1. 대각선의 길이가 $6\sqrt{2}$ 인 정사각형의 넓이는?

① 12　② 18　③ 24　④ 36　⑤ 42

해설

피타고라스 정리를 적용하여

$(6\sqrt{2})^2 = x^2 + x^2$

$2x^2 = 72$

$x^2 = 36$

그런데, $x > 0$ 이므로

$x = \sqrt{36} = 6$

따라서 $6 \times 6 = 36$ 이다.

2. 좌표평면 위의 두 점 $A(-3,\ 4)$, $B(6,\ x)$ 사이의 거리가 $\sqrt{82}$ 일 때, x의 값을 모두 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

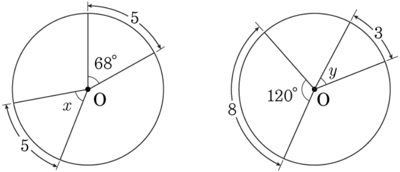
$\overline{AB} = \sqrt{(-3-6)^2 + (4-x)^2} = \sqrt{82}$

$(4-x)^2 + 81 = 82$

$(4-x)^2 = 1$

따라서 $x = 5$ 또는 3 이다.

3. 다음 그림에서 $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 113

해설

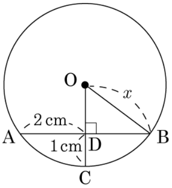
중심각과 호의 길이는 정비례한다.

$5:5=x°:68°\quad \therefore\ x=68$

$8:3=120°:y°\quad \therefore y=45$

$\therefore 68+45=113$

4. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라. (분수인 경우 소수로 고칠 것)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2.5 cm

해설

$\overline{OD} = x - 1$, $\overline{DB} = 2$

$x^2 = (x-1)^2 + 2^2$

$\therefore x = \frac{5}{2} = 2.5(\text{cm})$

5. 가로의 길이가 4cm , 대각선의 길이가 8cm 인 직사각형의 넓이를 구하면 $a\sqrt{b}\,\mathrm{cm}^2$ 이다. $a+b$ 를 구하여라.(단, b는 최소의 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=19$

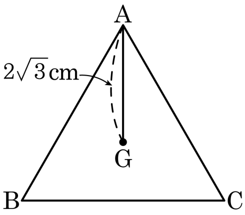
해설

세로의 길이를 x 라 하면, $x=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

따라서, 넓이는 $4\times4\sqrt{3}=16\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

$a=16,\ b=3$ 이므로 $a+b=19$ 이다.

6. 다음 그림에서 점 G 는 정삼각형 ABC 의 무게중심일 때, △ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $9\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설

한 변의 길이를 a라 하면, 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$이다.

$\overline{AG} = 2\sqrt{3} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}a \quad \therefore\ a = 6$

$\therefore\ \triangle ABC = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

7. 세 점A$(-3,\ -3)$, B$(2,\ 2)$, C$(0,\ 4)$ 를 꼭지점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

A$(-3,\ -3)$, B$(2,\ 2)$, C$(0,\ 4)$

$\overline{AB} = \sqrt{(-3-2)^2+(-3-2)^2} = \sqrt{50}$

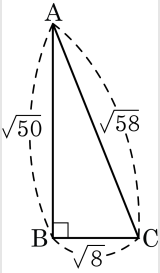
$\overline{BC} = \sqrt{(2-0)^2+(2-4)^2} = \sqrt{8}$

$\overline{AC} = \sqrt{(-3-0)^2+(-3-4)^2} = \sqrt{58}$

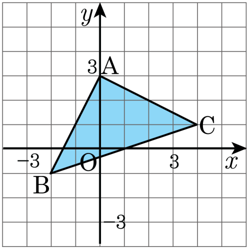
$(\sqrt{58})^2 = (\sqrt{50})^2 + (\sqrt{8})^2$

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로

따라서 넓이는 $5\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}\times\frac{1}{2} = 10$ 이다.



8. 다음 그림과 같이 세 점 $A(0,\ 3)$, $B(-2,\ -1)$, $C(4,\ 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB}=2\sqrt{5}$

② $\overline{BC}=2\sqrt{10}$

③ $\overline{AB}=\overline{BC}$

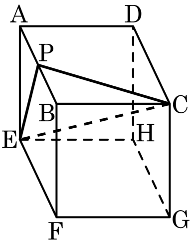
④ $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

⑤ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

해설

$\overline{AB}$ 의 길이를 구하면
$\sqrt{2^2+(3+1)^2}=2\sqrt{5}$
$\overline{BC}$ 의 길이를 구하면
$\sqrt{(-2-4)^2+(-1-1)^2}=2\sqrt{10}$ 이다.
$\overline{AC}$ 의 길이를 구하면 $\sqrt{4^2+(3-1)^2}=2\sqrt{5}$ 이다. 따라서 $\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이다.

9. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정육면체에서 점 P 가 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점일 때, $\overline{\mathrm{PE}}+\overline{\mathrm{PC}}$ 의 값이 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라.(단, b는 최소의 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=14$

해설

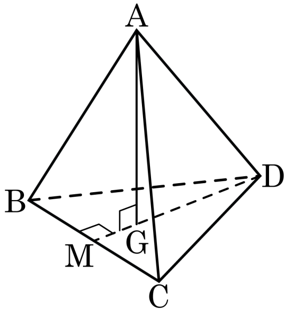
$\overline{\mathrm{PE}}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{10}$

$\overline{\mathrm{PC}}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{10}$

$\overline{\mathrm{PE}}+\overline{\mathrm{PC}}=4\sqrt{10}$ 이므로

$a+b=14$ 이다.

10. 다음 그림의 정사면체에서 점 G 는 $\triangle$BCD 의 무게중심이다. $\overline{\mathrm{GM}} = 2\sqrt{5}$cm 일 때, 정사면체의 부피를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\qquad\qquad\quad \mathrm{cm}^3}$

▷ **정답 :** $80\sqrt{30}\,\underline{\mathrm{cm}^3}$

해설

$\triangle$BCD 에서 $\overline{\mathrm{MD}} = \overline{\mathrm{GM}} \times 3 = 6\sqrt{5}(\mathrm{cm})$

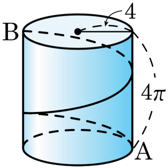
(정사면체의 한모서리의 길이) $= x$ 라 하면

$$\overline{\mathrm{MD}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times x$$

$$x = 6\sqrt{5} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{15}(\mathrm{cm})$$

(정사면체의 부피) $= \dfrac{\sqrt{2}}{12} \times (4\sqrt{15})^3 = 80\sqrt{30}(\mathrm{cm}^3)$

11. 다음 그림은 밑면의 반지름의 길이가 4 이고, 높이가 4π 인 원통이다. 그림과 같이 A 에서 B 까지 실로 원통을 한 바퀴 반 감아서 연결할 때, 실의 길이의 최소값을 구하면?

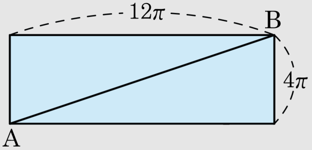


① $8\sqrt{2}\pi$ ② 6π ③ 10π

④ 8π ⑤ $4\sqrt{10}\pi$

해설

실의 길이의 최솟값은 실을 팽팽히 잡아당길 때이다. 전개도를 그려 보면 다음과 같다.



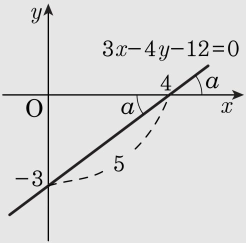
따라서, 실의 길이의 최솟값은 $\overline{AB}$ 의 길이와 같다.

$\therefore\ \overline{AB} = \sqrt{(12\pi)^2 + (4\pi)^2} = 4\sqrt{10}\pi$

12. 일차방정식 $3x-4y-12=0$ 의 그래프가 x 축과 이루는 예각의 크기를 a 라 할 때, $\sin a+\cos a$ 의 값은?

① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ 1 ④ $\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{7}{5}$

해설



x 절편, y 절편을 각각 구하면 4, −3 이고

두 절편 사이의 거리는 $\sqrt{3^2+4^2}=5$ 이므로 $\sin a=\frac{3}{5}$, $\cos a=\frac{4}{5}$ 이다.

따라서 $\sin a+\cos a=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$ 이다.

13. $0° < A < 45°$ 일 때, $\sqrt{(\tan A + 1)^2} + \sqrt{(\tan 60° - \tan A)^2}$ 을 간단히 하면?

① $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $1 + \sqrt{2}$ ③ $1 + 2\sqrt{2}$
④ $1 + \sqrt{3}$ ⑤ $1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}$

해설

$0° < A < 45°$ 이므로 $0 < \tan A < 1$

$\sqrt{(\tan A + 1)^2} + \sqrt{(\tan 60° - \tan A)^2} = \tan A + 1 + \tan 60° - \tan A = 1 + \tan 60° = 1 + \sqrt{3}$

14. 다음 삼각비의 표를 보고 주어진 조건을 만족하는 $\angle x$ 와 $\angle y$ 에 대하여 $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하면?

<조건 ①>$\sin x = 0.2588$

<조건 ②>$\tan y = 0.3640$

각도	사인(sin)	코사인(cos)	탄젠트(tan)
14°	0.2419	0.9703	0.2493
15°	0.2588	0.9659	0.2679
16°	0.2756	0.9613	0.2867
17°	0.2924	0.9563	0.3057
18°	0.3090	0.9511	0.3249
19°	0.3256	0.9455	0.3443
20°	0.3420	0.9397	0.3640
21°	0.3584	0.9336	0.3839

① 28° ② 30° ③ 32° ④ 35° ⑤ 40°

해설

<조건 ①>$\sin x = 0.2588$

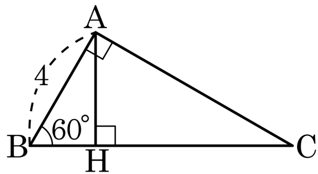
$\therefore x = 15^\circ$

<조건 ②>$\tan y = 0.3640$

$\therefore y = 20^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y = 15^\circ + 20^\circ = 35^\circ$

15. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 4$ 이고, $\angle B = 60^\circ$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $2\left(1+\sqrt{3}\right)$　② 8　③ $4\sqrt{5}$

④ $3\left(1+2\sqrt{3}\right)$　⑤ $3\left(2\sqrt{3}-1\right)$

해설

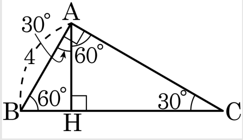
$\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{HC}$

$\overline{BH} = 4\cos 60^\circ = 4 \times \dfrac{1}{2} = 2$

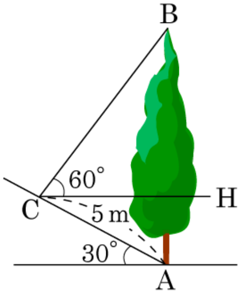
$\overline{AH} = 4\sin 60^\circ = 4 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

$\overline{HC} = 2\sqrt{3}\tan 60^\circ = 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 6$

$\therefore\ \overline{BC} = \overline{BH} + \overline{HC} = 2 + 6 = 8$



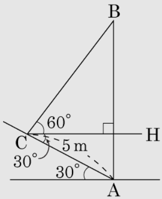
16. 오른쪽 그림과 같이 나무 밑 A 지점에서 30° 기울어진 언덕을 5m 올라가서 C 지점에서 나무를 올려다 본 각의 크기가 60° 일 때, 나무의 높이를 구하여라. (단, 눈높이는 무시한다.)



▶ 답 : ________ m

▷ 정답 : 10 m

해설



$\overline{AH} = 5\sin 30° = \frac{5}{2}(\mathrm{m})$

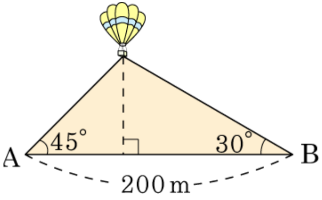
$\therefore \overline{CH} = 5\cos 30° = \frac{5\sqrt{3}}{2}(\mathrm{m})$

$\tan 60° = \frac{\overline{BH}}{\overline{CH}}$

$\therefore \overline{BH} = \overline{CH} \times \tan 60° = \frac{5\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \frac{15}{2}(\mathrm{m})$

$\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{BH} = \frac{5}{2} + \frac{15}{2} = \frac{20}{2} = 10(\mathrm{m})$

17. 다음 그림과 같이 $200\,\mathrm{m}$ 떨어져 있는 지면 위의 두 지점 A, B 에서 기구를 올려다 본 각의 크기가 각각 $45°$, $30°$ 이었다. 지면으로부터 기구까지의 높이는?

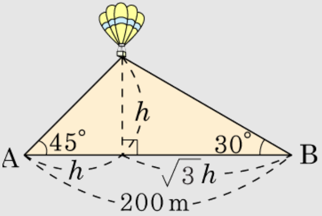


① $100(\sqrt{3}-1)\,\mathrm{m}$　② $100\sqrt{2}\,\mathrm{m}$

③ $100\sqrt{3}\,\mathrm{m}$　④ $200\,\mathrm{m}$

⑤ $100(\sqrt{3}+1)\,\mathrm{m}$

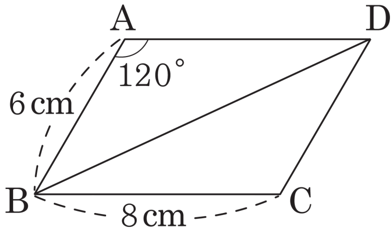
해설



높이를 h 라 하면 $h+\sqrt{3}h=200$

$(\sqrt{3}+1)h=200 \therefore h=\dfrac{200}{\sqrt{3}+1}=100(\sqrt{3}-1)\,\mathrm{m}$

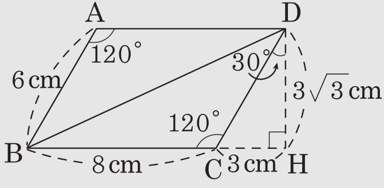
18. 다음 그림과 같은 평행사변형에서 $\angle A = 120°$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 일 때, 대각선 BD 의 길이를 구하면?



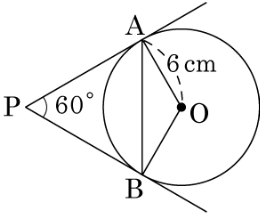
① $2\sqrt{31}\,\text{cm}$ ② $2\sqrt{33}\,\text{cm}$ ③ $2\sqrt{35}\,\text{cm}$
④ $2\sqrt{37}\,\text{cm}$ ⑤ $2\sqrt{39}\,\text{cm}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{BD} &= \sqrt{(11)^2 + \left(3\sqrt{3}\right)^2} \\ &= \sqrt{121 + 27} = \sqrt{148} \\ &= 2\sqrt{37}\,(\text{cm})\end{aligned}$$



19. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle P = 60°$, $\overline{OA} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이는?

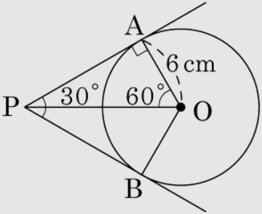


① 24cm^2 ② $27\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ $12\sqrt{6}\text{cm}^2$

④ $40\sqrt{3}\text{cm}^2$ ⑤ 54cm^2

해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle ABP$ 는 모든 각의 크기가 같은 정삼각형이다.

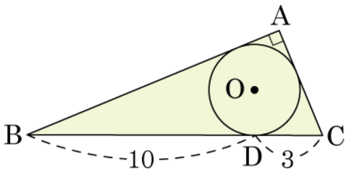


$\overline{PO}$ 를 그으면 위와 같은 그림이 된다.

따라서 $\overline{PA} : \overline{AO} = 1 : \sqrt{3} = 6 : \overline{PA}$ 이다.

$\therefore \overline{PA} = 6\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\dfrac{\sqrt{3}}{4} \times (6\sqrt{3})^2 = 27\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

20. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이다. △ABC 의 넓이는? (단, $\overline{BD}=10$, $\overline{CD}=3$)



① 12 ② 24 ③ 30 ④ 36 ⑤ 48

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면

$\overline{AB}=10+r$, $\overline{AC}=3+r$ 이고

$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$ 이므로

$13^2=(10+r)^2+(3+r)^2$

$169=100+20r+r^2+9+6r+r^2$

$2r^2+26r-60=0$

$r^2+13r-30=0$

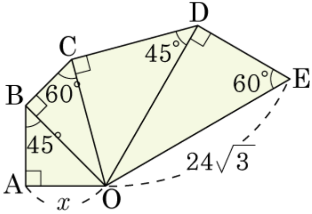
$(r+15)(r-2)=0$

$r>0$ 이므로 $r=2$

$\therefore \overline{AB}=12,\ \overline{AC}=5$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 12\times 5=30$

21. 다음 그림을 보고, x 의 길이는?



① $6\sqrt{3}$　② $7\sqrt{3}$　③ $8\sqrt{3}$　④ $9\sqrt{3}$　⑤ $10\sqrt{3}$

해설

$\overline{OE} : \overline{OD} = 2 : \sqrt{3} = 24\sqrt{3} : \overline{OD}$

$2\overline{OD} = 72 \qquad \therefore\ \overline{OD} = 36$

$\overline{OD} : \overline{OC} = \sqrt{2} : 1 = 36 : \overline{OC}$

$\sqrt{2}\,\overline{OC} = 36 \qquad \therefore\ \overline{OC} = \dfrac{36}{\sqrt{2}} = 18\sqrt{2}$

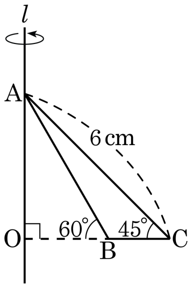
$\overline{OC} : \overline{OB} = 2 : \sqrt{3} = 18\sqrt{2} : \overline{OB}$

$2\overline{OB} = 18\sqrt{6} \qquad \therefore\ \overline{OB} = 9\sqrt{6}$

$\overline{OB} : \overline{OA} = \sqrt{2} : 1 = 9\sqrt{6} : \overline{OA}$

$\sqrt{2}\,\overline{OA} = 9\sqrt{6} \qquad \therefore\ \overline{OA} = 9\sqrt{3}$

22. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 를 직선 l 을 회전축으로 하여 1 회전시켰을 때 생기는 입체도형의 부피를 구하면?



① $4\sqrt{3}\pi\,\text{cm}^3$　② $6\sqrt{2}\pi\,\text{cm}^3$

③ $12\sqrt{2}\pi\,\text{cm}^3$　④ $12\sqrt{3}\pi\,\text{cm}^3$

⑤ $24\sqrt{2}\pi\,\text{cm}^3$

해설

$\triangle AOC$ 에서 $\overline{AO} : \overline{CO} : \overline{AC} = 1 : 1 : \sqrt{2}$ 이므로 $\overline{AO} : \overline{AC} = 1 : \sqrt{2}$, $\overline{AO} : 6 = 1 : \sqrt{2}$, $\therefore\ \overline{AO} = \overline{CO} = 3\sqrt{2}\ (\text{cm})$

$\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} : \overline{BO} = \sqrt{3} : 1$

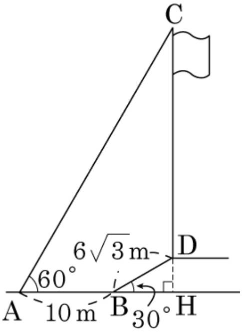
$\therefore\ \overline{BO} = \sqrt{6}\ (\text{cm})$

따라서 부피는 $\left(\frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{2})^2 \times 3\sqrt{2}\right)$

$- \left(\frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{6})^2 \times 3\sqrt{2}\right)$

$= 18\sqrt{2}\pi - 6\sqrt{2}\pi = 12\sqrt{2}\pi\ (\text{cm}^3)$ 이다.

23. 다음 그림과 같이 언덕 위에 국기 게양대가 서 있다. A 지점에서 국기 게양대의 꼭대기 C 를 올려다 본 각이 $60°$ 이고, A 지점에서 국기 게양대 방향으로 $10\,\mathrm{m}$ 걸어간 B 지점에서부터 오르막이 시작된다. 오르막 $\overline{BD}$ 의 길이가 $6\sqrt{3}\,\mathrm{m}$ 이고 오르막의 경사가 $30°$ 일 때, 국기 게양대의 높이 $\overline{CD}$ 를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \mathrm{m}}$

▷ **정답 :** $16\sqrt{3}\,\underline{\mathrm{m}}$

해설

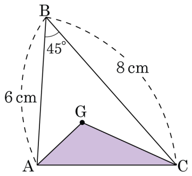
$$\overline{AH} = 10 + 6\sqrt{3}\cos 30° = 10 + 6\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 19\ (\mathrm{m})$$

$$\overline{DH} = 6\sqrt{3}\sin 30° = 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 3\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$$

$$\overline{CH} = \overline{AH}\tan 60° = 19\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$$

$$\therefore\ \overline{CD} = \overline{CH} - \overline{DH} = 19\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 16\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$$

24. 다음 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심일 때, $\triangle AGC$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $4\sqrt{2}$ cm^2

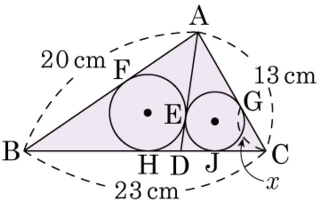
해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \times \sin 45°$$
$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$= 12\sqrt{2}\ (cm^2)$$

따라서

$$\triangle AGC = \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{3} \times 12\sqrt{2} = 4\sqrt{2}\ (cm^2)$$

25. 그림과 같이 $\overline{AB}=20\text{cm}, \overline{BC}=23\text{cm}, \overline{AC}=13\text{cm}, \overline{DE}=3\text{cm}$ 인 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내접원을 그리면 이 두 원이 한 점 E 에서 접할 때, $\overline{CG}$ 의 길이는?



① 2cm ② 2.3cm ③ 3.8cm

④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$\overline{CG}=x\,\text{cm}$ 라 하면

$\overline{AG}=13-x=\overline{AE}=\overline{AF}$,

$\overline{BF}=20-(13-x)=7+x=\overline{BH}$,

$\overline{DE}=\overline{DH}=\overline{DJ}=3(\text{cm})$

따라서, $\overline{BC}=(7+x)+3+3+x=23(\text{cm})$

$\therefore x=5(\text{cm})$