1. 두 점 $\mathrm{A}(a,\ 4)$, $\mathrm{B}(-7,\ b)$의 중점의 좌표가 $(-1,\ 5)$일 때, $\overline{\mathrm{AB}}$의 길이는?

① $\sqrt{37}$　② $2\sqrt{37}$　③ $4\sqrt{37}$

④ $\dfrac{3\sqrt{37}}{2}$　⑤ $\dfrac{\sqrt{37}}{2}$

해설

$\overline{\mathrm{AB}}$의 중점은 $\left(\dfrac{a-7}{2},\ \dfrac{4+b}{2}\right)=(-1,\ 5)$ 이므로 $a=5,\ b=6$

$\mathrm{A}(5,\ 4),\ \mathrm{B}(-7,\ 6)$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(5+7)^2+(4-6)^2}=\sqrt{144+4}=2\sqrt{37}$

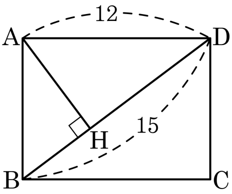
2. 세로와 대각선의 비가 $3:5$ 인 직사각형의 가로의 길이가 $4\sqrt{2}$ 일 때, 이 직사각형의 넓이는?

① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

해설

세로의 길이를 $3x$ 라고 하면, 대각선의 길이는 $5x$ 이고
피타고라스 정리에 따라
$(3x)^2 + (4\sqrt{2})^2 = (5x)^2$
$16x^2 = 32$
$x^2 = 2$
직사각형의 변의 길이는 양수이므로
$x = \sqrt{2}$
따라서 가로의 길이는 $3\sqrt{2}$, 대각선의 길이는 $5\sqrt{2}$ 이므로
이 직사각형의 넓이는
$3\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 24$ 이다.

3. 다음 그림에서 □ABCD 는 직사각형이고, $\overline{AH} \perp \overline{BD}$ 이다. $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{36}{5}$

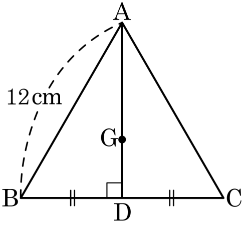
해설

$\overline{AB} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$

$\triangle ABD$ 에서 $15 \times \overline{AH} \times \frac{1}{2} = 12 \times 9 \times \frac{1}{2}$

$\therefore \overline{AH} = \frac{12 \times 9}{15} = \frac{36}{5}$

4. 한 변의 길이가 $12\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형의 한 중선을 $\overline{AD}$, 무게중심을 G 라고 할 때, $\overline{GD}$ 의 길이를 구하면?



① $2\,\mathrm{cm}$
② $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$
③ $2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$
④ $3\,\mathrm{cm}$
⑤ $4\,\mathrm{cm}$

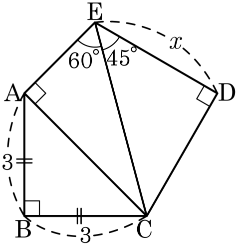
해설

$\overline{AD} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}(\mathrm{cm})$ ($\because$ 정삼각형의 높이)

$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ ($\because$ G 는 무게중심)

$\therefore\ \overline{GD} = 6\sqrt{3} \times \dfrac{1}{3} = 2\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

5. 다음 그림에서 $\triangle ABC$, $\triangle EAC$, $\triangle EDC$ 는 모두 직각삼각형이고, $\overline{AB} = \overline{BC} = 3$, $\angle AEC = 60°$, $\angle CED = 45°$ 일 때, x 의 값은?



① 2　　② $2\sqrt{3}$　　③ 4

④ $3\sqrt{2}$　　⑤ $2\sqrt{6}$

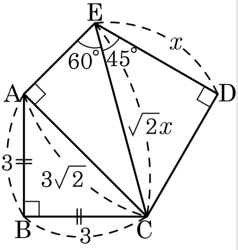
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = 3\sqrt{2}$

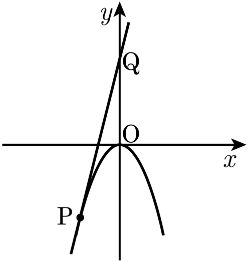
$\triangle ECD$ 에서 $\overline{EC} = \sqrt{2}x$　　$\triangle AEC$ 에서

$\sqrt{2}x : 3\sqrt{2} = 2 : \sqrt{3}$

$\sqrt{6}x = 6\sqrt{2}$　　$\therefore\ x = 2\sqrt{3}$



6. $y=-x^2$ 의 그래프와 $y=4x+4$ 의 그래프가 점 P 에서 접할 때, 선분 PQ 의 길이는?



① $4\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{17}$ ④ $4\sqrt{17}$ ⑤ 17

해설

$y=-x^2$ 과 $y=4x+4$ 가 점 P에서 접하므로

$-x^2=4x+4$에서

$x^2+4x+4=0,\ (x+2)^2=0$

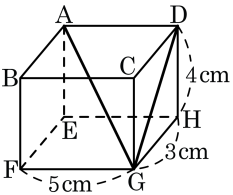
$\therefore\ x=-2$

$\therefore\ \mathrm{P}(-2,\ -4)$

점 Q 는 $y=4x+4$ 의 y 절편이므로 $\mathrm{Q}(0,\ 4)$

$\therefore \overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{(-2-0)^2+(-4-4)^2}=\sqrt{4+64}=2\sqrt{17}$ 이다.

7. 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 $5\,\text{cm}$, $3\,\text{cm}$, $4\,\text{cm}$ 인 직육면체에서 $\triangle AGD$ 의 둘레의 길이를 구하면?



① $12\,\text{cm}$

② $(10+5\sqrt{2})\,\text{cm}$

③ $(12+2\sqrt{2})\,\text{cm}$

④ $(10+\sqrt{3})\,\text{cm}$

⑤ $(8+2\sqrt{3})\,\text{cm}$

해설

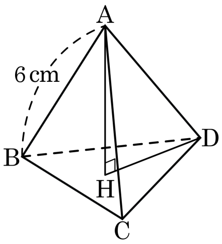
$\overline{AG} = \sqrt{5^2+3^2+4^2} = 5\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\overline{DG} = \sqrt{3^2+4^2} = 5\,(\text{cm})$

$\overline{AD} = 5\,\text{cm}$

따라서, 둘레의 길이는 $(10+5\sqrt{2})\,\text{cm}$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6cm 인 정사면체에 대한 설명으로 옳은 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{\mathrm{AH}}$ 는 $2\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$ 이다.

㉡ $\overline{\mathrm{CD}}$ 는 $6\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 이다.

㉢ $\overline{\mathrm{DH}}$ 는 $2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 이다.

㉣ 부피는 $18\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^3$ 이다.

㉤ $\triangle\mathrm{AHD}$ 의 넓이는 $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ $\overline{\mathrm{AH}}$ 는 정사면체의 높이이므로, $h = \frac{\sqrt{6}}{3}a = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 6 = 2\sqrt{6}(\mathrm{cm})$ 이다. (○)

㉡ $\overline{\mathrm{CD}}$ 는 정사면체의 한 변이므로 6cm 이다. $6\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ (×)

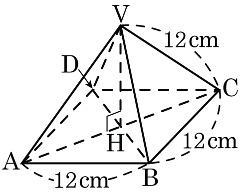
㉢ $\overline{\mathrm{DH}}$ 는 정삼각형 BCD 의 높이의 $\frac{2}{3}$ 에 해당하므로,

$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ 이므로 $\overline{\mathrm{DH}} = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$ 이다. (○)

㉣ 부피는 $V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 6^3 = 18\sqrt{2}\mathrm{cm}^3$ 이다. $18\sqrt{3}(\mathrm{cm}^3)$ (×)

㉤ $\triangle\mathrm{AHD}$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AH}} \times \overline{\mathrm{DH}} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ 이다. $3\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$ (×)

9. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 12 cm 인 정사각형이고, 옆면의 모서리의 길이가 모두 12 cm 인 사각뿔이 있을 때, 이 사각뿔의 부피를 구하면?



① $72\sqrt{2}\,\text{cm}^3$

② $144\sqrt{2}\,\text{cm}^3$

③ $288\sqrt{2}\,\text{cm}^3$

④ $\frac{144}{3}\sqrt{2}\,\text{cm}^3$

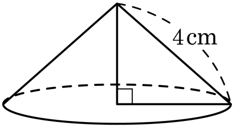
⑤ $144\sqrt{3}\,\text{cm}^3$

해설

사각뿔의 높이는 $\sqrt{12^2-(6\sqrt{2})^2}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

$V=12^2\times 6\sqrt{2}\times\frac{1}{3}=288\sqrt{2}(\text{cm}^3)$

10. 다음 그림과 같이 밑면의 넓이가 $9\pi\,\text{cm}^2$ 이고 모선의 길이가 $4\,\text{cm}$ 인 원뿔의 높이는?



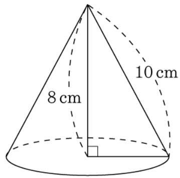
① $2\,\text{cm}$　　② $\sqrt{7}\,\text{cm}$　　③ $3\,\text{cm}$

④ $2\sqrt{3}\,\text{cm}$　　⑤ $5\,\text{cm}$

해설

밑면의 넓이가 $9\pi\,\text{cm}^2$ 이므로 밑면의 반지름은 $3\,\text{cm}$
따라서 원뿔의 높이는 $\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}(\text{cm})$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 높이가 8cm , 모선의 길이가 10cm 인 원뿔이 있다. 겉넓이와 부피를 각각 구하면?



① 겉넓이 : $94\pi\text{cm}^2$, 부피 : $94\pi\text{cm}^3$

② 겉넓이 : $94\pi\text{cm}^2$, 부피 : $96\pi\text{cm}^3$

③ 겉넓이 : $96\pi\text{cm}^2$, 부피 : $94\pi\text{cm}^3$

④ 겉넓이 : $96\pi\text{cm}^2$, 부피 : $96\pi\text{cm}^3$

⑤ 겉넓이 : $96\pi\text{cm}^2$, 부피 : $98\pi\text{cm}^3$

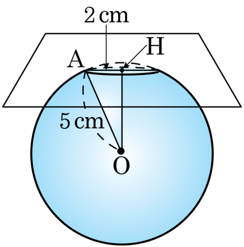
해설

밑면의 반지름은 6cm 이므로

$$(\text{겉넓이}) = \frac{1}{2} \times 12\pi \times 10 + 36\pi$$
$$= 60\pi + 36\pi = 96\pi(\text{cm}^2)$$

$$(\text{부피}) = \frac{1}{3} \times 36\pi \times 8$$
$$= 96\pi(\text{cm}^3)$$

12. 다음 그림과 같이 반지름이 5cm 인 구를 어떤 평면으로 잘랐을 때 단면인 원의 반지름이 2 cm 이다. 이 평면과 구의 중심과의 거리는?



① 3 cm ② 4 cm

③ $\sqrt{22}$ cm ④ $\sqrt{21}$ cm

⑤ $2\sqrt{5}$ cm

해설

$\angle AHO = 90°$ 이므로

$\triangle AOH$ 에서 $\overline{OA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{OH}^2$ 이고

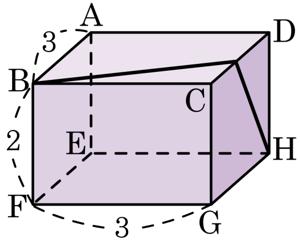
$\overline{OH} = x$라 하면

$25 = 4 + x^2$

$x^2 = 21$

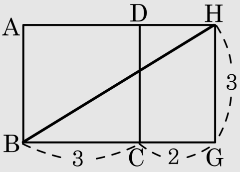
$\therefore\ x = \sqrt{21}(\text{cm})$

13. 다음 그림과 같은 직육면체의 한 꼭짓점 B 에서 $\overline{CD}$ 를 지나 꼭짓점 H 에 이르는 최단 거리는?



① $2\sqrt{5}$ ② $\sqrt{26}$ ③ $\sqrt{34}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{5}$

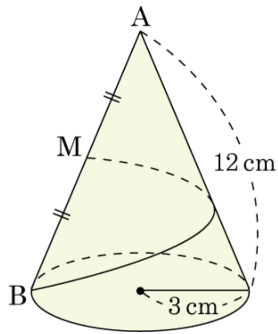
해설



전개도에서 최단 거리는 $\overline{BH}$ 와 같다.

$\therefore \overline{BH} = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$

14. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 3 cm , 모선의 길이가 12 cm 인 원뿔이 있다.
밑면 위의 한 점 B 에서 모선 AB 의 중점 M까지 실을 감을 때, 최단 거리를 구하여라.

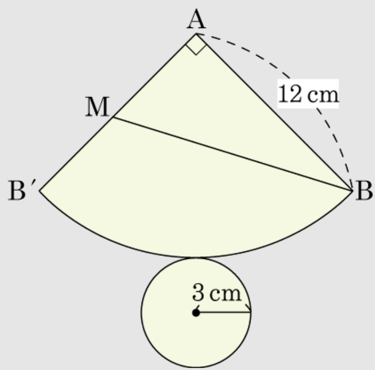


▶ 답 : cm

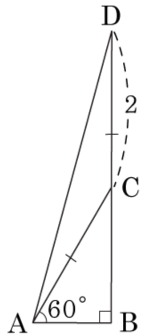
▷ 정답 : $6\sqrt{5}$ cm

해설

따라서 모선의 길이가 12 cm 이고, 밑면의 반지름의 길이가 3 cm 이므로 $\angle BAB' = 90°$이다.
그러므로 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{BM}$의 길이를 구하면
$\overline{BM} = \sqrt{12^2 + 6^2} = 6\sqrt{5}$(cm)



15. 다음 그림에서 $\angle ABC = 90°$, $\angle CAB = 60°$ 이고, $\overline{AC} = \overline{CD} = 2$ 일 때, $\tan 15°$ 의 값은?



① $\sqrt{2}$ ② $1 + \sqrt{2}$ ③ $1 + \sqrt{3}$
④ $2 + \sqrt{3}$ ⑤ $2 - \sqrt{3}$

해설

$\angle CAB = 60°$ 이므로 $\angle ACB = 30°$

$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle CDA = \dfrac{1}{2} \times 30° = 15°$

$\triangle ABC$ 에서

$\overline{AB} = \overline{AC}\cos 60° = 1$, $\overline{BC} = \overline{AC}\sin 60° = \sqrt{3}$ 이므로

$\tan 15° = \tan D = \dfrac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$

16. 다음 삼각비 표를 보고 $\cos 25° + \sin 25° \times \sin 50° - \tan 50°$ 의 값을 소수 둘째 자리까지 구하면?

각도	sin	cos	tan
25°	0.42	0.90	0.46
50°	0.76	0.64	1.19
70°	0.93	0.34	2.74

① 0.06　② 0.05　③ 0.04　④ 0.03　⑤ 0.02

해설

$\cos 25° + \sin 25° \times \sin 50° - \tan 50°$

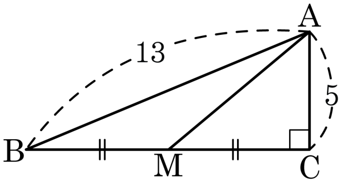
$= 0.90 + 0.42 \times 0.76 - 1.19$

$= 0.90 + 0.3192 - 1.19$

$= 0.0292$

$\fallingdotseq 0.03$

17. 다음 그림의△ABC 에서 점 M 이 변BC 의 중점일 때,$\overline{AM}$ 의 길이를 구하여라



▶ 답 :

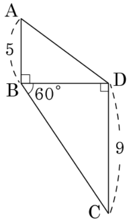
▷ 정답 : $\sqrt{61}$

해설

$\overline{BC} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \qquad \therefore \overline{MC} = 6$

$\therefore \overline{AM} = \sqrt{6^2 + 5^2} = \sqrt{61}$

18. 다음 그림의 $\square ABCD$ 에서 $\angle ABD = \angle BDC = 90°$, $\angle DBC = 60°$ 일 때, 두 대각선 AC, BD 의 길이를 각각 구하여라.



▶ 답 :

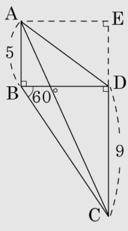
▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{AC} = \sqrt{223}$

▷ 정답 : $\overline{BD} = 3\sqrt{3}$

해설

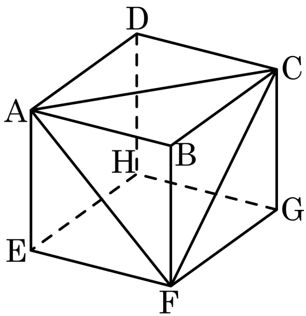
대각선 BD 의 길이는 $3\sqrt{3}$ 이다.



$\triangle ACE$ 에서 $\overline{AE} = \overline{BD} = 3\sqrt{3}$, $\overline{EC} = 5 + 9 = 14$

$\therefore \overline{AC} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 14^2} = \sqrt{223}$

19. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12cm 인 정육면체를 점 A, C, F 를 지나는 평면으로 잘랐을 때, 점 B 에서 밑면인 삼각형 AFC 에 내린 수선의 길이를 구하여라.



① $2\sqrt{3}$cm ② $3\sqrt{3}$cm ③ $4\sqrt{3}$cm

④ $5\sqrt{3}$cm ⑤ $6\sqrt{3}$cm

해설

$\overline{AC} = \overline{AF} = \overline{CF} = 12\sqrt{2}$(cm)

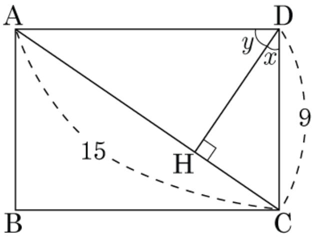
$\triangle ACF = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times (12\sqrt{2})^2 = 72\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

수선의 길이를 h라 하면 사각뿔 B – AFC 의 부피에서

$72\sqrt{3} \times h \times \dfrac{1}{3} = 12 \times 12 \times \dfrac{1}{2} \times 12 \times \dfrac{1}{3}$

$h = \dfrac{12 \times 12 \times 6}{72\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$(cm)

20. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\cos x$의 값을 구하여라.



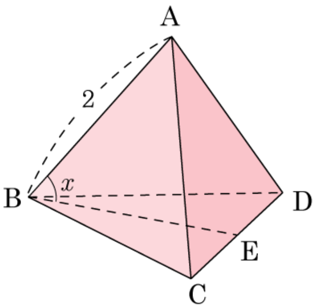
▶ 답 :

▷ 정답 : $\cos x = \frac{4}{5}$

해설

$x + y = 90°$, $\angle\mathrm{DAC} + y = 90°$이므로 $\angle\mathrm{DAC} = x$이다.
이 때, $\overline{\mathrm{AD}} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$이므로
$\cos x = \frac{\overline{\mathrm{AD}}}{\overline{\mathrm{AC}}} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$이다.

21. 다음 그림과 같은 한 모서리의 길이가 2 인 정사면체 A – BCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E, $\angle ABE = x$ 라 할 때, $\sin x$ 의 값이 $\dfrac{\sqrt{a}}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오.(단, a, b는 유리수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\triangle BCD$ 는 정삼각형이므로

$\overline{BE} = \sqrt{3}$ 이고,

점 A 에서 $\overline{BE}$ 로 내린 수선의 발을 점 H 라고 하면, 삼각형 BCD 의 무게중심이므로

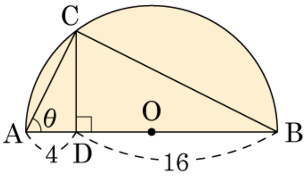
$$\overline{BH} = \frac{2}{3} \times \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\overline{AH}^2 = 2^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{8}{3}$$

$$\overline{AH} = \sqrt{\frac{8}{3}}$$

따라서 $\sin x = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$ 이므로 $a+b=9$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}$ 를 지름으로 하는 반원 위의 점 C 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 에 내린 수선의 발을 D 라고 하자. $\angle\mathrm{CAD}$ 를 θ 라고 할 때, $\sin\theta$ 의 값이 $\dfrac{a\sqrt{5}}{b}$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\overline{\mathrm{BC}} = x$ 라 하면, $\triangle\mathrm{ABC}$ 와 $\triangle\mathrm{CDB}$ 는 닮음이다.

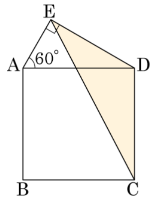
$x : 16 = 20 : x$

$\therefore x = 8\sqrt{5}$

$\angle\mathrm{CAD} = \angle\mathrm{DCB}$ 이므로 $\sin\theta = \dfrac{16}{8\sqrt{5}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ 이다.

따라서 $a+b=7$ 이다.

23. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고, $\angle\mathrm{EAD} = 60°$ 이다. 색칠한 부분의 넓이가 $24\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

$\angle\mathrm{EDA} = 30°$

$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{DC}} = x$ 라 하면

$\overline{\mathrm{ED}} = \overline{\mathrm{AD}} \times \cos 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}x$

$\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{AD}} \times \cos 60° = \dfrac{1}{2}x$

(색칠한 부분의 넓이)$= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}x^2 \times \sin(120°) = 24$

$\dfrac{3}{8}x^2 = 24$

$\therefore x = 8(\,\mathrm{cm})$

24. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 의 한 근이 $\sin 90° + \cos 0°$ 일 때, a 의 값을 구하면?

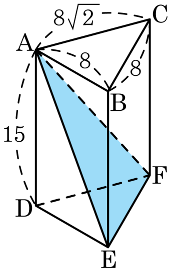
① 14　　② 13　　③ 12　　④ 11　　⑤ 10

해설

이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면, $2 \times 2^2 - 11 \times 2 + a = 0$

$8 - 22 + a = 0,\ a = 14$

25. 다음 그림과 같은 삼각기둥에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = 8$, $\overline{AC} = 8\sqrt{2}$, $\overline{AD} = 15$ 일 때, $\triangle AEF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 68

해설

$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이다.

$\overline{AE} = \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{289} = 17$

$\square ADEB \perp \square BEFC$ 이므로 $\overline{AE} \perp \overline{EF}$

$\therefore \ \triangle AEF = \frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{EF} = \frac{1}{2} \times 17 \times 8 = 68$