\overline{HC} = 2\sqrt{3}\tan 60° = 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 6$

$\therefore\ \overline{BC} = \overline{BH} + \overline{HC} = 2 + 6 = 8$



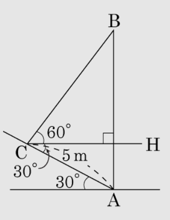
16. 오른쪽 그림과 같이 나무 밑 A 지점에서 30° 기울어진 언덕을 5m 올라가서 C 지점에서 나무를 올려다 본 각의 크기가 60° 일 때, 나무의 높이를 구하여라. (단, 눈높이는 무시한다.)



▶ 답 : ______ m

▷ 정답 : 10 m

해설



$\overline{\mathrm{AH}} = 5\sin 30° = \frac{5}{2}(\mathrm{m})$

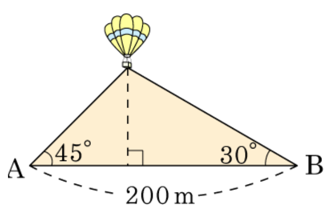
$\therefore \overline{\mathrm{CH}} = 5\cos 30° = \frac{5\sqrt{3}}{2}(\mathrm{m})$

$\tan 60° = \frac{\overline{\mathrm{BH}}}{\overline{\mathrm{CH}}}$

$\therefore \overline{\mathrm{BH}} = \overline{\mathrm{CH}} \times \tan 60° = \frac{5\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \frac{15}{2}(\mathrm{m})$

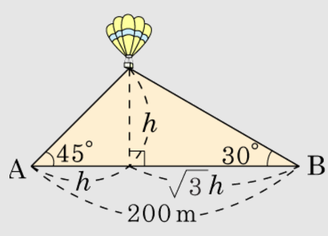
$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AH}} + \overline{\mathrm{BH}} = \frac{5}{2} + \frac{15}{2} = \frac{20}{2} = 10(\mathrm{m})$

17. 다음 그림과 같이 200 m 떨어져 있는 지면 위의 두 지점 A, B 에서 기구를 올려다 본 각의 크기가 각각 45°, 30° 이었다. 지면으로부터 기구까지의 높이는?



① $100(\sqrt{3}-1)$ m
② $100\sqrt{2}$ m
③ $100\sqrt{3}$ m
④ 200 m
⑤ $100(\sqrt{3}+1)$ m

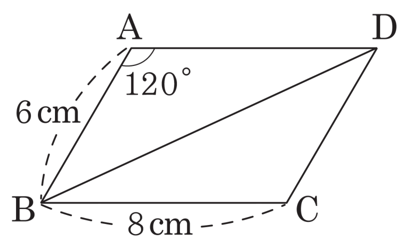
해설



높이를 h 라 하면 $h+\sqrt{3}h=200$

$(\sqrt{3}+1)h=200 \therefore h=\dfrac{200}{\sqrt{3}+1}=100(\sqrt{3}-1)$ m

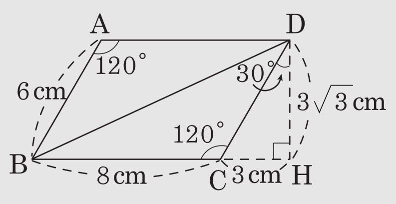
18. 다음 그림과 같은 평행사변형에서 $\angle A = 120°$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 일 때, 대각선 BD 의 길이를 구하면?



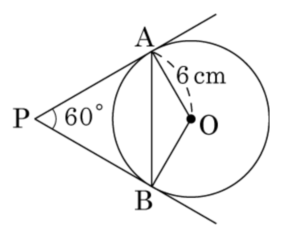
① $2\sqrt{31}\,\text{cm}$　② $2\sqrt{33}\,\text{cm}$　③ $2\sqrt{35}\,\text{cm}$
④ $2\sqrt{37}\,\text{cm}$　⑤ $2\sqrt{39}\,\text{cm}$

해설

$$\overline{BD} = \sqrt{(11)^2 + \left(3\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{121+27} = \sqrt{148} = 2\sqrt{37}\,(\text{cm})$$



19. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle P = 60°$, $\overline{OA} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이는?

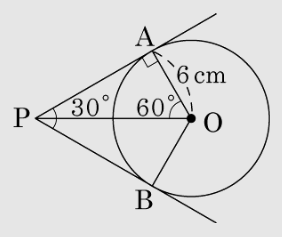


① 24cm^2　　② $27\sqrt{3}\text{cm}^2$　　③ $12\sqrt{6}\text{cm}^2$

④ $40\sqrt{3}\text{cm}^2$　　⑤ 54cm^2

해설

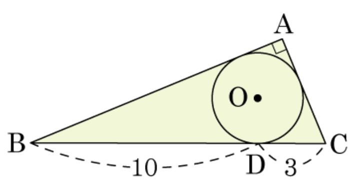
$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle ABP$ 는 모든 각의 크기가 같은 정삼각형이다.



$\overline{PO}$ 를 그으면 위와 같은 그림이 된다.
따라서 $\overline{PA} : \overline{AO} = 1 : \sqrt{3} = 6 : \overline{PA}$ 이다.

$\therefore \overline{PA} = 6\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\dfrac{\sqrt{3}}{4} \times (6\sqrt{3})^2 = 27\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

20. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이다. △ABC 의 넓이는? (단, $\overline{\mathrm{BD}} = 10$, $\overline{\mathrm{CD}} = 3$)

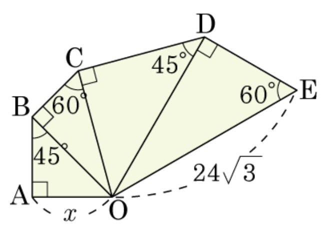


① 12　② 24　③ 30　④ 36　⑤ 48

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면
$\overline{\mathrm{AB}} = 10 + r$, $\overline{\mathrm{AC}} = 3 + r$ 이고
$\overline{\mathrm{BC}}^2 = \overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{AC}}^2$ 이므로
$13^2 = (10 + r)^2 + (3 + r)^2$
$169 = 100 + 20r + r^2 + 9 + 6r + r^2$
$2r^2 + 26r - 60 = 0$
$r^2 + 13r - 30 = 0$
$(r + 15)(r - 2) = 0$
$r > 0$ 이므로 $r = 2$
$\therefore \overline{\mathrm{AB}} = 12,\ \overline{\mathrm{AC}} = 5$
$\therefore \triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AB}} \times \overline{\mathrm{AC}} = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30$

21. 다음 그림을 보고, x 의 길이는?



① $6\sqrt{3}$ ② $7\sqrt{3}$ ③ $8\sqrt{3}$ ④ $9\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

해설

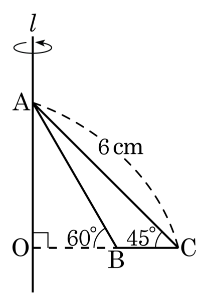
$\overline{OE} : \overline{OD} = 2 : \sqrt{3} = 24\sqrt{3} : \overline{OD}$
$2\overline{OD} = 72 \qquad \therefore \overline{OD} = 36$

$\overline{OD} : \overline{OC} = \sqrt{2} : 1 = 36 : \overline{OC}$
$\sqrt{2}\,\overline{OC} = 36 \qquad \therefore \overline{OC} = \dfrac{36}{\sqrt{2}} = 18\sqrt{2}$

$\overline{OC} : \overline{OB} = 2 : \sqrt{3} = 18\sqrt{2} : \overline{OB}$
$2\overline{OB} = 18\sqrt{6} \qquad \therefore \overline{OB} = 9\sqrt{6}$

$\overline{OB} : \overline{OA} = \sqrt{2} : 1 = 9\sqrt{6} : \overline{OA}$
$\sqrt{2}\,\overline{OA} = 9\sqrt{6} \qquad \therefore \overline{OA} = 9\sqrt{3}$

22. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 를 직선 l 을 회전축으로 하여 1 회전시켰을 때 생기는 입체도형의 부피를 구하면?



① $4\sqrt{3}\pi\,\text{cm}^3$　② $6\sqrt{2}\pi\,\text{cm}^3$

③ $12\sqrt{2}\pi\,\text{cm}^3$　④ $12\sqrt{3}\pi\,\text{cm}^3$

⑤ $24\sqrt{2}\pi\,\text{cm}^3$

해설

$\triangle AOC$ 에서 $\overline{AO} : \overline{CO} : \overline{AC} = 1 : 1 : \sqrt{2}$ 이므로 $\overline{AO} : \overline{AC} = 1 : \sqrt{2}$, $\overline{AO} : 6 = 1 : \sqrt{2}$, $\therefore\ \overline{AO} = \overline{CO} = 3\sqrt{2}\ (\text{cm})$

$\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} : \overline{BO} = \sqrt{3} : 1$

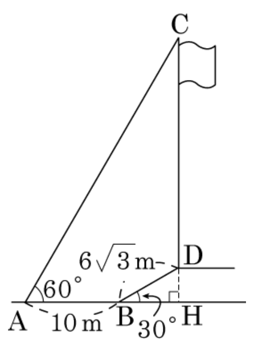
$\therefore\ \overline{BO} = \sqrt{6}\ (\text{cm})$

따라서 부피는 $\left(\frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{2})^2 \times 3\sqrt{2}\right)$

$- \left(\frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{6})^2 \times 3\sqrt{2}\right)$

$= 18\sqrt{2}\pi - 6\sqrt{2}\pi = 12\sqrt{2}\pi\ (\text{cm}^3)$ 이다.

23. 다음 그림과 같이 언덕 위에 국기 게양대가 서 있다. A 지점에서 국기 게양대의 꼭대기 C 를 올려다 본 각이 $60°$ 이고, A 지점에서 국기 게양대 방향으로 $10\,\mathrm{m}$ 걸어간 B 지점에서부터 오르막이 시작된다. 오르막 $\overline{BD}$ 의 길이가 $6\sqrt{3}\,\mathrm{m}$ 이고 오르막의 경사가 $30°$ 일 때, 국기 게양대의 높이 $\overline{CD}$ 를 구하여라.



▶ 답 : ________ m

▷ 정답 : $16\sqrt{3}$ m

해설

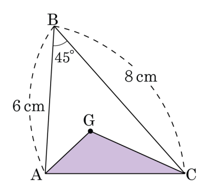
$$\overline{AH} = 10 + 6\sqrt{3}\cos 30° = 10 + 6\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 19\ (\mathrm{m})$$

$$\overline{DH} = 6\sqrt{3}\sin 30° = 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 3\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$$

$$\overline{CH} = \overline{AH}\tan 60° = 19\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$$

$$\therefore\ \overline{CD} = \overline{CH} - \overline{DH} = 19\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 16\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$$

24. 다음 그림에서 점 G 가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때, $\triangle AGC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답: $4\sqrt{2}\,\underline{\text{cm}^2}$

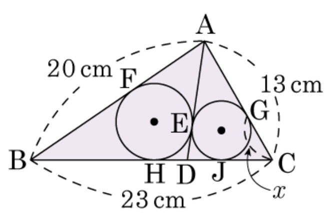
해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2}\times 8\times 6\times \sin 45^\circ$$
$$= \frac{1}{2}\times 8\times 6\times \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$= 12\sqrt{2}\ (\text{cm}^2)$$

따라서

$$\triangle AGC = \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{3}\times 12\sqrt{2} = 4\sqrt{2}\ (\text{cm}^2)$$

25. 그림과 같이 $\overline{AB} = 20cm, \overline{BC} = 23cm, \overline{AC} = 13cm, \overline{DE} = 3cm$ 인 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내접원을 그리면 이 두 원이 한 점 E 에서 접할 때, $\overline{CG}$ 의 길이는?



① 2cm ② 2.3cm ③ 3.8cm

④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$\overline{CG} = x\,\text{cm}$ 라 하면

$\overline{AG} = 13 - x = \overline{AE} = \overline{AF}$,

$\overline{BF} = 20 - (13 - x) = 7 + x = \overline{BH}$,

$\overline{DE} = \overline{DH} = \overline{DJ} = 3(\text{cm})$

따라서, $\overline{BC} = (7 + x) + 3 + 3 + x = 23(\text{cm})$

$\therefore x = 5(\text{cm})$