1. 좌표평면 위의 두 점 A$(-1,\ 1)$, B$(x,\ 5)$ 사이의 거리가 $4\sqrt{2}$ 일 때, x의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $x = -5$

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(x+1)^2 + (5-1)^2} = 4\sqrt{2}$

$(x+1)^2 + 16 = 32$

$(x+1)^2 = 16$

$x + 1 = \pm 4$

$\therefore\ x = -1 \pm 4$

따라서 $x = 3$ 또는 $x = -5$ 이다.

2. 원에 내접하는 정육각형의 넓이가 $24\sqrt{3}$ 일 때, 정육각형의 둘레의 길이를 구하여라.

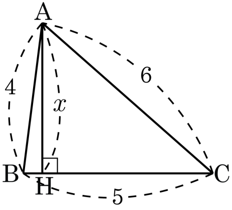
▶ **답 :**

▷ **정답 :** 24

해설

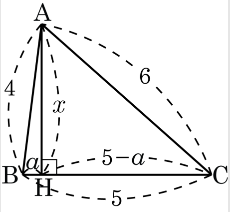
정육각형을 6 개의 정삼각형으로 나누면 한 개의 정삼각형은 $24\sqrt{3} \div 6 = 4\sqrt{3}$ 이다. 한 변의 길이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 4\sqrt{3}$, $a^2 = 16$, $a = 4\ (\because\ a > 0)$ 이다. 따라서 정육각형의 둘레의 길이는 $6 \times 4 = 24$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 4, 5, 6 인 삼각형 ABC 의 높이 x 는?



① $\sqrt{5}$　② $2\sqrt{7}$　③ $3\sqrt{7}$　④ $\dfrac{3\sqrt{7}}{2}$　⑤ $3\sqrt{7}$

해설

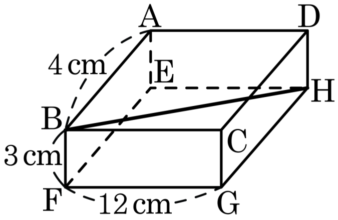


$\overline{BH} = a$ 라 두면 $\overline{CH} = 5 - a$

$4^2 - a^2 = 6^2 - (5-a)^2, \quad \therefore a = \dfrac{1}{2}$

$\therefore \overline{AH} = \sqrt{4^2 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\dfrac{63}{4}} = \dfrac{3\sqrt{7}}{2}$

4. 다음 직육면체에서 $\overline{AB} = 4\,\mathrm{cm}$, $\overline{BF} = 3\,\mathrm{cm}$, $\overline{FG} = 12\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{BH}$ 의 길이를 구하여라.



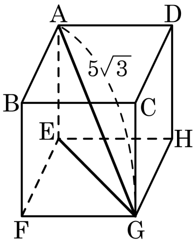
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 13 cm

해설

$$\begin{aligned}\overline{BH} &= \sqrt{4^2 + 12^2 + 3^2} \\ &= \sqrt{16 + 144 + 9} \\ &= \sqrt{169} = 13(\mathrm{cm})\end{aligned}$$

5. 다음 그림과 같은 대각선의 길이가 $5\sqrt{3}$ 인 정육면체에서 $\triangle$AEG 의 둘레의 길이가 $a+b\sqrt{c}+5\sqrt{3}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. (단, a는 유리수, c는 최소의 자연수)



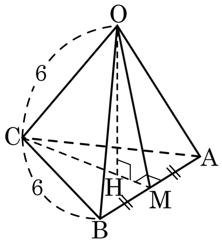
▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

대각선의 길이가 $5\sqrt{3}$ 이므로 정육면체의 한 변의 길이는 5 이다.
따라서 $\overline{\mathrm{AE}}=5,\ \overline{\mathrm{EG}}=5\sqrt{2}$ 이므로
$\triangle$AEG 의 둘레의 길이는 $5+5\sqrt{2}+5\sqrt{3}$ 이다.
따라서 $a+b+c=12$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 8 인 정삼각형으로 이루어진 정사면체가 있다. 점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H, 선분 AB 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM}$, $\overline{CM}$, $\overline{CH}$, $\overline{OH}$ 의 길이를 차례로 구하면?
(단, H 는 밑면 ABC 의 무게중심이다.)



① 3, $3\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$, $2\sqrt{6}$
② 3, $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{3}$, $2\sqrt{6}$
③ 3, $2\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{6}$
④ 3, $3\sqrt{3}$, $3\sqrt{3}$, $2\sqrt{6}$
⑤ 3, $3\sqrt{3}$, $3\sqrt{3}$, $3\sqrt{6}$

해설

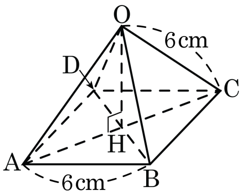
(1)$\overline{BM} = 3$

(2)$\overline{CM} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$

(3)$\overline{CH} = 3\sqrt{3} \times \dfrac{2}{3} = 2\sqrt{3}$

(4)$\overline{OH} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{36 - 12} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

7. 다음 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 6 cm 인 정사각뿔 O – ABCD 의 높이는?



① $2\sqrt{2}$ cm
② $3\sqrt{2}$ cm
③ $4\sqrt{2}$ cm
④ $5\sqrt{2}$ cm
⑤ $6\sqrt{2}$ cm

해설

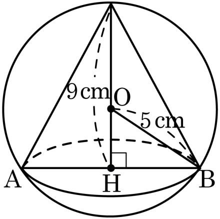
□ABCD 가 정사각형이므로

$$\overline{AC} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\therefore\ \overline{OH} = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$$

8. 그림과 같이 반지름의 길이가 5cm 인 구 안에 높이가 9cm 인 원뿔이 내접하고 있다. 이 원뿔의 부피를 구하여라.



① $27\sqrt{2}\pi$ ② 81π ③ 18π

④ 9π ⑤ 27π

해설

구의 반지름의 길이가 5cm 이므로

원뿔 꼭짓점에 이르는 거리와 $\overline{OA}, \overline{OB}$ 거리가 같다.

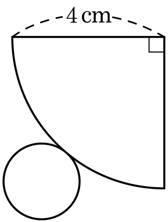
$\overline{OH} = 9 - 5 = 4(cm)$

직각삼각형 OHB 에서 $\overline{HB} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3(cm)$

따라서 (원뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 9$

$= 27\pi\,(cm^2)$

9. 그림은 원뿔의 전개도이다. 다음 중 옳은 것은?



① 밑면의 둘레는 4π cm 이다.

② 밑면의 반지름은 4 cm 이다.

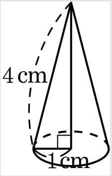
③ 원뿔의 높이는 $2\sqrt{15}$ cm 이다.

④ 부채꼴의 호의 길이는 2π cm 이다.

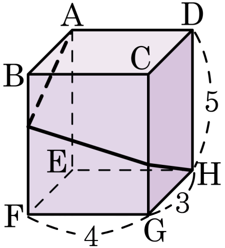
⑤ 원뿔의 부피는 $8\sqrt{3}$ cm^3 이다.

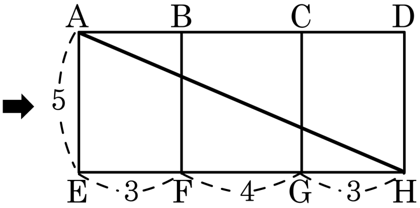
해설

① 밑면의 둘레는 부채꼴의 호의 길이와 같으므로 2π cm 이다.
② 밑면의 원의 둘레가 2πcm 이므로 1 cm 이다.
③ 원뿔의 높이는 피타고라스 정리를 이용하여 구하면 $\sqrt{15}$ cm 이다.
④ 부채꼴의 호의 길이는 2π cm 이다.
⑤ 원뿔의 부피는 $\dfrac{\sqrt{15}}{3}$ cm^3 이다.



10. 다음 왼쪽 그림과 같은 직육면체의 점 A 에서 모서리 BF 와 모서리 CG 를 지나 점 H 에 이르는 거리를 전개도로 나타내면 오른쪽 그림과 같다. 점 A 에서 점 H 에 이르는 최단 거리를 구하면?





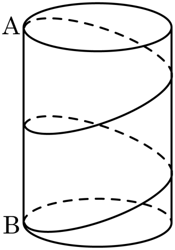
① $5\sqrt{2}$ ② $5\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{137}$ ④ $\sqrt{146}$ ⑤ $\sqrt{178}$

해설

구하는 최단 거리는 $\overline{AH}$ 의 길이와 같다.

$\overline{AH} = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$

11. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름이 $3\,\mathrm{cm}$, 높이가 $9\pi\,\mathrm{cm}$ 인 원기둥이 있다. 점 A 에서 점 B 까지 팽팽하게 실로 두 바퀴 감을 때, 실의 길이를 구하여라.

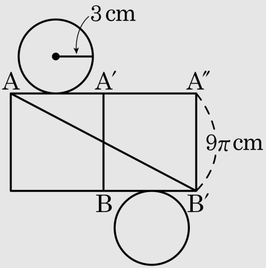


▶ 답 : ______ cm

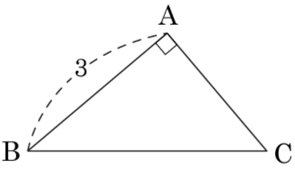
▷ 정답 : 15π cm

해설

$\overline{AA'}$ 은 원의 둘레의 길이와 같으므로 $2\pi \times 3 = 6\pi(\mathrm{cm})$ 이고, $\overline{AA}$ 은 12π (cm) 이다. $\overline{AB'} = \sqrt{(12\pi)^2 + (9\pi)^2} = \sqrt{225}\pi = 15\pi(\mathrm{cm})$



12. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\cos C = \frac{1}{2}$ 이고 $\overline{AB}$ 가 3 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



① $3(1+\sqrt{3})$ ② $3(2+\sqrt{3})$ ③ $3(2-\sqrt{3})$
④ $3(2+\sqrt{5})$ ⑤ $3(3-\sqrt{5})$

해설

$\cos C = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{1}{2}$ 이므로 $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan C = \sqrt{3}$ 이다.

$3 = \overline{AC}\tan C = \overline{AC} \times \sqrt{3} = 3,\ \overline{AC} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ 이고,

피타고라스 정리에 의해 $\overline{BC} = \sqrt{3^2 + (\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{3}$ 이다.

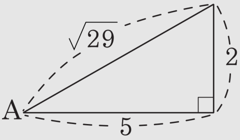
따라서 삼각형 ABC 의 둘레의 길이는 $3+\sqrt{3}+2\sqrt{3} = 3+3\sqrt{3} = 3(1+\sqrt{3})$ 이다.

13. $0° < A < 90°$일 때, $\tan A = \dfrac{2}{5}$라고 한다. $\sin A \times \cos A$의 값은?

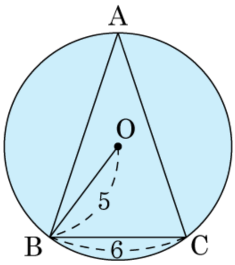
① $\dfrac{8}{29}$ ② $\dfrac{10}{29}$ ③ $\dfrac{12}{29}$ ④ $\dfrac{14}{29}$ ⑤ $\dfrac{16}{29}$

해설

$$\sin A \times \cos A = \frac{2}{\sqrt{29}} \times \frac{5}{\sqrt{29}} = \frac{10}{29}$$



14. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5 인 원 O 에 내접하는 삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{BC}} = 6$ 일 때, $\sin \mathrm{A} + \cos \mathrm{A}$ 의 값은?



① $\frac{5}{6}$　② $\frac{6}{5}$　③ $\frac{7}{5}$
④ $\frac{12}{25}$　⑤ $\frac{5}{7}$

해설

$\overline{\mathrm{BO}}$ 의 연장선과 원이 만나는 점을 A' 이라고 하면, $\overline{\mathrm{BA}'}$ 은 이 원의 지름이므로

$\overline{\mathrm{BA}'} = 10$, $\angle \mathrm{A}'\mathrm{CB} = 90^{\circ}$, $\overline{\mathrm{A}'\mathrm{C}} = 8$ 이다.

같은 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로

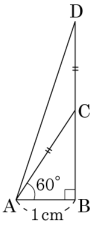
$\angle \mathrm{A} = \angle \mathrm{A}'$

따라서 $\sin \mathrm{A} = \sin \mathrm{A}' = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}$

$\cos \mathrm{A} = \cos \mathrm{A}' = \dfrac{8}{10} = \dfrac{4}{5}$

따라서 $\sin \mathrm{A} + \cos \mathrm{A} = \dfrac{7}{5}$ 이다.

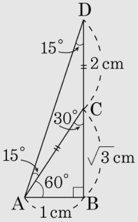
15. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = 1$, $\angle ABC = 90°$, $\angle CAB = 60°$ 인 직각삼각형이고 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 이다. 이때, $\tan 75°$ 의 값은?



① $2+\sqrt{3}$ ② $\dfrac{2+2\sqrt{3}}{2}$ ③ $\dfrac{2+\sqrt{2}}{3}$
④ $\dfrac{2+2\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\dfrac{2+3\sqrt{3}}{3}$

해설

$\tan 75° = 2+\sqrt{3}$



16. 다음 표를 이용하여
$(\tan 44° + \cos 46° - 2\sin 45°) \times 10000$ 의 값을 구하여라.

각도	sin	cos	tan
44°	0.6947	0.7193	0.9657
45°	0.7071	0.7071	1.0000
46°	0.7193	0.6947	1.0355

① 246　② 967　③ 1760　④ 2462　⑤ 3240

해설

$\tan 44° = 0.9657$

$\cos 46° = 0.6947$

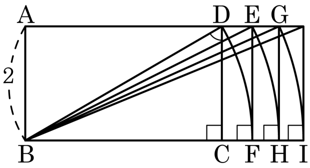
$\sin 45° = 0.7071$

$\therefore (\tan 44° + \cos 46° - 2\sin 45°) \times 10000$

$= \{0.9657 + 0.6947 - (2 \times 0.7071)\} \times 10000$

$= (1.6604 - 1.4142) \times 10000 = 2462$

17. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 2$, $\angle BDC = 60°$ 이고 $\overline{BD} = \overline{BF}$, $\overline{BE} = \overline{BH}$, $\overline{BG} = \overline{BI}$ 일 때, $\overline{BI}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

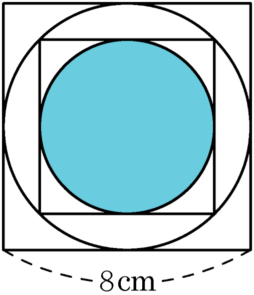
▷ 정답 : $2\sqrt{6}$

해설

$\overline{AB} : \overline{BD} = 1 : 2 = 2 : x$, $x = 4$ 이다. 따라서 $\overline{BE} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$,

$\overline{BG} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 + 2^2} = 2\sqrt{6}$, $\overline{BG} = \overline{BI} = 2\sqrt{6}$ 이다.

18. 다음 그림은 한 변의 길이가 8cm 인 정사각형의 내부에 내접하는 원을 그리고, 또 그 원에 내접하는 정사각형을 그린 후 또 내접하는 원을 반복하여 그린 것이다. 어두운 원의 반지름을 구하여라.



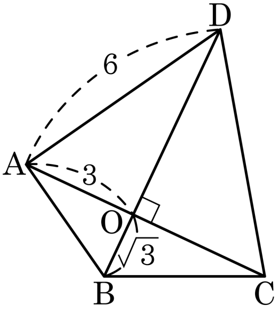
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$ cm

해설

큰 원의 반지름 : 4cm
작은 정사각형의 대각선의 길이 : 8cm
작은 정사각형의 한 변의 길이 : $4\sqrt{2}$cm
작은 원의 반지름 :$2\sqrt{2}$cm

19. 다음 그림과 같이 □ABCD 에서 두 대각선이 서로 직교하고, $\overline{AD} = 6, \overline{AO} = 3, \overline{BO} = \sqrt{3}$ 일 때, $\overline{CD}^2 - \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

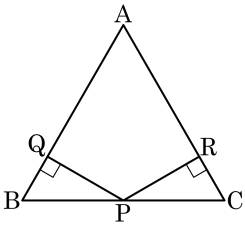
$\triangle$ABO 에서

$\overline{AB}^2 = 3^2 + (\sqrt{3})^2 = 12$ 이므로

$12 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + 6^2$

$\overline{CD}^2 - \overline{BC}^2 = 36 - 12 = 24$

20. 한 변의 길이가 10 인 정삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 위에 임의의 점 P 를 잡고, 점 P 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 할 때, $\overline{PQ}+\overline{PR}$를 구하면?



① $5\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $5\sqrt{2}$

④ 6 ⑤ 8

해설

$\triangle$ABC 의 넓이 $S_1=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 10^2=25\sqrt{3}$

$\triangle$ABP 의 넓이 $S_2=10\times\overline{PQ}\times\dfrac{1}{2}=5\overline{PQ}$

$\triangle$APC 의 넓이 $S_3=10\times\overline{PR}\times\dfrac{1}{2}=5\overline{PR}$

$S_1=S_2+S_3$ 이므로 $25\sqrt{3}=5\overline{PQ}+5\overline{PR}$

$\therefore\ \overline{PQ}+\overline{PR}=5\sqrt{3}$

21. 세 점 $\mathrm{A}(2,\ 5)$, $\mathrm{B}(3,\ 2)$, $\mathrm{C}(a,\ 0)$ 으로 이루어지는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 가 직각삼각형이 되기 위한 a 의 값을 구하여라.
(단, 빗변은 $\overline{\mathrm{AC}}$ 이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하면 $\sqrt{(2-3)^2+(5-2)^2} = \sqrt{10}$ 이고, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 길이를 구하면 $\sqrt{(3-a)^2+2^2}$ 이고,
$\overline{\mathrm{AC}}$ 의 길이를 구하면 $\sqrt{(2-a)^2+5^2}$ 이다. $\overline{\mathrm{AC}}$ 가 빗변이므로
$\overline{\mathrm{AC}^2} = \overline{\mathrm{AB}^2} + \overline{\mathrm{BC}^2}$, $a^2-4a+29 = 10+a^2-6a+13$, $2a = -6$, $a = -3$ 이다.

22. 이차방정식 $2x^2 - ax + 1 = 0$ 의 한 근이 $\sin 60° - \sin 30°$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

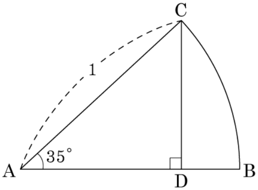
해설

$\sin 60° - \sin 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2} = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$ 이므로 $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$ 을 주어진 식의 x 에 대입하면

$$2\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)a + 1 = 0\ ,\ \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)a = 3 - \sqrt{3}$$

따라서 $a = \dfrac{2(3-\sqrt{3})}{\sqrt{3}-1} = 2\sqrt{3}$

23. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 이고, 중심각의 크기가 $35°$ 인 부채꼴 ABC 가 있다. 점 C 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, 다음 중 $\overline{BD}$ 의 길이는?



① $1-\tan 35°$　② $1+\sin 35°$　③ $1-\cos 35°$

④ $1-\sin 35°$　⑤ $1+\cos 35°$

해설

$\overline{BD}=\overline{AB}-\overline{AD}$

$\overline{AB}=1,\ \overline{AD}=1\times\cos 35°$

$\therefore \overline{BD}=1-\cos 35°$

24. $45° \le A \le 90°$ 일 때, $\sqrt{(\sin A - \cos A)^2} - \sqrt{(\sin A - \cos A)^2}$ 을 간단히 하면?

① $2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 0

해설

$45° \le A \le 90°$ 일 때 $\sin A \ge \cos A$ 이므로

$(\sin A - \cos A) - (\sin A - \cos A)$

$= \sin A - \cos A - \sin A + \cos A = 0$

25. 가로, 세로, 높이가 각각 2, 2, 4 인 직육면체의 꼭짓점 중 세 점을 골라 삼각형을 만들 때, 가장 긴 변의 길이가 $2\sqrt{5}$ 인 삼각형은 몇 개 만들 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : ___ 개

▷ 정답 : 24 개

해설

(i) 세 변의 길이가 $2\sqrt{2},\ 2\sqrt{5},\ 2\sqrt{5}$ 인 이등변삼각형

: 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 변은 윗면과 아랫면에서 각각 2 개씩, 모두 4 개가 생기고, 그 각각의 경우에 대하여 2 개씩의 삼각형이 만들어지므로 모두 $4 \times 2 = 8$ (개)

(ii) 세 변의 길이가 $2,\ 4,\ 2\sqrt{5}$ 인 직각삼각형

: 옆면은 모두 4 개이고, 각각의 옆면에 대하여 삼각형은 4 개씩 생기므로 만들 수 있는 삼각형은 모두 $4 \times 4 = 16$ (개)

(iii) 세 변의 길이가 $2,\ 2\sqrt{5},\ (\sqrt{2^2+2^2+4^2} = 2\sqrt{6})$ 인 삼각형

: 그런데 이 경우는 가장 긴 변의 길이가 $2\sqrt{5}$ 가 아니라 $2\sqrt{6}$ 이므로 조건에 맞는 삼각형을 만들 수 없다.

따라서 (i), (ii), (iii) 에서 $8 + 16 = 24$ (개) 이다.